

ESERCITAZIONE 4

1.

ESERCIZIO 5 (non svolto nell'a.a. 2005/2006)

Due trasformatori monofasi A e B sono collegati in parallelo ed alimentano un carico che assorbe una corrente di $I_2 = 150$ A con fattore di potenza $\cos \varphi_2 = 0.8$ in ritardo. Dei due trasformatori alimentati alla tensione nominale di 1000 V e alla frequenza nominale $f = 50$ Hz si conoscono i seguenti dati:

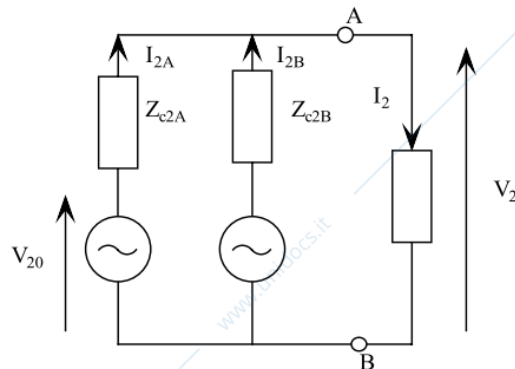
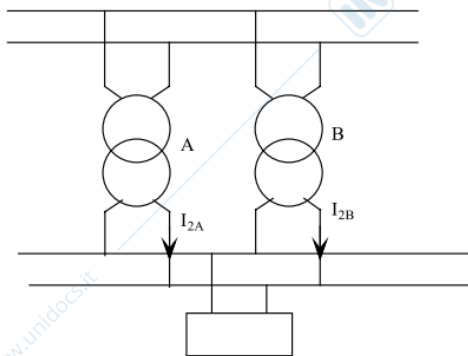
Trasformatore A: $A_n = 30$ kVA $K_0 = 4$ $P_{fe} = \frac{1}{2} P_c$
 $V_c \% = 5 \%$ $\cos \varphi_c = 0.5$

Trasformatore B: $A_n = 15$ kVA $K_0 = 4$ $P_{fe} = \frac{2}{3} P_c$
 $V_c \% = 5 \%$ $\cos \varphi_c = 0.5$

Determinare per le condizioni di carico considerate:

- 1) la tensione V_2 ai capi del carico
- 2) il carico percentuale di ciascun trasformatore
- 3) il rendimento di ciascun trasformatore e quello complessivo
- 4) la massima corrente che possono erogare i due trasformatori senza sovraccaricarsi

Soluzione



1) I due trasformatori, avendo lo stesso rapporto di trasformazione a vuoto K_0 , hanno identica tensione a vuoto V_{20} , che vale:

$$V_{20} = \frac{V_{1n}}{K_0} = 250 \text{ V}$$

La corrente nominale di ciascun trasformatore vale:

$$I_{2nA} = \frac{A_{nA}}{V_{20A}} = 120 \text{ A} \quad I_{2nB} = \frac{A_{nB}}{V_{20B}} = 60 \text{ A}$$

Possiamo quindi determinare le resistenze e reattanze equivalenti secondarie:

$$V_{c2A} = \frac{V_c \% \cdot V_{20}}{100} = 12.5 \text{ V} \quad V_{c2B} = \frac{V_c \% \cdot V_{20}}{100} = 12.5 \text{ V}$$

da cui:

$$Z_{c2A} = \frac{V_{c2A}}{I_{2nA}} = 0.104 \Omega \quad Z_{c2B} = \frac{V_{c2B}}{I_{2nB}} = 0.208 \Omega$$

$$R_{c2A} = Z_{c2A} \cdot \cos \varphi_{cA} = 5.2 \cdot 10^{-2} \Omega \quad R_{c2B} = Z_{c2B} \cdot \cos \varphi_{cB} = 10.4 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_{c2A} = Z_{c2A} \cdot \sin \varphi_{cA} = 9 \cdot 10^{-2} \Omega \quad X_{c2B} = Z_{c2B} \cdot \sin \varphi_{cB} = 18 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Considerando il circuito equivalente secondario e applicando Thevenin ai nodi AB:

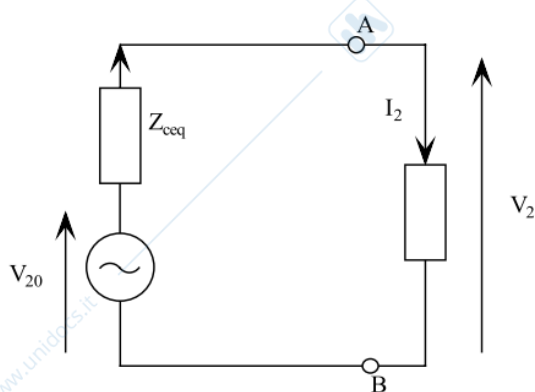
$$Z_{eq} = Z_{2cA} // Z_{2cB}$$

$$Z_{eq} = \frac{(R_{c2A} + jX_{c2A})(R_{c2B} + jX_{c2B})}{(R_{c2A} + jX_{c2A}) + (R_{c2B} + jX_{c2B})} = 3.46 \cdot 10^{-2} + j6 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$R_{eq2} = 3.46 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_{eq2} = 6.0 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$E_{eq} = V_{20}$$



Utilizzando la formula della caduta di tensione approssimata possiamo ricavare la tensione V_2

$$\Delta V = R_{c2eq} \cdot I_2 \cos \varphi_2 + X_{c2eq} \cdot I_2 \sin \varphi_2 = 9.55 \text{ V}$$

da cui

$$\boxed{V_2 = V_{20} - \Delta V = 240.45 \text{ V}}$$

2) Applicando le leggi di Kirchhoff delle tensioni al circuito equivalente secondario abbiamo:

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_{20} - \vec{Z}_{c2A} \cdot \vec{I}_{2A}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_{20} - \vec{Z}_{c2B} \cdot \vec{I}_{2B}$$

E considerando l'equivalente di Thevenin

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{ceq2} \cdot \bar{I}_2$$

Da cui:

$$\bar{Z}_{ceq2} \cdot \bar{I}_2 = \bar{Z}_{c2A} \cdot \bar{I}_{2A} = \bar{Z}_{c2B} \cdot \bar{I}_{2B}$$

ed è possibile ricavarne il modulo:

$$I_{2A} = \frac{Z_{c2eq} I_2}{Z_{c2A}} = 100 \text{ A} \quad I_{2B} = \frac{Z_{c2eq} I_2}{Z_{c2B}} = 50 \text{ A}$$

il carico percentuale per ogni trasformatore è:

$$\text{carico}\% = \frac{I_2}{I_{2n}} \cdot 100 \quad \text{da cui } \boxed{\text{carico}\%_A = 83.4\%} \quad \boxed{\text{carico}\%_B = 83.4\%}$$

3) Le potenze erogate da ciascun trasformatore valgono

$$P_{2A} = V_2 I_{2A} \cos \varphi_{2A} = 19250 \text{ W}$$

$$P_{2B} = V_2 I_{2B} \cos \varphi_{2B} = 9625 \text{ W}$$

Le perdite nel rame:

$$P_{cuA} = R_{c2A} I_{2A}^2 = 520 \text{ W} \quad P_{cuB} = 260 \text{ W}$$

Le perdite nel ferro (dal legame espresso nei dati):

$$P_{feA} = 375 \text{ W}$$

$$P_{feB} = 250 \text{ W}$$

Da cui il rendimento

$$\eta_A = \frac{P_{2A}}{P_{2A} + P_{cuA} + P_{feA}} = 0.965$$

$$\eta_B = \frac{P_{2B}}{P_{2B} + P_{cuB} + P_{feB}} = 0.96$$

4) Avendo le due macchine il medesimo carico percentuale possono lavorare contemporaneamente a pieno carico e perciò la corrente massima erogabile è pari alla somma delle correnti nominali:

$$\boxed{I_{2MAX} = I_{2nA} + I_{2nB} = 180 \text{ A}}$$

2.

ESERCIZIO 7

I dati di targa di un trasformatore trifase sono:

$$A_n = 5 \text{ kVA} \quad V_{1n} = 260 \text{ V} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

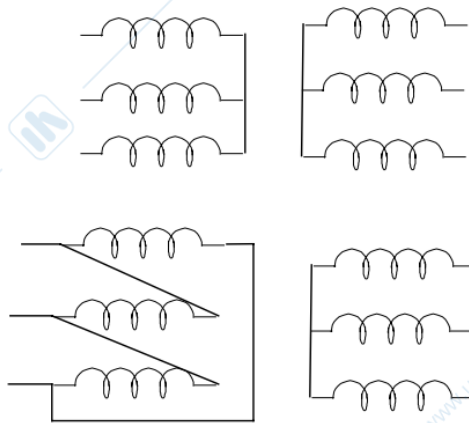
$$K_s = \frac{N_1}{N_2} = 17.3 \quad \text{collegamento } \Delta/Y$$

La prova di corto circuito, eseguita alla corrente e frequenza nominali, ha fornito i seguenti risultati:

$$V_{c1} = 20 \text{ V} \quad \cos \varphi_c = 0.5$$

Determinare:

- 1) La resistenza (R_{c2}), la reattanza (X_{c2}) e l'impedenza di corto circuito secondarie.
- 2) Sapendo che $R_2 = \frac{1}{2} R_{c2}$ e che $X_2 = \frac{3}{5} X_{c2}$ determinare la resistenza e reattanza dell'avvolgimento primario

Soluzione

Sostituiamo al trasformatore con collegamento Δ/Y un trasformatore equivalente con collegamento Y/Y . I due trasformatore devono avere lo stesso rapporto di trasformazione K_0 . Per il trasformatore Δ/Y abbiamo:

$$K_0 = \frac{K_s}{\sqrt{3}} = 10 \quad \text{che coinciderà con il rapporto spire del trasformatore } Y/Y.$$

La tensione di corto circuito secondaria vale:

$$V_{c2} = \frac{V_{c1}}{K_0} = 2 \text{ V}$$

La corrente nominale

$$I_{2n} = \frac{A_n}{\sqrt{3}V_{20}} = 111 \text{ A} \quad \text{dove } V_{20} = \frac{V_{1n}}{K_0} = 26 \text{ V}$$

I parametri di corto circuito risultano:

$$Z_{c2} = \frac{V_{c2}}{\sqrt{3}I_{2n}} = 1.04 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$R_{c2} = Z_{c2} \cos \varphi_c = 0.52 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_{c2} = Z_{c2} \sin \varphi_c = 0.89 \cdot 10^{-2} \Omega$$

2) dai dati ricaviamo

$$R_2 = 0.26 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$X_2 = 0.535 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Dato che:

$$R_{c2} = R_2 + \frac{R_{1Y}}{K_o^2} \quad X_{c2} = X_2 + \frac{X_{1Y}}{K_o^2}$$

si ricava

$$R_{1Y} = 0.26 \Omega$$

$$X_{1Y} = 0.355 \Omega$$

Per trovare la resistenza e la reattanza di ogni avvolgimento primario collegato a triangolo basta moltiplicare per 3 i precedenti risultati.

$$R_1 = 3 R_{1Y} = 0.78 \Omega$$

$$X_1 = 3 X_{1Y} = 1.065 \Omega$$

3.

ESERCIZIO 8

Ad un trasformatore trifase, alimentato alla tensione nominale e alla frequenza di 50 Hz, è allacciato un carico trifase equilibrato ohmico induttivo che sotto la tensione $V_2 = 960 \text{ V}$ assorbe la corrente $I_2 = 100 \text{ A}$ con un fattore di potenza $\cos \varphi_2 = 0.8$.

Il rapporto di trasformazione a vuoto è $K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = 15$

Con una prova a vuoto effettuata alla tensione nominale e alla frequenza di 50 Hz, si è trovato che la corrente assorbita è $I_0 = 0.4 \text{ A}$ ed il fattore di potenza a vuoto è $\cos \varphi_0 = 0.15$. La prova di corto circuito eseguita a corrente nominale alimentando la macchina dal lato basso tensione, ha fornito i seguenti dati:

$$V_{c2} = 46 \text{ V} \quad \cos \varphi_c = 0.45 \quad I_{c2} = 115.8 \text{ A}$$

Determinare :

- 1) tensione, corrente, fattore di potenza primari nelle condizioni di carico riportate
- 2) la potenza e la tensione di corto circuito percentuali

Soluzione

Le potenze attiva e reattiva del carico sono:

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 132840 \text{ W}$$

$$Q_2 = P_2 \cdot \tan \varphi_2 = 99650 \text{ VAR}$$

Le potenze attiva e reattiva impegnate dagli avvolgimenti sono:

$$P_{cu} = 3R_{c2}I_2^2 = 3090 \text{ W}$$

$$Q_x = 3X_{c2}I_2^2 = 6150 \text{ VAR}$$

Le potenze attiva e reattiva trasmesse al secondario del circuito equivalente sono:

$$P' = P_2 + P_{cu} = 135930 \text{ W}$$

$$Q' = Q_2 + Q_x = 105800 \text{ VAR}$$

Da cui :

$$\cos \varphi' = 0.789$$

la tensione secondaria a vuoto vale :

$$V_{20} = \frac{P'}{\sqrt{3}I_2 \cos \varphi'} = 1000 \text{ V}$$

Dal rapporto di trasformazione è possibile ricavare la tensione di alimentazione V_{1n} :

$$\boxed{V_{1n} = V_{20} \cdot K_0 = 15000 \text{ V}}$$

La potenza attiva P_0 e reattiva Q_0 a vuoto sono:

$$P_0 = \sqrt{3}V_{1n}I_0 \cos \varphi_0 = 1560 \text{ W}$$

$$Q_0 = P_0 \cdot \tan \varphi_0 = 10230 \text{ VAR}$$

La potenza assorbita dal trasformatore vale:

$$P_1 = P' + P_0 = 137490 \text{ W}$$

$$Q_1 = Q' + Q_0 = 116030 \text{ VAR}$$

$$\boxed{\cos \varphi_1 = 0.765}$$

La corrente assorbita del trasformatore vale :

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}V_{1n} \cos \varphi_1} = 6.91 \text{ A}$$

2) La potenza nominale del trasformatore vale

$$A_n = \sqrt{3}V_{20}I_{2n} = 200000 \text{ VA}$$

$$P_c \% = \frac{P_c}{A_n} 100 = 2.07\%$$

dove $P_c = \sqrt{3}V_{c2}I_{c2} \cos \varphi_c = 4140 \text{ W}$

$$v_c \% = \frac{V_{c2}}{V_{20}} 100 = 4.6\%$$