

**ESERCITAZIONE 6****Ex 6.1**

Dato il circuito in figura funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$R1 = 3 \Omega, R2 = 6 \Omega$$

$$N = 100,$$

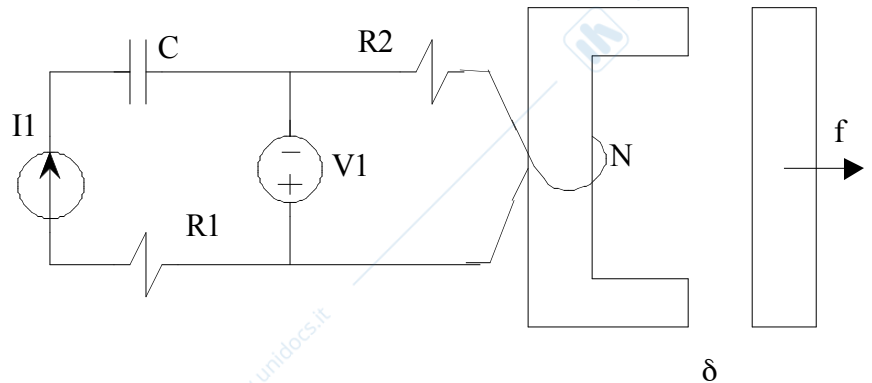
$$V1 = 18 \text{ V}, A_{fe} = 100 \text{ cm}^2,$$

$$\delta = 1 \text{ mm},$$

$$C = 6 \mu\text{F}$$

$$I1 = 0 \text{ A}$$

$\mu_{fe}$  infinita



Determinare la forza  $f$

$$[f = - 282.74 \text{ N}]$$

*{Per il calcolo della forza è necessario calcolare il flusso  $\phi$  che si ha nei traferri. Si procede quindi con il calcolo della corrente che percorre l'avvolgimento di  $N$  spire e poi si risolve la rete magnetica. Ricordando che in regime stazionario le capacità si comportano come circuiti aperti e le induttanze come corto circuiti, tale corrente è data da  $I = V1/R2 = 3 \text{ A}$ . Se si disegna la rete magnetica, si ottiene una sola maglia e il calcolo del flusso nei traferri porta a  $\phi = (N \cdot I)/(2 \cdot \theta \delta) = 1.885 \text{ mWb}$ . La forza  $f$  si calcola come  $f = 2 \cdot \phi^2 / (2 \cdot \mu_0 \cdot A_{fe}) = 282.74 \text{ N}$  (è una forza attrattiva)}*

**Ex 6.2**

Dato il circuito in figura funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$R_1 = 3 \, \Omega, R_2 = 6 \, \Omega, R_3 = 8 \, \Omega$$

$$N_1 = 100, N_2 = 150$$

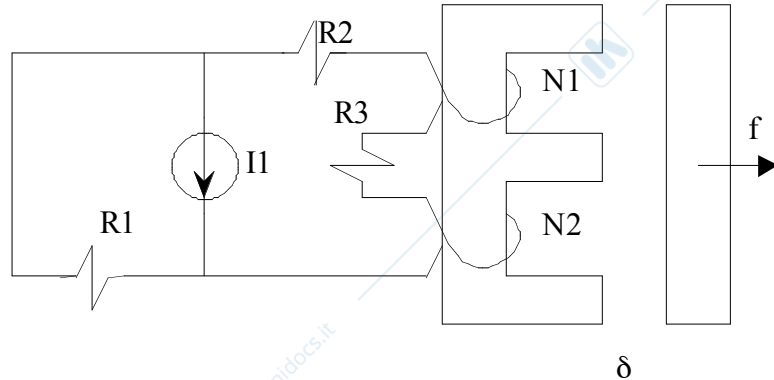
$$I_1 = 18 \, \text{A}, A_{fe} = 100 \, \text{cm}^2,$$

$$\delta = 1 \, \text{mm},$$

$\mu_{fe}$  infinita

Determinare la forza  $f$

$$[f = -2008 \, \text{N}]$$

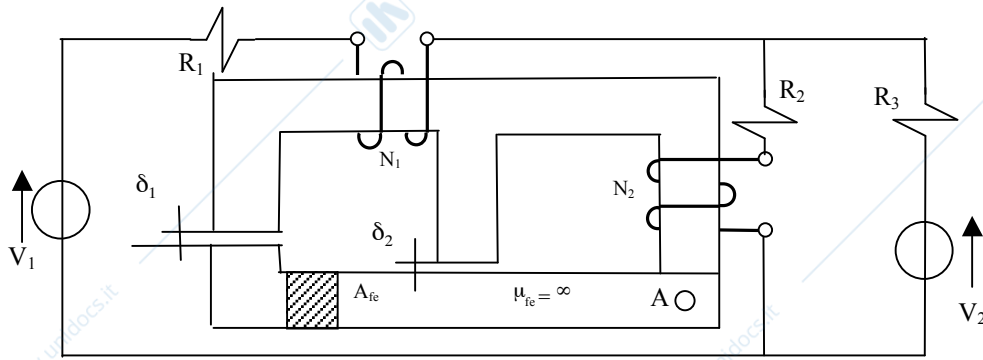


*{ Per il calcolo della forza è necessario calcolare il flusso  $f$  che si ha nei traferri. Si procede quindi con il calcolo della corrente che percorre l'avvolgimento di  $N$  spire e poi si risolverà la rete magnetica. Tale corrente si calcola utilizzando la regola del aprtitore di corrente ed è data da  $I = I_1 * G_{23} / (G_{23} + G_1) = 3.176 \, \text{A}$ , dove  $G_{23} = 1 / (R_2 + R_3) = 0.071 \, \text{S}$ . Se si disegna la rete magnetica, si ottengono due maglie, trasformando i due bipoli serie  $M_1 - \theta\delta$  e  $M_2 - \theta\delta$  nell'equivalente parallelo si ottiene la tensione magnetica ai capi della riluttanza del ramo centrale  $U = ((N_1 * I / \theta\delta) - (N_2 * I / \theta\delta)) / (3 / \theta\delta) = -52.94 \, \text{Asp}$  diretta verso sinistra. I flussi nei tre traferri sono espressi nel seguente modo  $\phi_1 = (U - N_1 * I) / \theta\delta = -4.657 \, \text{mWb}$ ,  $\phi_2 = (U) / \theta\delta = -0.6653 \, \text{mWb}$ ,  $\phi_3 = (U + N_2 * I) / \theta\delta = 5.322 \, \text{mWb}$ . La forza  $f$  si calcola come  $f = (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2) / (2 * \mu_0 * A_{fe}) = 2008 \, \text{N}$  (è una forza attrattiva) }*

**Ex 6.3**

Sia dato il circuito con ingressi stazionari riportato in figura.

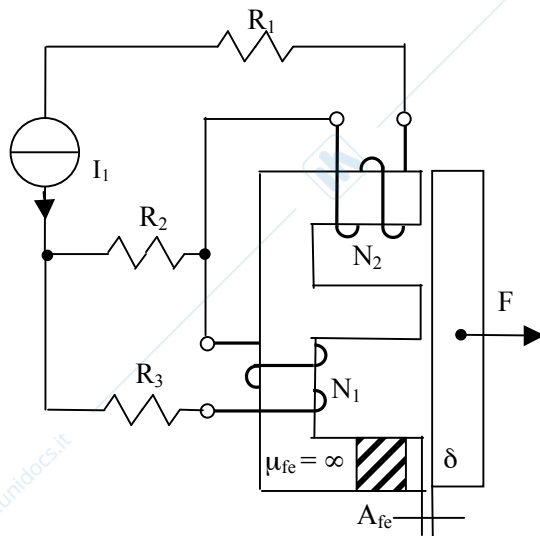
Ipotizzando poi che la struttura in materiale ferromagnetico sia divisa in due parti incernierate in A, si determini la forza con cui si attraggono.



$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \Omega \\ R_2 &= 10 \Omega \\ R_3 &= 5 \Omega \\ V_1 &= 7,5 \text{ V} \\ V_2 &= 10 \text{ V} \\ \delta_1 &= 2,5 \text{ mm} \\ \delta_2 &= 5 \text{ mm} \\ N_1 &= 100 \\ N_2 &= 150 \\ A_{fe} &= 10 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

{Per il calcolo della forza è necessario calcolare il flusso  $f$  che si ha nei traferri. Si procede quindi con il calcolo della corrente che percorre gli avvolgimenti di  $N$  spire e poi si risolve la rete magnetica. Conviene calcolare la tensione  $V_0$  ai capi della resistenza  $R_2$  che è pari a  $V_0 = (V_1/R_1 + V_2/R_3)/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3) = 6.875 \text{ V}$ . La corrente  $I_a$  che percorre le  $N_1$  spire  $I_a = (V_1 - V_0)/R_1 = 0.063 \text{ A}$  e la corrente  $I_b$  è pari a  $I_b = V_0/R_2 = 0.688 \text{ A}$ . Per il calcolo della forza è necessario calcolare i flussi nei tra ferri. Se si disegna la rete magnetica, si ottengono due maglie. Il flusso nel tra ferro  $\delta_1$  è pari a  $\phi_1 = (-N_1 I_a + N_2 I_b)/\theta_1 = 4.869 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$  e  $\phi_2 = (N_2 I_b)/\theta_2 = 2.592 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$ . La forza è data da  $f = (\phi_1^2 + \phi_2^2)/(2 \cdot \mu_0 \cdot A_{fe}) = 1.211 \text{ N}$  }

## Ex6.4



Sia dato il sistema in Figura con ingressi stazionari. Si determini la forza  $F$  esercitata sulla parte mobile nelle condizioni di funzionamento indicate e i coefficienti di auto e mutua induttanza.

$$I_1 = 15 \text{ A}$$

$$R_1 = 5 \text{ } \Omega, R_2 = 20 \text{ } \Omega, R_3 = 10 \text{ } \Omega$$

$$N_1 = 200 \text{ spire}$$

$$N_2 = 150 \text{ spire}$$

$$\mu_{fe} = \infty$$

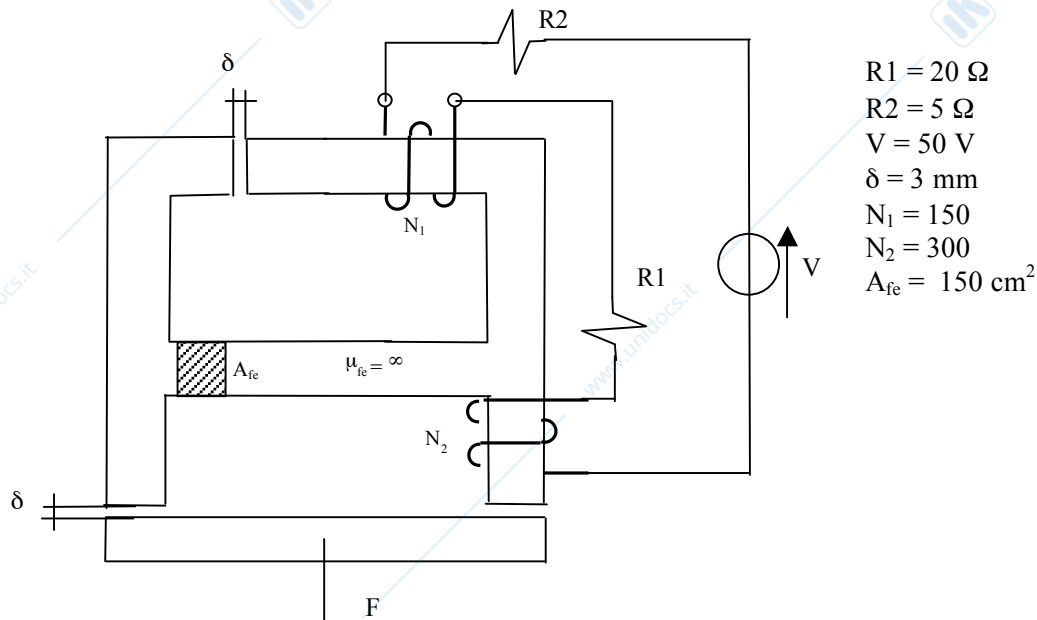
$$A_{fe} = 150 \text{ cm}^2$$

$$\delta = 3 \text{ mm}$$

{Per prima cosa è necessario calcolare i parametri di auto e mutua induttanza. Si disegna quindi la rete magnetica, poiché la permeabilità del ferro è ipotizzata infinita, nel circuito magnetico compariranno solo le riluttanze dei traferri. In particolare si ottiene quanto segue:  $\theta = \delta / (\mu_0 * A_{fe}) = 1.592 * 10^5 \text{ H}^{-1}$ , dove  $\mu_0$  è la permeabilità dell'aria ( $\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7}$ ). Le auto induttanze si trovano come rapporto tra il numero di spire al quadrato e la riluttanza equivalente vista ai morsetti di una delle due f.m.m. quando il circuito sia reso passivo. Si ottiene quindi che  $\theta_{eq1} = \theta_{eq2} = (3/2) * \theta$ , data dal parallelo di due riluttanze  $\theta$  in serie a  $\theta$ .  $L1$  è quindi pari a  $L1 = N1^2 / \theta_{eq1} = 168 \text{ mH}$  e  $L2 = 94 \text{ mH}$ . Per il calcolo della mutua induttanza si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che  $\theta_{eq21} = 3\theta$  e  $Lm = N1 * N2 / \theta_{eq21} = 63 \text{ mH}$ . Per il calcolo dell'energia immagazzinata è necessario calcolare la corrente  $Ia$  e  $Ib$  che percorre i due avvolgimenti calcolata con il verso entrante nei morsetti corrispondenti, (quello di sinistra nelle  $N2$  spire, quello in basso nelle  $N1$  spire). La corrente  $Ib$  che percorre le  $N2$  spire  $Ib = I1$  e la corrente  $Ia$  è pari a  $Ia = I1 * (R2) / (R3 + R2) = 10 \text{ A}$ . Per il calcolo dell'energia si ottiene  $W = 1/2 * L1 * Ia^2 + 1/2 * L2 * Ib^2 + Lm * Ia * Ib = 28.405 \text{ J}$ . Per il calcolo della forza è necessario calcolare i flussi nei tra ferri. Conviene calcolare la d.d.p.m. tra i due nodi della rete magnetica che risulta pari a  $U = (N1 * Ia - N2 * Ib) / 3 = -83.33 \text{ Asp}$  (diretta verso sinistra) Il flusso nei tra ferri è pari a  $\phi1 = (N1 * Ia - U) / \theta = 0.013 \text{ Wb}$ ,  $\phi2 = (N2 * Ib + U) / \theta = 0.014 \text{ Wb}$ ,  $\phi3 = U / \theta = -5.23 * 10^{-4} \text{ Wb}$ . La forza è data da  $f = (\phi1^2 + \phi2^2 + \phi3^2) / (2 * \mu_0 * A_{fe}) = 9.468 \text{ kN}$  }

**Ex 6.5**

Sia dato il circuito con ingressi stazionari riportato in figura. Si determinino i coefficienti di auto e mutua induttanza, l'energia totale accumulata nel campo magnetico e la forza  $f$  specificando se si tratta di una forza attrattiva o repulsiva rispetto all'armatura in ferro superiore.



[Per il calcolo delle auto e mutua induttanza e' necessario riferirsi alla rete magnetica costituita da un generatore di fmm  $N_1 I$  in serie ad una riluttanza  $\theta$  e in parallelo ad un ramo in corto circuito e ad un ramo costituito dal generatore  $N_2 I$  e dalla serie di  $2\theta$ . L'induttanza  $L1$  e' pari a  $N_1^2 / \theta_{eq}$ , dove  $\theta_{eq} = \theta = 1.592 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$ , da cui risulta  $L1 = 0.141 \text{ H}$ . L'induttanza  $L2$  e' pari a  $N_2^2 / \theta_{eq2}$  dove  $\theta_{eq2} = 2\theta$  e  $L2 = 0.283 \text{ H}$ . La mutua induttanza e' nulla a causa della presenza del ramo in corto circuito. Si risolve poi il circuito elettrico per trovare la corrente  $I$  che quindi e' pari a  $I = V / (R1 + R2) = 2 \text{ A}$ . L'energia accumulata e' quindi pari a  $W = 1/2 \cdot L1 \cdot I^2 + 1/2 \cdot L2 \cdot I^2 = 0.848 \text{ J}$ . Per il calcolo della forza e' necessario trovare il flusso che interessa la parte mobile che e' dato da  $\phi = N_2 I / (2 \cdot \theta) = 1.885 \text{ mWb}$ . La forza e' di natura attrattiva ed e' pari a  $F = 2 \cdot \phi^2 / (2 \cdot \mu_0 \cdot A_{fe}) = 188.496 \text{ N}$ .]