

Capitolo 7. Circuiti magnetici

Esercizio 7.1

Dato il circuito in figura 7.1 funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$R1 = 7.333 \, \Omega, R2 = 2 \, \Omega,$$

$$R3 = 7 \, \Omega$$

$$\delta1 = 1 \, \text{mm}, \delta2 = 1.3 \, \text{mm},$$

$$\delta3 = 1.5 \, \text{mm}$$

$$A = 8 \, \text{cm}^2, N1 = 100, N2 = 500$$

$$V1 = 30 \, \text{V}$$

Si consideri la permeabilità del ferro infinita. Determinare la totale energia immagazzinata

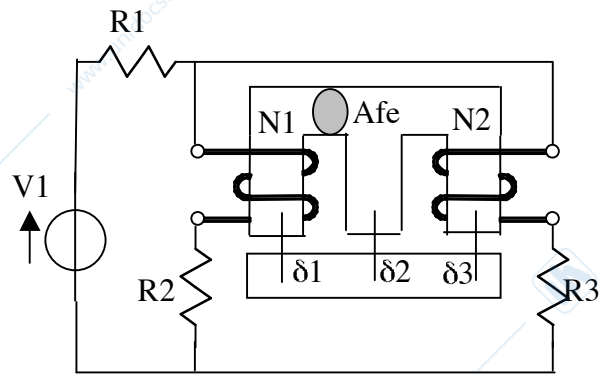


Figura 7.1

Soluzione

Per prima cosa è necessario calcolare i parametri di auto e mutua induttanza.

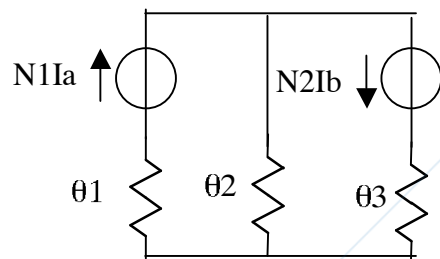
La rete magnetica equivalente, poiché la permeabilità del ferro è infinita, è composta dalle sole riluttanze dei traferri.

In particolare si ottiene quanto segue:

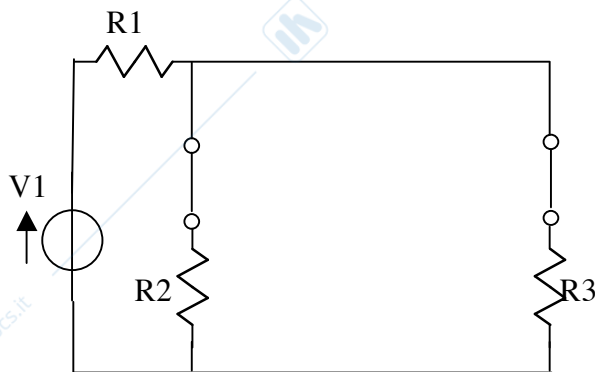
$$\theta1 = \delta1/(\mu0 \cdot Afe) = 9.947 \cdot 10^5 \, \text{H}^{-1},$$

$$\theta2 = \delta2/(\mu0 \cdot Afe) = 1.293 \cdot 10^6 \, \text{H}^{-1}$$

$$\theta3 = \delta3/(\mu0 \cdot Afe) = 1.492 \cdot 10^6 \, \text{H}^{-1},$$

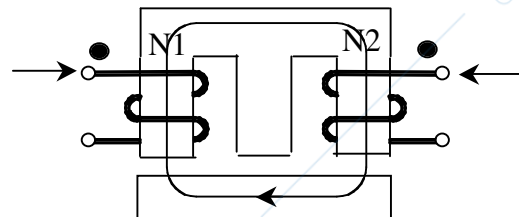


dove μ_0 è la permeabilità dell'aria ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m). Le auto induttanze si trovano come rapporto tra il numero di spire al quadrato e la riluttanza equivalente vista ai morsetti dei due generatori di f.m.m. quando il circuito sia reso passivo. Si ottiene quindi che $\theta_{eq1} = 1/(\Lambda_2 + \Lambda_3) + \theta_1$ e $L_1 = N_1^2 / \theta_{eq1} = 5.926$ mH. Per l'auto induttanza L_2 si ha che $\theta_{eq2} = 1/(\Lambda_1 + \Lambda_2) + \theta_3$ e $L_2 = N_2^2 / \theta_{eq2} = 122$ mH.



Per il calcolo della mutua induttanza, si deve sempre procedere con la definizione: si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che $\theta_{eq21} = (1/(\Lambda_2 + \Lambda_3) + \theta_1) \cdot (\Lambda_3 / (\Lambda_3 + \Lambda_2))^{-1}$ e $L_m = N_1 \cdot N_2 / \theta_{eq21} = 14$ mH. Per il calcolo dell'energia immagazzinata è necessario calcolare la corrente I_a e I_b che percorre i due avvolgimenti. Convienne allora trasformare $V_1 - R_1$ nel suo equivalente parallelo e utilizzare la regola del partitore di corrente. Si ottiene quindi $I_a = I_1 \cdot G_2 / (G_1 + G_2 + G_3) = 2.625$ A, e $I_b = I_1 \cdot G_3 / (G_1 + G_2 + G_3) = 0.75$ A.

Poiché entrambe le correnti entrano nei morsetti contrassegnati si ottiene $W = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_a^2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_b^2 + L_m \cdot I_a \cdot I_b = 0.082$ J



Poiché entrambe le correnti entrano nei morsetti contrassegnati si ottiene $W = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_a^2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_b^2 + L_m \cdot I_a \cdot I_b = 0.082$ J

Esercizio 7.2

Dato il circuito in figura 7.2 funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$R_1 = 4 \Omega, R_2 = 3 \Omega, R_3 = 6 \Omega,$$

$$N_1 = 2000, N_2 = 1500,$$

$$V_1 = 200 \text{ V}, V_2 = 150 \text{ V}, I_1 = 10 \text{ A}$$

$A_{fe} = 5 \text{ cm}^2$, $\delta = 1 \text{ mm}$, $L = 1 \text{ mH}$, μ_{fe} infinita
 Determinare la totale energia magnetica immagazzinata

Soluzione

Si procede con il calcolo dei parametri di auto e mutua induttanza. L'auto induttanza è data da $L1 = N1^2 / \theta_{eq1} = 1.676 \text{ H}$, dove la θ_{eq1} è data dalla serie del parallelo delle due riluttanze $\theta\delta$ con $\theta\delta$. L'auto induttanza $L2$ si calcola come rapporto tra il quadrato del numero di spire $N2$ e la riluttanza equivalente θ_{eq2} che vista la

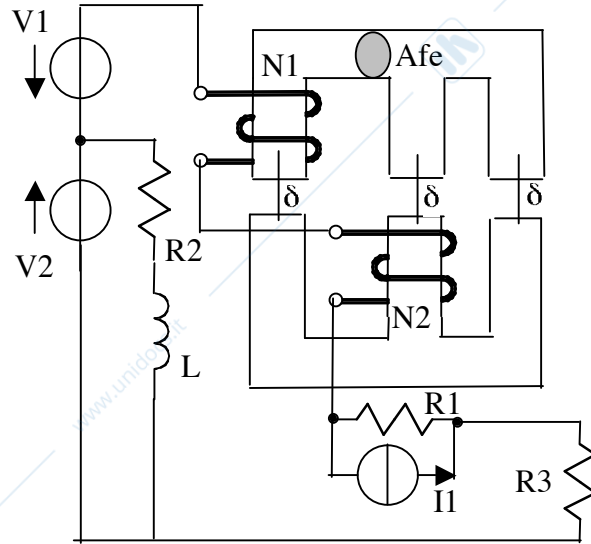
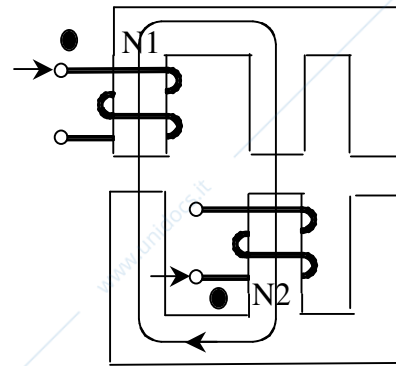
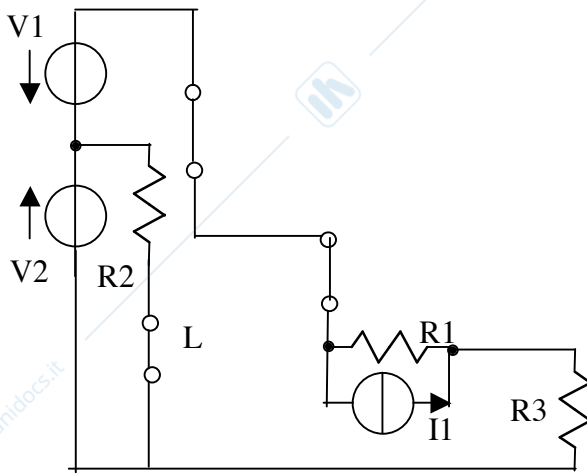


Figura 7.2



simmetria del circuito magnetico è pari a θ_{eq1} . Si ottiene quindi $L2 = N2^2 / \theta_{eq2} = 0.942 \text{ H}$. Per il calcolo della mutua induttanza si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che $\theta_{eq21} = (3 \cdot \theta\delta)$ e $Lm = N1 \cdot N2 / \theta_{eq21} = 0.628 \text{ H}$.

Si contrassegnano poi i morsetti dei due avvolgimenti e risulta che il morsetto superiore del primo avvolgimento e quello inferiore del secondo sono i morsetti corrispondenti. Ritornando al circuito

elettrico è necessario calcolare la corrente che percorre il mutuo induttore per calcolare il contributo di energia immagazzinata legata al mutuo induttore. Trasformando il bipolo parallelo $R1-I1$ nell'equivalente serie si ottiene la corrente che percorre il mutuo induttore $I = (V2 - V1 + R1 \cdot I1) / (R1 + R3) = -1$ A. Poiché tale corrente entra nel morsetto contrassegnato del primo avvolgimento ed esce da quello contrassegnato del secondo, l'espressione dell'energia è la seguente: $W = \frac{1}{2} \cdot L1 \cdot I_a^2 + \frac{1}{2} \cdot L2 \cdot I_b^2 - L_m \cdot I_a \cdot I_b = 0.681$ J. Il contributo di energia legato all'induttanza L è dato da $WL = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I L^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (V2/R2)^2 = 1.25$ J e quindi l'energia totale è data da $W_{tot} = W + WL = 1.931$ J

Esercizio 7.3

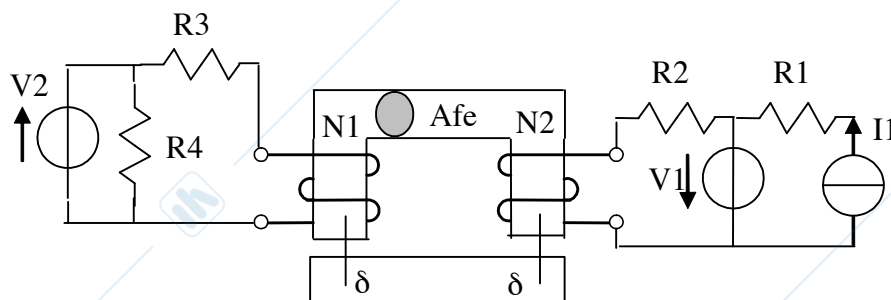


Figura 7.3

Dato il circuito in figura 7.3 funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$V2 = 40 \text{ V}, V1 = 30 \text{ V}, R1 = 6 \text{ } \Omega, R2 = 10 \text{ } \Omega, R3 = 4 \text{ } \Omega, R4 = 2 \text{ } \Omega$$

$$N1 = 100, N2 = 500, A_{fe} = 8 \text{ cm}^2, I1 = 10 \text{ A}$$

$$\delta = 0.8 \text{ mm}$$

Determinare i valori di auto e mutua induttanza e l'energia magnetica immagazzinata

Soluzione

Si procede con il calcolo dell'auto e mutua induttanza. L'auto induttanza $L1$ è data da $L1 = N1^2 / (2 \cdot \theta \delta) = 6.283$ mH, dove $\theta \delta = \delta / (\mu_0 \cdot A_{fe})$. L'auto induttanza $L2$ è data da $L2 = N2^2 / (2 \cdot \theta \delta) = 157$ mH. La mutua induttanza Lm è data da $Lm = N1 \cdot N2 / (2 \cdot \theta \delta) = 31$ mH. I

morsetti corrispondenti sono i due superiori dei due avvolgimenti. Per calcolare l'energia magnetica immagazzinata è necessario calcolare le correnti I_a e I_b che percorrono i due avvolgimenti. Sostituendo le induttanze con dei corto circuiti si ottiene $I_a = V_2/R_3 = 10$ A (entrante nel morsetto contrassegnato), $I_b = V_1/R_2 = 3$ A uscente dal morsetto contrassegnato (I_1 e R_1 essendo in parallelo ad un generatore di tensione non sono influenti agli effetti esterni). L'energia immagazzinata ha quindi la seguente espressione: $W = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_a^2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_b^2 - L_m \cdot I_a \cdot I_b = 0.079$ J

Esercizio 7.4

Dato il circuito in figura 7.4 funzionante in regime

stazionario, sono noti:

$$R_1 = 3 \Omega, R_2 = 5 \Omega$$

$$N_1 = 100, N_2 = 500,$$

$$V_1 = 20 \text{ V}, A_{fe} = 8 \text{ cm}^2,$$

$$L = 2 \text{ mH}, C = 8 \mu\text{F}$$

$$\mu_{fe} \text{ infinita}, \delta = 1.5 \text{ mm}$$

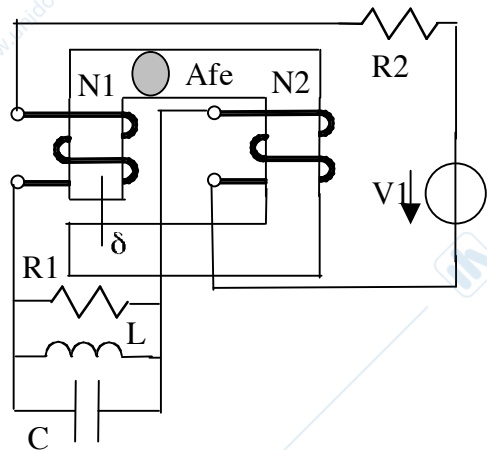
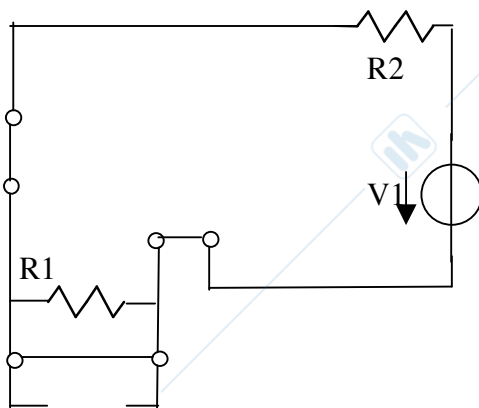


Figura 7.4

Soluzione

Per il calcolo delle auto e mutue induttanze è necessario tracciare la rete magnetica. Si ottiene quindi che $L_1 = N_1^2 / (\theta \delta) = 6.702$ mH, $L_2 = N_2^2 / (\theta \delta) = 168$ mH. Il coefficiente di mutua induttanza è pari a $L_m = N_2 \cdot N_1 / (\theta \delta) = 34$ mH. I morsetti corrispondenti sono quello inferiore dell'avvolgimento N_2 e quello superiore dell'avvolgimento N_1 .



Per calcolare la totale energia magnetica immagazzinata è necessario calcolare la corrente che percorre l'induttanza L e la corrente del mutuo induttore. Poiché il condensatore in regime stazionario equivale ad un circuito aperto, la resistenza R_1

risulta corto circuitata dall'induttanza L e il circuito elettrico è costituito da una sola maglia che comprende $V1$ e $R2$. La corrente è dunque pari a $I = V1/R2 = 4$ A. L'energia immagazzinata nell'induttanza L è quindi pari a $WL = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = 0.016$ J e l'energia immagazzinata nel mutuo induttore è pari a $W = \frac{1}{2} \cdot L1 \cdot I^2 + \frac{1}{2} \cdot L2 \cdot I^2 - Lm \cdot I^2 = 0.8579$ J. Quindi la totale energia immagazzinata è data dalla somma dei due contributi ed è pari a $W_{tot} = 0.874$ J

Esercizio 7.5

Dato il circuito in figura funzionante in regime stazionario, sono noti:

$R1 = 3 \Omega$, $R2 = 6 \Omega$, $N = 100$,

$V1 = 18$ V, $I1 = 10$ A

$A_{fe} = 100$ cm², $\delta = 1$ mm,

μ_{fe} infinita

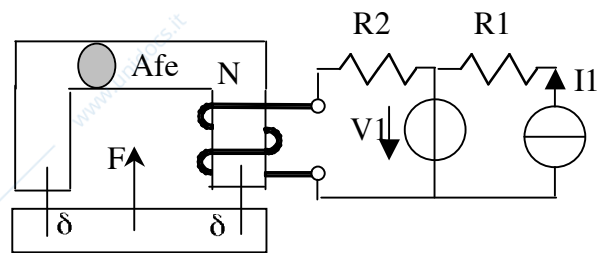


Figura 7.5

Determinare la forza F

Soluzione

Per il calcolo della forza è necessario calcolare il flusso ϕ che si ha nei trasferri. Si procede quindi con il calcolo della corrente che percorre l'avvolgimento di N spire e poi si risolverà la rete magnetica. Osservando che il generatore di corrente $I1$ e il resistore $R1$ non sono influenti agli effetti esterni in quanto in parallelo ad un generatore di tensione, si può calcolare la corrente che percorre l'avvolgimento come $I = V1/R2 = 3$ A. Se si disegna la rete magnetica, si ottiene una sola maglia e il calcolo del flusso nei trasferri porta a $\phi = (N \cdot I)/(2 \cdot \delta) = 1.885$ mWb. La forza F si calcola come $F = 2 \cdot \phi^2 / (2 \cdot \mu_0 \cdot A_{fe}) = 282.74$ N (è una forza attrattiva).

Esercizio 7.6

Dato il circuito in figura funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$R1 = 3 \Omega, R2 = 6 \Omega, R3 = 8 \Omega$$

$$N1 = 100, N2 = 150$$

$$I1 = 18 \text{ A},$$

$$A_{fe} = 100 \text{ cm}^2,$$

$$\delta = 1 \text{ mm}, \mu_{fe} \text{ infinita}$$

Determinare la forza F

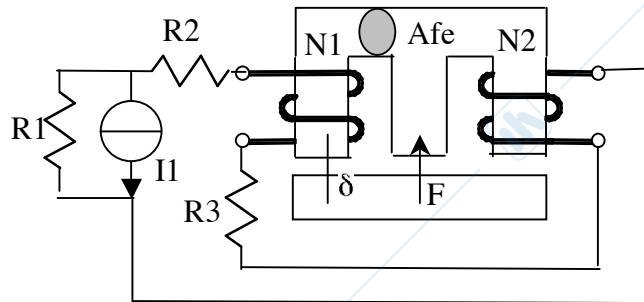
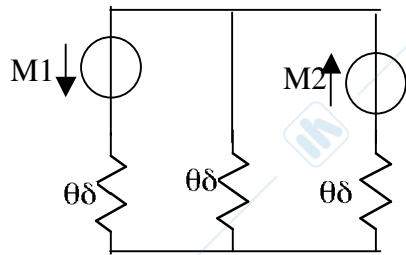


Figura 7.6

Soluzione



Per il calcolo della forza è necessario calcolare il flusso che si ha nei traferri. Si procede quindi con il calcolo della corrente che percorre gli avvolgimenti e poi si risolverà la rete magnetica. Tale corrente si calcola utilizzando la regola del partitore di corrente ed è data da $I =$

$I1 \cdot G23 / (G23 + G1) = 3.176 \text{ A}$, dove $G23 = 1 / (R2 + R3) = 0.071 \text{ S}$. Se si considera la rete magnetica, si ottengono due maglie, trasformando i due bipoli serie $M1 - \theta\delta$ e $M2 - \theta\delta$ nell'equivalente parallelo si ottiene la tensione magnetica ai capi della riluttanza del ramo centrale $U = (-N1 \cdot I / \theta\delta) + (N2 \cdot I / \theta\delta) / (3 / \theta\delta) = 52.94 \text{ Asp}$. I flussi nei tre traferri sono quindi $\phi1 = (U + N1 \cdot I) / \theta\delta = 4.657 \text{ mWb}$, $\phi2 = (U) / \theta\delta = 0.6653 \text{ mWb}$ e $\phi3 = (U - N2 \cdot I) / \theta\delta = -5.322 \text{ mWb}$. La forza F si calcola come $F = (\phi1^2 + \phi2^2 + \phi3^2) / (2 \cdot \mu_0 \cdot A_{fe}) = 2008 \text{ N}$ (è una forza attrattiva).

Esercizio 7.7

Sia dato il sistema in Figura con ingressi stazionari. Si determini la forza F esercitata sulla parte mobile nelle condizioni di funzionamento indicate i coefficienti di auto e mutua induttanza e l'energia accumulata.

$$I_1 = 15 \text{ A}$$

$$R_1 = 5 \text{ } \Omega, R_2 = 20 \text{ } \Omega, R_3 = 10 \text{ } \Omega$$

$$N_1 = 200 \text{ spire}$$

$$N_2 = 150 \text{ spire}$$

$$\mu_{fe} = \infty$$

$$A_{fe} = 150 \text{ cm}^2 \quad \delta = 3 \text{ mm}$$

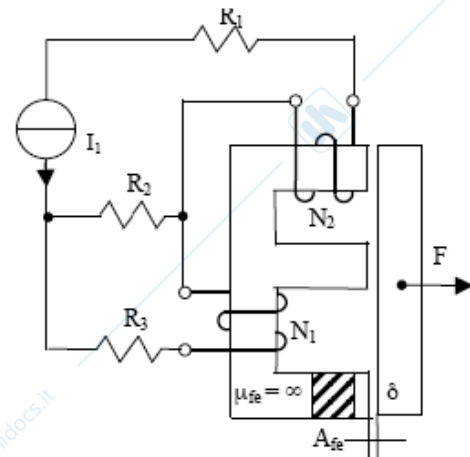


Figura 7.7

Soluzione

Per prima cosa è necessario calcolare i parametri di auto e mutua induttanza. Si considera quindi la rete magnetica e poiché la permeabilità del ferro è ipotizzata infinita, nel circuito magnetico compariranno solo le riluttanza dei traferri. In particolare si ottiene quanto segue: $\theta = \delta / (\mu_0 \cdot A_{fe}) = 1.592 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$, dove μ_0 è la permeabilità dell'aria ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$). Le auto induttanze si trovano come rapporto tra il numero di spire al quadrato e la riluttanza equivalente vista ai morsetti di una delle due f.m.m. quando il circuito sia reso passivo. Si ottiene quindi che $\theta_{eq1} = \theta_{eq2} = (3/2) \cdot \theta$, data dal parallelo di due riluttanze θ in serie a θ . L_1 è quindi pari a $L_1 = N_1^2 / \theta_{eq1} = 168 \text{ mH}$ e $L_2 = 94 \text{ mH}$. Per il calcolo della mutua induttanza si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che $\theta_{eq21} = 3\theta$ e $L_m = N_1 N_2 / \theta_{eq21} = 63 \text{ mH}$. Per il calcolo dell'energia immagazzinata è necessario calcolare la corrente I_a e I_b che percorre i due avvolgimenti calcolata con il verso entrante nei morsetti corrispondenti, (quello di sinistra nelle N_2 spire, quello in basso nelle N_1 spire). La corrente I_b che percorre le N_2 spire $I_b = I_1$ e la corrente I_a è pari a $I_a = I_1 \cdot (R_2) / (R_3 + R_2) = 10 \text{ A}$. Per il calcolo dell'energia si ottiene $W =$

$\frac{1}{2} \cdot L1 \cdot Ia^2 + \frac{1}{2} \cdot L2 \cdot Ib^2 + Lm \cdot Ia \cdot Ib = 28.405 \text{ J}$. Per il calcolo della forza è necessario calcolare i flussi nei tra ferri. Conviene calcolare la differenza di potenziale magnetico tra i due nodi della rete magnetica che risulta pari a $U = (N1 \cdot Ia - N2 \cdot Ib) / 3 = -83.33 \text{ Asp}$. Il flusso nei traferri è pari a $\phi1 = (N1 \cdot Ia - U) / \theta = 0.013 \text{ Wb}$, $\phi2 = (N2 \cdot Ib + U) / \theta = 0.014 \text{ Wb}$, $\phi3 = U / \theta = -5.23 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$. La forza è data da $F = (\phi1^2 + \phi2^2 + \phi3^2) / (2 \cdot \mu0 \cdot Afe) = 9689 \text{ N}$

Esercizio 7.8

Sia dato il circuito con ingressi stazionari riportato in figura 7.8. Sono noti:

$R1 = 20 \Omega$, $R2 = 5 \Omega$,

$V = 50 \text{ V}$, $\delta = 3 \text{ mm}$

$N1 = 150$, $N2 = 300$

$Afe = 150 \text{ cm}^2$

Si determinino i coefficienti di auto e mutua induttanza, l'energia totale accumulata nel campo magnetico (ipotizzando la permeabilità del ferro infinita) e la forza F specificando se si tratta di una forza attrattiva o repulsiva rispetto all'armatura in ferro superiore.

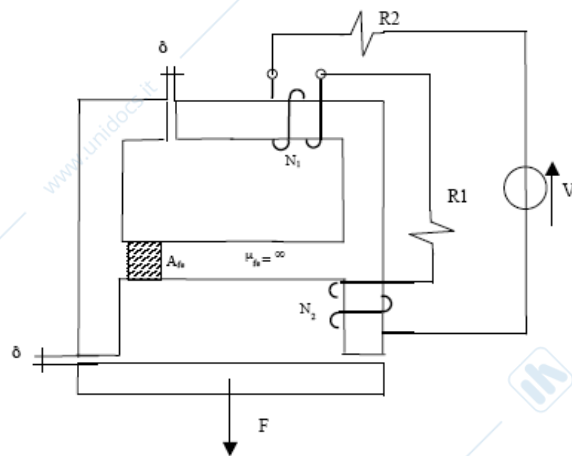
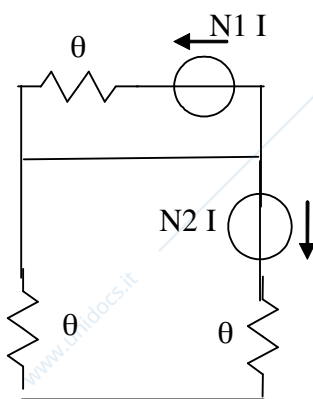


Figura 7.8

Soluzione

Per il calcolo delle auto e mutua induttanza è necessario riferirsi alla rete magnetica costituita da un generatore di f.m.m. $N1 \cdot I$ in serie ad



una riluttanza θ e in parallelo ad un ramo in corto circuito e ad un ramo costituito dal generatore $N2 \cdot I$ e dalla serie di 2θ . L'induttanza $L1$ è pari a $N1^2 / \theta_{eq}$, dove $\theta_{eq} = \theta = 1.592 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$, da cui risulta $L1 = 0.141 \text{ H}$. L'induttanza $L2$ è pari a $N2^2 / \theta_{eq2}$ dove $\theta_{eq2} = 2\theta$ e $L2 = 0.283 \text{ H}$. La mutua induttanza

è nulla a causa della presenza del ramo in corto circuito. Si risolve poi il circuito elettrico per trovare la corrente I che quindi è pari a $I = V / (R_1 + R_2) = 2 \text{ A}$. L'energia accumulata è quindi pari a $W = 1/2 \cdot L_1 \cdot I^2 + 1/2 \cdot L_2 \cdot I^2 = 0.848 \text{ J}$. Per il calcolo della forza è necessario trovare il flusso che interessa la parte mobile che è dato da $\varphi = N_2 \cdot I / (2 \cdot \theta) = 1.885 \text{ mWb}$. La forza è di natura attrattiva ed è pari a $F = 2 \cdot \varphi^2 / (2 \cdot \mu_0 \cdot A_{fe}) = 188.496 \text{ N}$

Esercizio 7.9

Dato il circuito in figura 7.9 funzionante in regime stazionario, sono noti:

$$R_1 = 5 \, \Omega, R_2 = 7 \, \Omega,$$

$$N_1 = 100, N_2 = 250$$

$$L = 3 \text{ mH}, C = 4 \, \mu\text{F},$$

$$A_{fe} = 18 \text{ cm}^2,$$

$$\delta = 1.75 \text{ mm}, \mu_{fe} \text{ infinita}$$

$$V_1 = 20 \text{ V}.$$

Determinare la forza F agente sulla struttura.

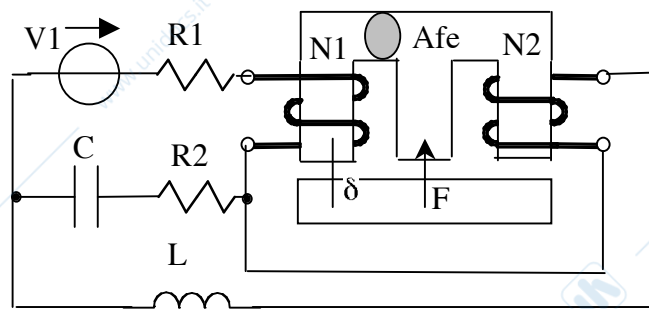
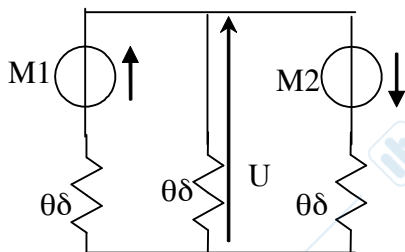


Figura 7.9

Soluzione



Per il calcolo della forza è necessario calcolare i flussi nei trasferri. Essendo il regime stazionario si ha che la corrente I è pari a $I = V_1 / R_1 = 4 \text{ A}$, ricordando che in regime stazionario l'induttore L è un corto circuito e la capacità C un circuito aperto. La rete magnetica è costituita da 2 maglie, e trasformando tutti i bipoli magnetici nel loro equivalente parallelo è possibile calcolare la tensione magnetica tra i due nodi della rete

magnetica. Questa vale $U = ((N1 \cdot I / \theta \delta) - (N2 \cdot I / \theta \delta)) / (3 / \theta \delta) = -200$
 Asp. Da cui è possibile calcolare i flussi $\varphi 1 = (N1 \cdot I - U) / \theta \delta = 0.77552$
 mWb , $\varphi 2 = -(U) / \theta \delta = -0.2585 mWb$, $\varphi 3 = (U + N2 \cdot I) / \theta \delta = 1.034 mWb$.
 La forza F di natura attrattiva è allora pari a come $F = (\varphi 1^2 + \varphi 2^2 + \varphi 3^2) / (2 \cdot \mu_0 \cdot A \cdot l) = 384.045 N$



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari