

ESERCITAZIONE 5

1.

ESERCIZIO 1

Sia data una macchina in corrente continua a eccitazione indipendente funzionante da motore caratterizzata dai seguenti dati:

potenza nominale $P_n = 20 \text{ kW}$
 tensione nominale di armatura $V_{an} = 220 \text{ V}$
 resistenza di armatura in per unità $r_a = 0.035$
 velocità nominale $N_n = 1800 \text{ RPM}$
 tensione di eccitazione nominale $V_{eccn} = 170 \text{ V}$
 corrente di eccitazione nominale $i_{eccn} = 5 \text{ A}$

Il motore è collegato ad un carico meccanico che richiede una coppia di carico $T_r = 70 \text{ Nm}$ con una velocità pari a $N_r = 1500 \text{ RPM}$. Ipotizzando che la macchina venga eccitata con tensione pari alla nominale, determinare la tensione di armatura, la corrente di armatura, il rendimento nominale.

Svolgimento

Per risolvere l'esercizio si utilizzano le equazioni della macchina funzionante da motore:

$$V_a = E + R_a \cdot I_a$$

$$E = k \cdot \omega$$

$$T = k \cdot i_a$$

Per determinare la resistenza di armatura è necessario trovare la corrente di armatura nominale, quindi ricordando che $P_n = E_n \cdot I_{an}$ e che $R_a = r_a \cdot V_{an} / I_{an}$, si ricava il seguente sistema di 2 equazioni in due incognite (I_{an} e k):

$$V_{an} = k \cdot \omega_n + r_a \cdot V_{an}$$

$$P_n = k \cdot \omega_n \cdot I_{an}$$

$$\text{Dove } \omega_n = N_n \cdot 2 \cdot \pi / 60 = 188.5 \text{ rad/s}$$

$$\text{Si ricava quindi } I_{an} = P_n / (V_{an} - r_a \cdot V_{an}) = 94.2 \text{ A}$$

$$k = P_n / (\omega_n \cdot I_{an}) = 1.1263 \text{ V} \cdot \text{s}$$

Poiché la macchina deve sviluppare una coppia pari a T_r si ricava che la corrente di armatura sarà pari a $I_a = T_r / k = 62.2 \text{ A}$ e $V_a = k \cdot \omega_r + R_a \cdot I_a = 182 \text{ V}$, dove $\omega_r = N_r \cdot 2 \cdot \pi / 60 = 157 \text{ rad/s}$.

Il rendimento nominale è dato dal rapporto tra la potenza resa e quella assorbita in condizioni nominali di funzionamento ed è pari a $\text{rend} = P_n / (P_n + R_a \cdot I_{an}^2 + V_{eccn} \cdot i_{eccn}) = 92.7\%$

2.

ESERCIZIO 2

Sia dato un generatore in CC a eccitazione indipendente caratterizzato dai seguenti dati:

$$P_n = 20 \text{ kW}$$

$$V_n = 400 \text{ V (tensione di armatura nominale)}$$

$$R_a \% = 2\%$$

$$N_n = 1500 \text{ RPM (velocità nominale espressa in giri/min)}$$

$$V_{eccn} = 200 \text{ V}$$

$$I_{eccn} = 1 \text{ A}$$

$$T_{att} = B\omega_r \text{ con } B = 0.025 \text{ Nms (coppia di attrito)}$$

Il generatore alimenta un carico di resistenza R_{load} pari a 10Ω a tensione pari alla nominale $V_{n_load} = 400 \text{ V}$. Si determini la coppia che il motore primo deve fornire, il rendimento, il rendimento nominale considerando le condizioni di eccitazione pari a quelle nominali.

Si procede calcolando la resistenza di armatura che sarà pari a $R_a = R_a \% / 100 * V_n / I_{an} = 0.16 \Omega$, dove $I_{an} = P_n / V_n = 50 \text{ A}$. Per determinare la coppia è necessario calcolare la corrente che sarà pari a $I_a = V_{n_load} / R_{load} = 40 \text{ A}$. Scrivendo la legge alla maglia si ottiene $V_{n_load} + R_a * I_a = k * \omega_r$ da cui si ricava $\omega_r = 156.4 \text{ rad/s}$, dove k è stato calcolato considerando la precedente relazione in condizioni nominali ottenendo $k = (V_n + R_a * I_{an}) / \omega_n = 2.597 \text{ Vs}$ con $\omega_n = N_n * 2 * \pi / 60 = 157 \text{ rad/s}$.

Di conseguenza si ottiene $T_{gen} = k * I_a = 103.89 \text{ Nm}$, quindi la coppia che il motore primo deve erogare è data da $T_{tot} = T_{gen} + T_{att} = T_{gen} + B * \omega_r = 107.81 \text{ Nm}$. Il rendimento è dato dal rapporto tra potenza resa e potenza assorbita ed è pari a $(V_{n_load} * I_a) / (T_{tot} * \omega_r + V_{eccn} * I_{eccn}) = 93.7\%$.

Viceversa il rendimento nominale è dato da $P_n / (P_n + R_a * I_{an}^2 + B * \omega_n + V_{eccn} * I_{eccn}) = 94.2\%$

3.

Sia dato un motore a eccitazione serie alimentato a tensione nominale $V_{an}=1000$ V, avviato con un reostato di resistenza pari a $R_{reostato}=2,2\Omega$ con una coppia di avviamento pari a $T_{avv}=7000$ Nm e una corrente di avviamento pari a $I_{avv}=400$ A. Ipotizzando un comportamento lineare del ferro si determini:

- La resistenza di eccitazione R_{ecc} , la resistenza di armatura R_a sapendo che le due resistenze sono uguali.

Una volta avviata la macchina viene disinserito il reostato, sapendo che la coppia nominale è pari a $T_n=3600$ Nm determinare la velocità nominale. Determinare inoltre la tensione di armatura V_a necessaria ad avere una velocità $\Omega=1.1\Omega_n$ con una coppia pari a $1.1 T_n$.

Per determinare la resistenza di eccitazione e di armatura si considera il circuito equivalente della macchina durante l'avviamento: esso è costituito dalla serie della $R_{reostato}$ e dalle due resistenze R_{ecc} e R_a . La corrente assorbita è nota ed è pari a I_{avv} , la tensione è pari a V_{an} , di conseguenza:

$$R_{ecc}+R_a=V_{an}/I_{avv}, \text{ da cui } R_{ecc}=R_a=0.15 \Omega.$$

Per svolgere la seconda parte dell'esercizio è necessario ricavare il k di proporzionalità tra la coppia e la corrente. Visto che sono note corrente e coppia di avviamento, tale k è pari a $k=T_{avv}/(I_{avv}^2)$ da cui segue $k=0.04375$ nm/A².

Nota la coppia nominale si calcola la corrente nominale e nota questa si trova la velocità nominale. La corrente nominale è pari a $I_{an}=\sqrt{T_n/k} = 286.9$ A. Quindi la velocità nominale è pari a $\Omega_n=(V_{an}-(R_a+R_{ecc})\cdot I_{an})/(k\cdot I_{an}) = 72.8$ rad/s.

La corrente di armatura è pari a $I_a=\sqrt{T_n\cdot 1.1/k} = 300.8$ A

La tensione di armatura necessaria è pari a $V_a=k\cdot I_a\cdot \Omega_n\cdot 1.1+(R_a+R_{ecc})\cdot I_a = 1144.5$ V

4.

ESERCIZIO 3

Sia dato un generatore in corrente continua a eccitazione indipendente caratterizzato dai seguenti dati:

$$P_{n_gen}=50 \text{ kW}$$

$$V_{an_gen}=500 \text{ V}$$

$$R_{a\%_gen}=2.5\%$$

$$N_{n_gen}=1500 \text{ RPM (velocità nominale)}$$

$$V_{eccn_gen}=200 \text{ V}$$

$$I_{eccn_gen}=2 \text{ A}$$

$$T_{att}=B \cdot \omega_r \text{ con } B=0.025 \text{ Nms}$$

Il generatore alimenta un carico caratterizzato dai seguenti dati:

$$R_l=10 \text{ } \Omega \text{ ad una tensione pari a } V_l=500 \text{ V.}$$

Il generatore è mosso da un motore in corrente continua a eccitazione indipendente caratterizzato dai seguenti dati:

$$P_{n_mot}=80 \text{ kW}$$

$$V_{an_mot}=200 \text{ V}$$

$$R_{a\%_mot}=3\%$$

$$N_{n_mot}=1500 \text{ RPM}$$

$$V_{eccn_mot}=200 \text{ V}$$

$$I_{eccn_mot}=2.5 \text{ A}$$

$$T_{att}=B \cdot \omega_r \text{ con } B=0.025 \text{ Nms (coppia di attrito)}$$

Si determinino la tensione di alimentazione del motore in modo che il carico si alimentato nelle condizioni indicate e il rendimento dell'intero sistema, ipotizzando le condizioni di eccitazione del generatore e del motore nominali.

Si consideri prima il solo generatore e poi il solo motore. Procediamo con il calcolo dei parametri del generatore e calcoliamo la coppia e la velocità che il motore deve fornire affinché sia alimentato il carico dato.

La resistenza di armatura che sarà pari a $R_{a_gen}=R_{a\%}/100 \cdot V_{an_gen}/I_{an_gen} = 0.125 \text{ } \Omega$, dove $I_{an_gen}=P_{n_gen}/V_{an_gen}=100 \text{ A}$. Per determinare la coppia è necessario calcolare la corrente che sarà pari a $I_{a_gen}=V_l/R_l = 50 \text{ A}$. Scrivendo la legge alla maglia si ottiene

$V_l+R_{a_gen} \cdot I_{a_gen}=k_{gen} \cdot \omega_{gen}$ da cui si ricava $\omega_{gen}=155.1 \text{ rad/s}$, dove k_{gen} è stato calcolato considerando la precedente relazione in condizioni nominali ottenendo

$$k_{gen}=(V_{an_gen}+R_{a_gen} \cdot I_{an_gen})/\omega_{n_gen} = 3.263 \text{ Vs con } \omega_{n_gen}=N_{n_gen} \cdot 2 \cdot \pi / 60 = 157 \text{ rad/s.}$$

Di conseguenza si ottiene $T_{gen}=k_{gen} \cdot I_{a_gen}=163 \text{ Nm}$, quindi la coppia che il motore in continua deve erogare è data da $T_{tot_gen}=T_{gen}+T_{att_gen}=T_{gen}+B_{gen} \cdot \omega_{gen}=167 \text{ Nm}$.

Si considera ora il solo motore partendo dalle specifiche ora ricavate ($T_{tot_gen} = 167 \text{ Nm}$ e $\omega_{gen}=155.1 \text{ rad/s}$).

Per determinare la resistenza di armatura e' necessario trovare la corrente di armatura nominale, quindi ricordando che $P_{n_mot}=E_{n_mot} \cdot I_{an_mot}$ e che

$R_{a_mot}=R_{a\%_mot} \cdot V_{an_mot}/I_{an_mot}$, si ricava il seguente sistema di 2 equazioni in due incognite (I_{an_mot} e k_{mot}):

$$V_{an_mot}=k_{mot} \cdot \omega_{n_mot}+R_{a\%_mot} \cdot V_{an_mot}$$

$$P_{n_mot}=k_{mot} \cdot \omega_{n_mot} \cdot I_{an_mot}$$

$$\text{Dove } \omega_{n_mot}=N_{n_mot} \cdot 2 \cdot \pi / 60 = 157 \text{ rad/s}$$

Si ricava quindi $I_{an_mot} = P_n_mot / (V_{an_mot} - R_{a\%_mot} * I_{an_mot}) = 412.4 \text{ A}$
 $k_mot = P_n_mot / (\omega_n_mot * I_{an_mot}) = 1.1235 \text{ V*s}$ e $R_{a_mot} = 0.0145 \Omega$.

Poiché la macchina deve sviluppare una coppia pari a T_{tot_gen} si ricava che la corrente di armatura sarà pari a $I_{a_mot} = (T_{tot_gen} + B_{mot} * \omega_{gen}) / k_{mot} = 138.4 \text{ A}$ e
 $V_{a_mot} = k_{mot} * \omega_{gen} + R_{a_mot} * I_{a_mot} = 193.6 \text{ V}$. Il rendimento è dato dal rapporto tra la potenza resa e quella assorbita
 $rend = (R_l * I_l^2) / (V_{a_mot} * I_{a_mot} + V_{eccn_mot} * I_{eccn_mot} + V_{eccn_gen} * I_{eccn_gen}) = 90.3\%$

5.

ESERCIZIO 4

Sia dato un motore in corrente continua a eccitazione indipendente caratterizzato dai seguenti dati:

$P_n_mot = 10 \text{ kW}$

$V_{an_mot} = 200 \text{ V}$

$R_{a\%_mot} = 2\%$

$N_n_mot = 1500 \text{ RPM}$

$V_{eccn_mot} = 200 \text{ V}$

$I_{eccn_mot} = 1 \text{ A}$

$T_{att} = B * \omega_r$ con $B = 0.025 \text{ Nms}$ (coppia di attrito)

Il motore muove un carico di potenza nominale pari a $P_l = 5 \text{ kW}$ ad una velocità pari a $\omega_l = 100 \text{ rad/s}$. Il motore è alimentato da un generatore in corrente continua a eccitazione indipendente caratterizzato dai seguenti dati:

$P_n_gen = 16 \text{ kW}$

$V_{an_gen} = 200 \text{ V}$

$R_{a_gen} = 100 \text{ m}\Omega$

$N_n_gen = 1500 \text{ RPM}$ (velocità nominale)

$V_{eccn_gen} = 48 \text{ V}$

$I_{eccn_gen} = 5 \text{ A}$

$T_{att} = B * \omega_r$ con $B = 0.025 \text{ Nms}$

Si determinino la coppia e la velocità di rotazione che il motore primo accoppiato con il generatore deve avere affinché il carico meccanico sia alimentato nelle sue condizioni nominali. Si ipotizzi che sia il motore che il generatore siano eccitati nelle condizioni nominali, calcolare il rendimento dell'intero sistema.

Si consideri prima il solo motore e poi il solo generatore. Procediamo con il calcolo dei parametri del motore e calcoliamo la tensione e la corrente di armatura richiesti per muovere il carico meccanico accoppiato con il motore.

Per determinare la resistenza di armatura è necessario trovare la corrente di armatura nominale, quindi ricordando che $P_n_mot = E_n_mot * I_{an_mot}$ e che

$R_{a_mot} = R_{a\%_mot} * V_{an_mot} / I_{an_mot}$, si ricava il seguente sistema di 2 equazioni in due incognite (I_{an_mot} e k_{mot}):

$$V_{an_mot} = k_{mot} * \omega_n_mot + R_{a\%_mot} * V_{an_mot}$$

$$P_n_mot = k_{mot} * \omega_n_mot * I_{an_mot}$$

Dove $\omega_{n_mot} = N_{n_mot} * 2 * \pi / 60 = 157 \text{ rad/s}$

La resistenza di armatura sarà pari a $R_{a_mot} = R_a \% / 100 * V_{an_mot} / I_{an_mot} = 0.078 \Omega$, dove $I_{an_mot} = P_{n_mot} / (V_{an_mot} - R_a \%_{mot} * V_{an_mot}) = 51.02 \text{ A}$

$k_{mot} = P_{n_mot} / (\omega_{n_mot} * I_{an_mot}) = 1.2478 \text{ V*s}$, con $\omega_{n_mot} = N_{n_mot} * 2 * \pi / 60 = 157.07 \text{ rad/s}$.

Poiché la macchina deve sviluppare una coppia pari a $T_l = P_l / \omega_l + B * \omega_l = 52.5 \text{ Nm}$, si ricava che la corrente di armatura sarà pari a $I_{a_mot} = T_l / k_{mot} = 42.07 \text{ A}$ e $V_{a_mot} = k_{mot} * \omega_l + R_{a_mot} * I_{a_mot} = 128.07 \text{ V}$.

Si consideri ora il generatore il corrente continua. Poiché il generatore deve alimentare il motore si avrà che la coppia necessaria è pari a $T_{gen} = k_{gen} * I_{a_mot} = 55.71 \text{ Nm}$, dove $k_{gen} = (V_{an_gen} + R_{a_gen} * I_{an_gen}) / (\omega_{n_gen}) = 1.3242 \text{ V*s}$, dove $I_{an_gen} = P_{n_gen} / V_{an_gen} = 80 \text{ A}$. A questa coppia bisogna aggiungere quella di attrito data dal prodotto di B per la velocità ω_{gen} . Tale velocità può essere ricavata dalla relazione $V_{gen} + R_{a_gen} * I_{a_gen} = E_{gen} = k_{gen} * \omega_{gen}$, da cui si ricava $\omega_{gen} = (V_{gen} + R_{a_gen} * I_{a_gen}) / (k_{gen}) = 99.89 \text{ rad/s}$ da cui si ricava la coppia che il motore primo deve sviluppare data da $T_{tot_gen} = T_{gen} + B * \omega_{gen} = 58.21 \text{ Nm}$.

Il rendimento è dato dal rapporto tra la potenza resa e quella assorbita

$rend = (P_l) / (T_{tot_gen} * \omega_{gen} + V_{eccn_mot} * I_{eccn_mot} + V_{eccn_gen} * I_{eccn_gen}) = 79.9\%$.