

Prova Scritta di Matematica Generale Modulo A - 31 ottobre 2025	Prof.	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

LEGGERE ATTENTAMENTE

- Durante la prova scritta, **della durata di 60 minuti**, non sono ammessi appunti, eserciziari, libri o testi di alcun tipo, né l'uso della calcolatrice e di qualsiasi correttore. Il compito deve essere scritto a penna.
- Il punteggio è indicato accanto ad ogni domanda. La risposta errata vale **0 punti**.
- Le soluzioni degli esercizi devono essere scritte **esclusivamente su questo foglio** negli spazi indicati. Negli esercizi *aperti* riportare i passaggi necessari alla comprensione della soluzione.
NON VERRANNO ACCETTATI FOGLI DI PROTOCOLLO AGGIUNTIVI.
- Per superare la prova è necessario ottenere almeno 4 punti negli esercizi della *Prima Parte*.

Esercizi della prima parte

1. (1 punto) Il dominio D_f della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-5x} - 5x^2 + 2$$

è:

- (a) $D_f = [-1,1]$
 (b) nessuna delle altre risposte è corretta
 (c) $D_f = (-\infty, \frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{5}, +\infty)$
 ► (d) $D_f = [-1, \frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{5}, 1]$
 (e) $D_f = (-1, \frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{5}, 1)$

2. (1 punto) Per quali valori del parametro a il sistema

$$\begin{cases} 5x - 4y - 2z = 34 \\ 9x + ay + (4a - 9)z = 0 \\ 9x + (a - 4)\sqrt{z} + 17y = 13 \end{cases}$$

è lineare?

- (a) $a = 6$
 (b) $a = 0$
 (c) $a = \frac{9}{4}$
 (d) per ogni valore di a
 ► (e) $a = 4$

6 punti

3. (1 punto) Quale delle seguenti rappresenta l'equazione di una curva di livello della funzione

$$f(x,y) = \ln(3x^2 - 7y)?$$

- (a) nessuna delle altre risposte è corretta.
- (b) $y = -\frac{3}{7}x^2 - 4$.
- ▶ (c) $y = \frac{3}{7}x^2 - 21$.
- (d) $y = -\frac{3}{7}x - 6$.
- (e) $y = \frac{3}{7}x - 6$.

4. (1 punto) Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ \sqrt{6} & 25 \end{bmatrix}$$

il $\det(A^{-3})$ è uguale a

- (a) $-\frac{3}{2}$
- (b) non si può calcolare
- (c) 8
- (d) -6
- ▶ (e) $\frac{1}{8}$
- (f) nessuna delle altre risposte è corretta

5. (1 punto) Quale dei seguenti insiemi è costituito da vettori linearmente indipendenti?

- (a) $[0,0,0]^T, [-3,0,-6]^T, [0,9,6]^T$
- (b) nessuna delle altre risposte è corretta
- ▶ (c) $[3,9,0]^T, [0,9,0]^T, [3,0,9]^T$
- (d) $[3,0,6]^T, [0,9,6]^T, [6,0,12]^T$

6. (1 punto) Dati due sottoinsiemi limitati A e B di \mathbb{R} , quali tra le seguenti disuguaglianze è vera, comunque si scelgano A e B :

- (a) $\inf(A) \leq \sup(B)$
- (b) nessuna delle altre risposte è corretta
- (c) $\sup(B) \geq \sup(A)$
- ▶ (d) $\sup(A) + 12\sup(B) \geq \inf(A) + 12\inf(B)$
- (e) $\inf(A) + \sup(B) \geq \inf(A)$

Esercizi della seconda parte

1. (1 punto) Il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 3y = 2 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

10 punti

(a) ammette come unica soluzione il vettore $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

- ▶ (b) nessuna delle altre risposte è corretta
- (c) ammette esattamente 2 soluzioni
- (d) ammette ∞^1 soluzioni
- (e) è impossibile

2. (2 punti) La funzione

$$f(x) = \begin{cases} -6 - \sqrt{x-8} & \text{per } x \geq 8 \\ 8x - 71 & \text{per } x < 8 \end{cases}$$

- (a) nessuna delle altre risposte è corretta
- (b) non è definita in $x = 8$
- (c) è limitata
- (d) presenta in $x = 8$ un punto di minimo locale
- ▶ (e) presenta in $x = 8$ un punto di massimo locale

3. (1 punto) Data una matrice A di tipo $(9,8)$ tale che $r(A) = 8$, si consideri il sistema lineare non omogeneo $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Quali delle seguenti affermazioni risulta corretta:

- (a) Il sistema non ammette mai soluzione.
- ▶ (b) Il sistema ammette una ed una sola soluzione se e solo se $r(A) = r(A|\mathbf{b})$.
- (c) nessuna delle altre risposte è corretta
- (d) Il sistema ammette una ed una sola soluzione per ogni \mathbf{b} .
- (e) Il sistema ammette infinite soluzioni se e solo se $r(A) = r(A|\mathbf{b})$.

4. (1 punto) L'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{-x^2 + 9x - 18}{x - 5}}$$

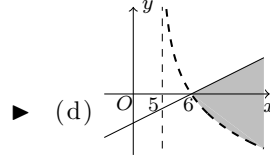
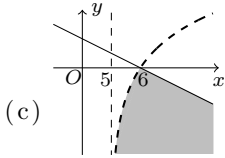
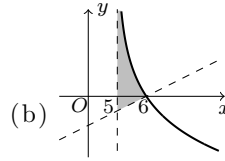
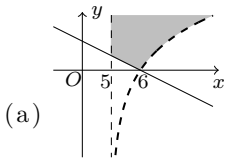
è:

- (a) $x < 3 \vee 5 \leq x < 6$
- (b) $3 \leq x < 5 \vee x \geq 6$
- (c) $x < 3 \vee x > 6$
- (d) $x \leq 3 \vee 5 \leq x \leq 6$
- ▶ (e) $x \leq 3 \vee 5 < x \leq 6$

5. (2 punti) Indicare in quale dei seguenti grafici la regione di colore grigio rappresenta il dominio della funzione

$$f(x,y) = \frac{\sqrt[3]{x-3y-6}}{\sqrt[4]{3\ln(x-5)+y}}$$

(la parte di bordo tratteggiata non appartiene alla regione)



(e) Nessuna delle altre risposte è corretta

6. (1 punto) Siano

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 \end{bmatrix}^T$$

$$\text{e } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Allora:

- (a) Il prodotto CBA non è definito.
 ► (b) $\text{rango}(CBA) = 1$
 (c) $\text{rango}(CBA) = 2$
 (d) $\text{rango}(CBA) = 3$
 (e) nessuna delle altre risposte è corretta

7. (1 punto) Sia

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

L'elemento di posto (3,2) di A^{-1} è:

- (a) $\frac{1}{2}$
 (b) A non è invertibile
 (c) $-\frac{1}{2}$
 (d) nessuna delle altre risposte è corretta

8. (1 punto) La funzione

$$f(x) = \sqrt{x-4} + 8$$

- (a) nessuna delle altre risposte è corretta
 (b) ammette massimo assoluto nel suo dominio di definizione
 (c) è strettamente decrescente
 ► (d) ammette minimo assoluto in $[32, +\infty)$
 (e) ammette massimo e minimo assoluto in $[4, +\infty)$