$f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ $x_0 \in (a, b)$ f e

in x_0 se $\exists\, m \in \mathbb{R}$ tale che

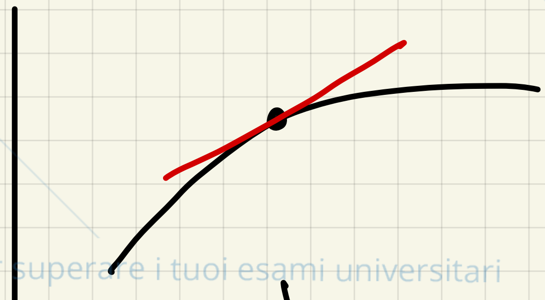
$$f(x) = f(x_0) + m(x - x_0) + o(x - x$$

$$m = \underbrace{f'(x_0)}_{df(x_0)}$$

$$P_1(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$ polinom

$$df(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$f(x) \approx P_1(x) \quad x \rightarrow x_0$$ approssimazio

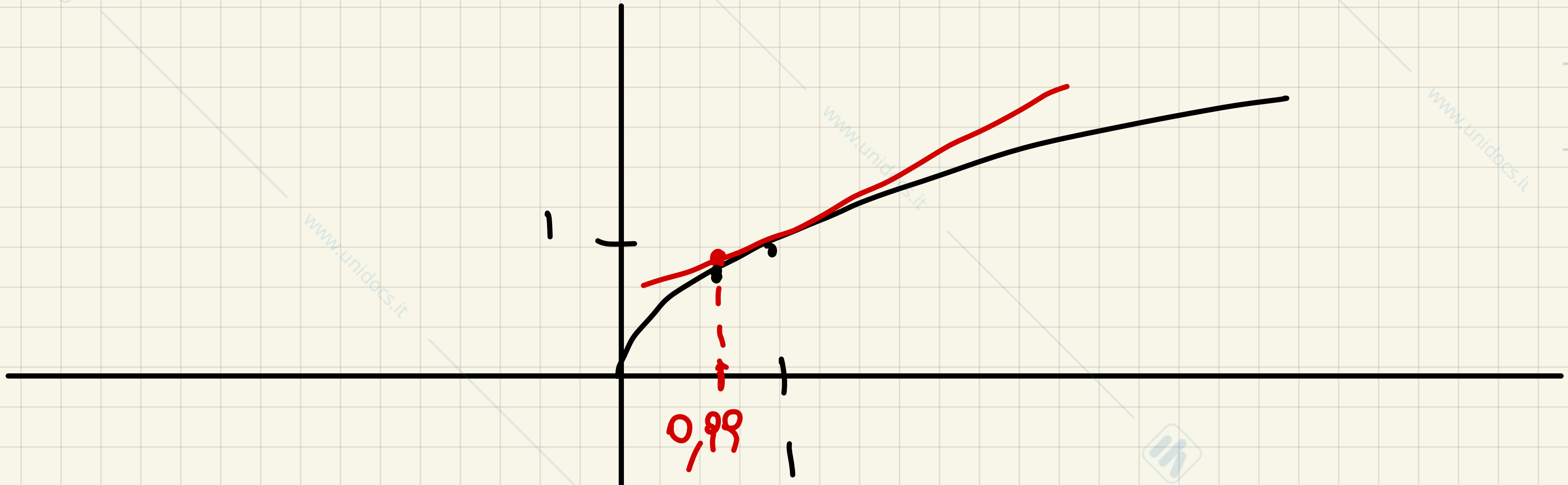


Es 1 Scrivere l'approssimazione lineare di

e utilizzarla per calcolare un valore a

$$P_1(x) = f(1) + f'(1)(x-1) \qquad (f$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(x-1)$$



$$P_1(0,99) = 1 + \frac{1}{2}(-0,01) = 1 - 0,005 = 0$$

calcolare df $\quad f = x$

$$df(x_0) = 1 \cdot h \qquad dx = h$$

$$\overset{\displaystyle df}{\underset{x}{\shortparallel}}$$

Ricerca dei massimi e minimi d

$f : I \to \mathbb{R} \qquad x_0 \in I$

1) Se x_0 è un punto di massimo /

$\Rightarrow \quad f'(x_0) = 0$? NO

$f(x) = |x|$ in $\mathbb{R}$

$x_0 = 0$ punto di minimo ma

$f(x) = x \qquad 0 \leq x \leq 1$

$x_0 = 0$ punto di min $\qquad f'(0) =$

$x_0 = 1$ " " max

Un punto x_0 che è un punto di
locale di f in I o è un punto
(es $x_0 = 0 \quad f(x) = |x|$) o è un pu
(es $x_0 = 0 \quad f(x) = x$ in $[0, 1]$) o
stazionario ($f'(x_0) = 0$)

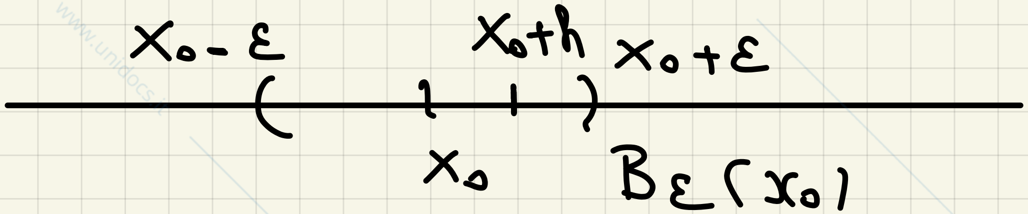
Teorema di Fermat (H) p. 506

$f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x_0 \in A \qquad x_0$

di f in A $\quad f$ deriv in $x_0 \quad x_0$ pu

$\Rightarrow \quad \exists\, B(x_0)$ tale che $\quad f(x_0) \geq f(x$

$\exists\, B_\varepsilon(x_0) \subseteq A \quad$ " $\quad$ "



se h è tale che

calcoliamo il rapporto incrementale di

$$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} \begin{cases} \leq 0 & \text{se} \\ \geq 0 & \text{se} \end{cases}$$

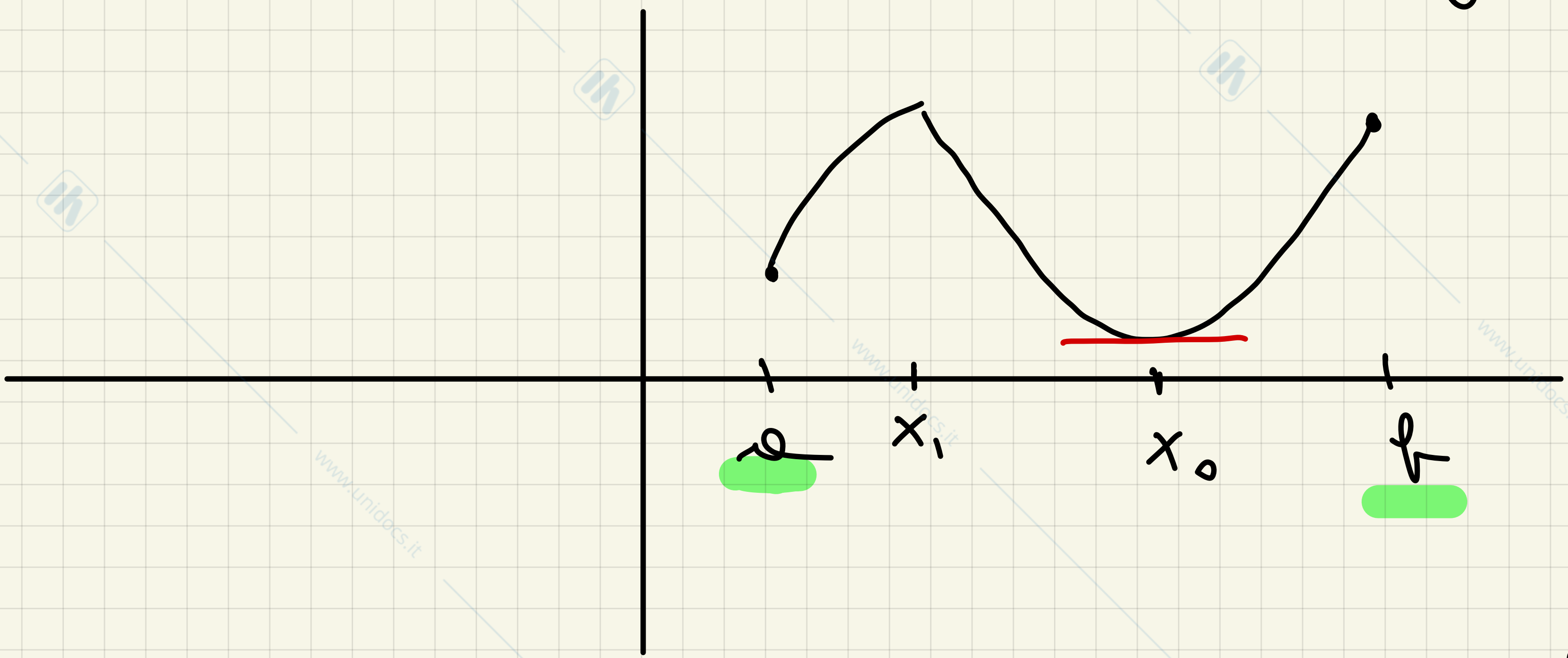
$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} \geq 0$$ per il
per mon

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} \leq 0$$

Def. Si chiama **punto stazionario** (criti

in cui f è derivabile e $f'(x_0) = 0$

in un punto stazionario la retta tangent



Se x_0 è un punto stazionario di f

di max o di min ? NO

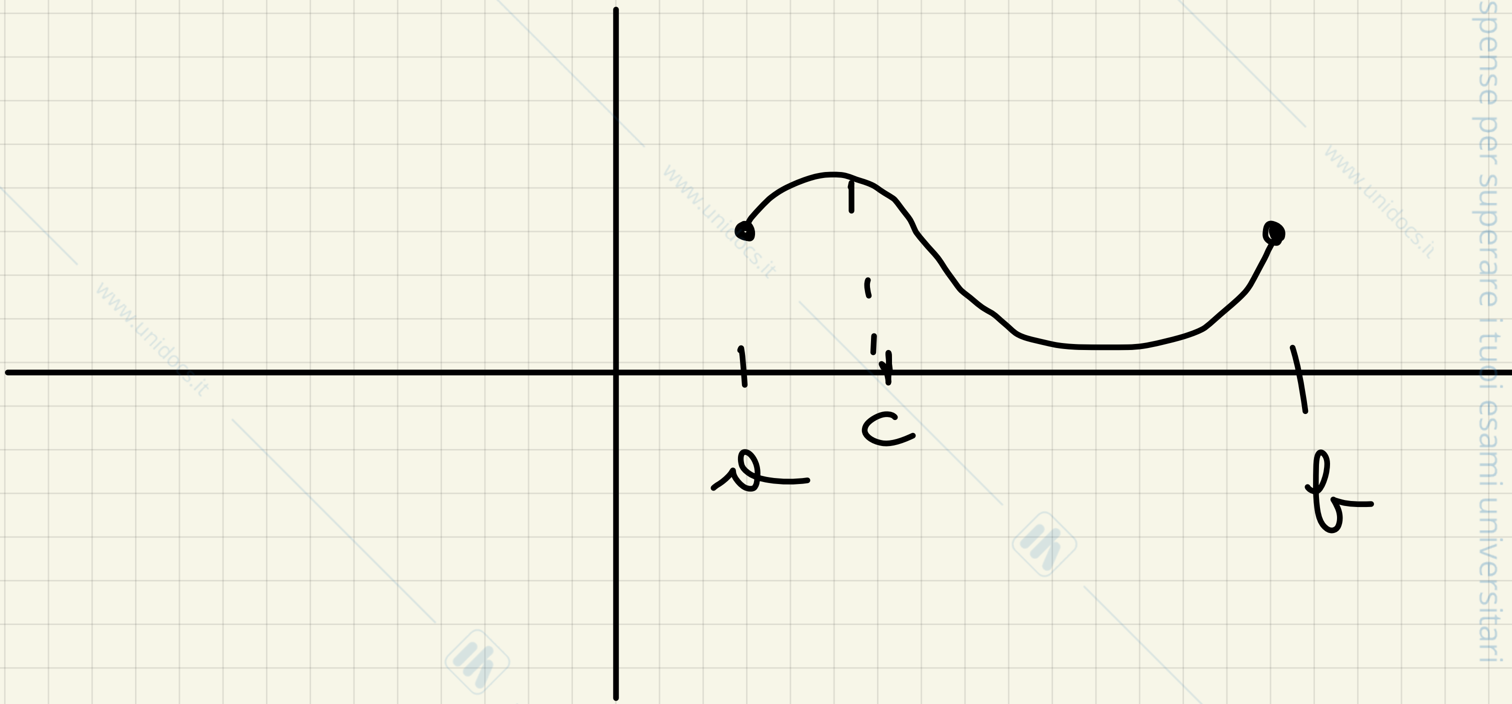
$f(x) = x^3 \qquad x_0 = 0 \qquad f'(0)$

Teorema di Rolle (H1) pag 511 Teo 67

$f : [a, b] \to \mathbb{R}$ $\quad f$ continua in [

in (a, b) , $f(a) = f(b) \implies \exists\, c \in$

$f'(c) = 0$



DIM. Per il teorema di Weierstrass f

Se x_1 e x_2 sono entrambi punti di f

$x_1 = a \quad x_2 = b \quad f(a) = f(b)$

$\Rightarrow f(x) = \text{cost} \Rightarrow \exists\, c \in (a, b)$ t.c.

Se x_1 o x_2 e' punto interno

$x_1 \in (a, b)$

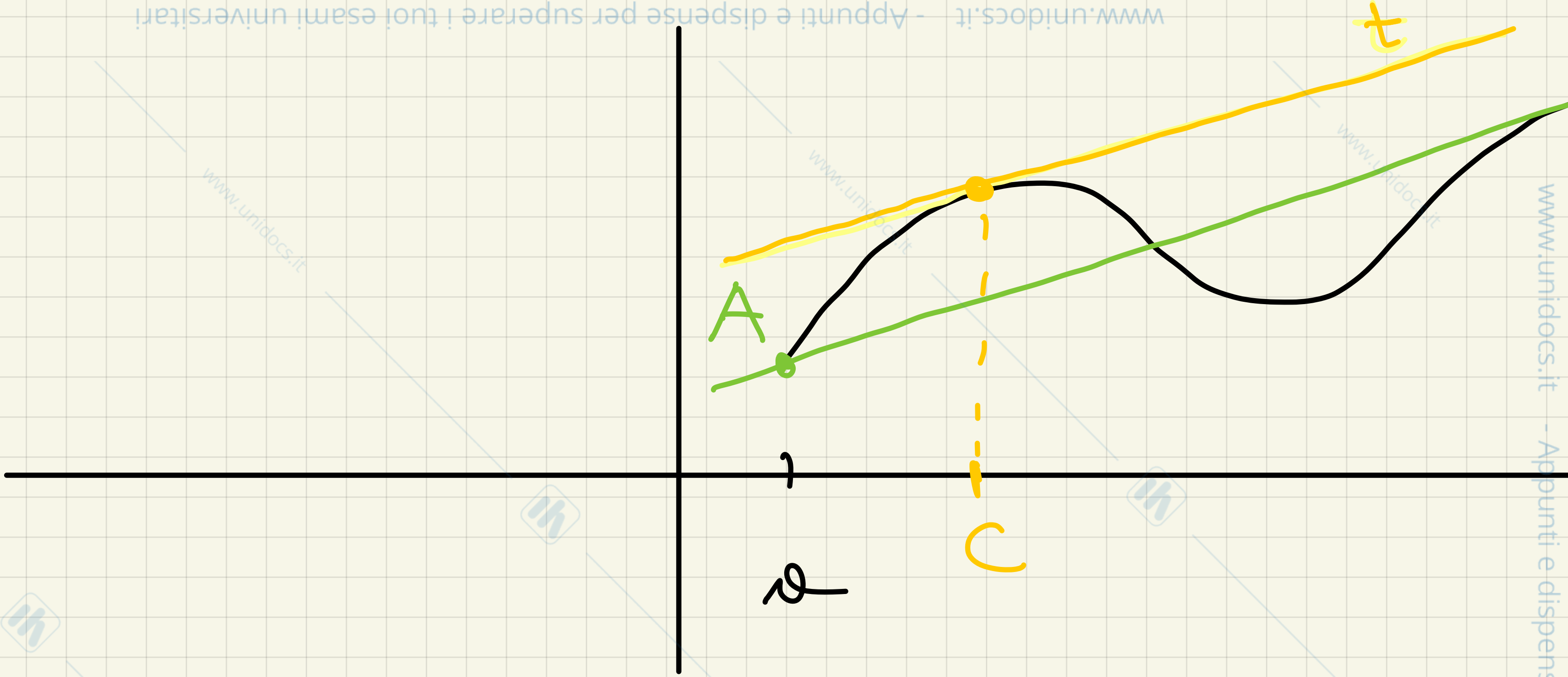
$\Rightarrow$ per il teorema di Fermat $f'(x_1)$

Teorema di Lagrange (+1) pag 511 Teo

$f : [a, b] \to \mathbb{R}$ f continua in $[a,$

$\Rightarrow \exists\, c \in (a, b)$ tale che :

$f(b) - f(a) = f'(c)$



dim.

Equazione della retta per $A = (a, f(a))$ e

$$y = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}(x-a) + f($$

Sia $g(x) = f(x) - \left[\frac{f(b)-f(a)}{b-a} (x \right.$

g è continua in $[a, b]$ e derivabile in

$$g'(x) = f'(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$g'(c) = 0$ se e solo se $f'(c) =$

Interpretazione cinematica:

$s(t)$ legge oraria $t_1 \le t \le t_2$

$s(t)$ continua in $[t_1, t_2]$ deriv. in $(t_1, t_2$

$\exists\ t_0$ t.c. $s'(t_0) = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$

$v(t_0) = v_m$

Es $f(x) = x^2$ in $[a, b]$

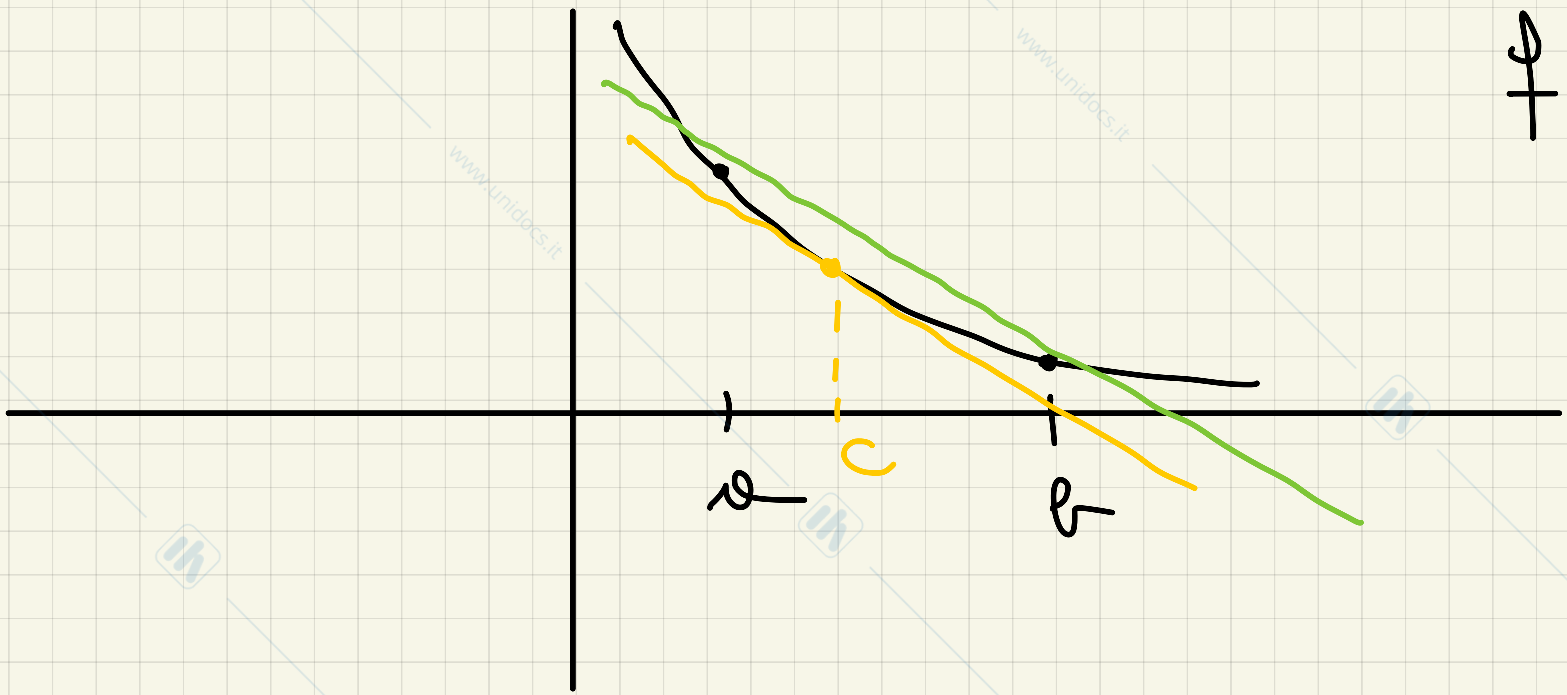
$2c = b$

$c =$

$f(x) = \frac{1}{x}$ $\quad a, b > 0$

f deriv

$f'(c) =$

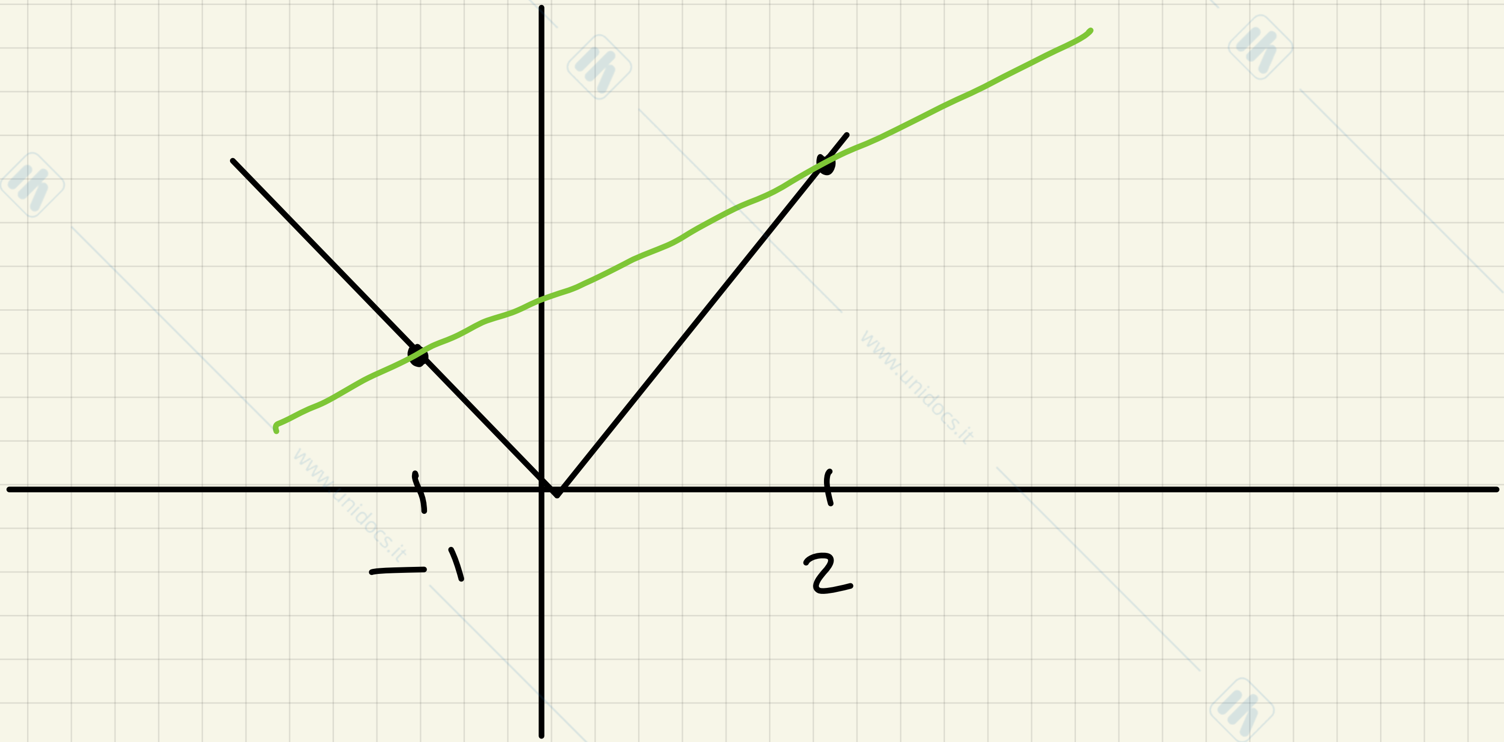


$-\frac{1}{c^2}$

$-\frac{1}{c^2}$

Es $\quad f(x) = |x|$ in $[-1, 2]$ non verifica Lagrange

f non è deriv. in $(-1, 2)$ $\quad \nexists f'(0)$



Es $\quad f(x) = x^3 - x$ in $[-3, 3]$

f è deriv. in $[-3, 3]$

$$3c^2 = 9$$

$$c^2 = 3$$

$$c = \pm\sqrt{3}$$

Es $\quad f(x) = \begin{cases} x & 0 < x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ $\quad$ f e

f e' deriv. x $x \neq 1$

x $x = 1$ $\quad$ f e' continua in $x=1$

$$f'_+(1) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 1$$

$$= -1$$