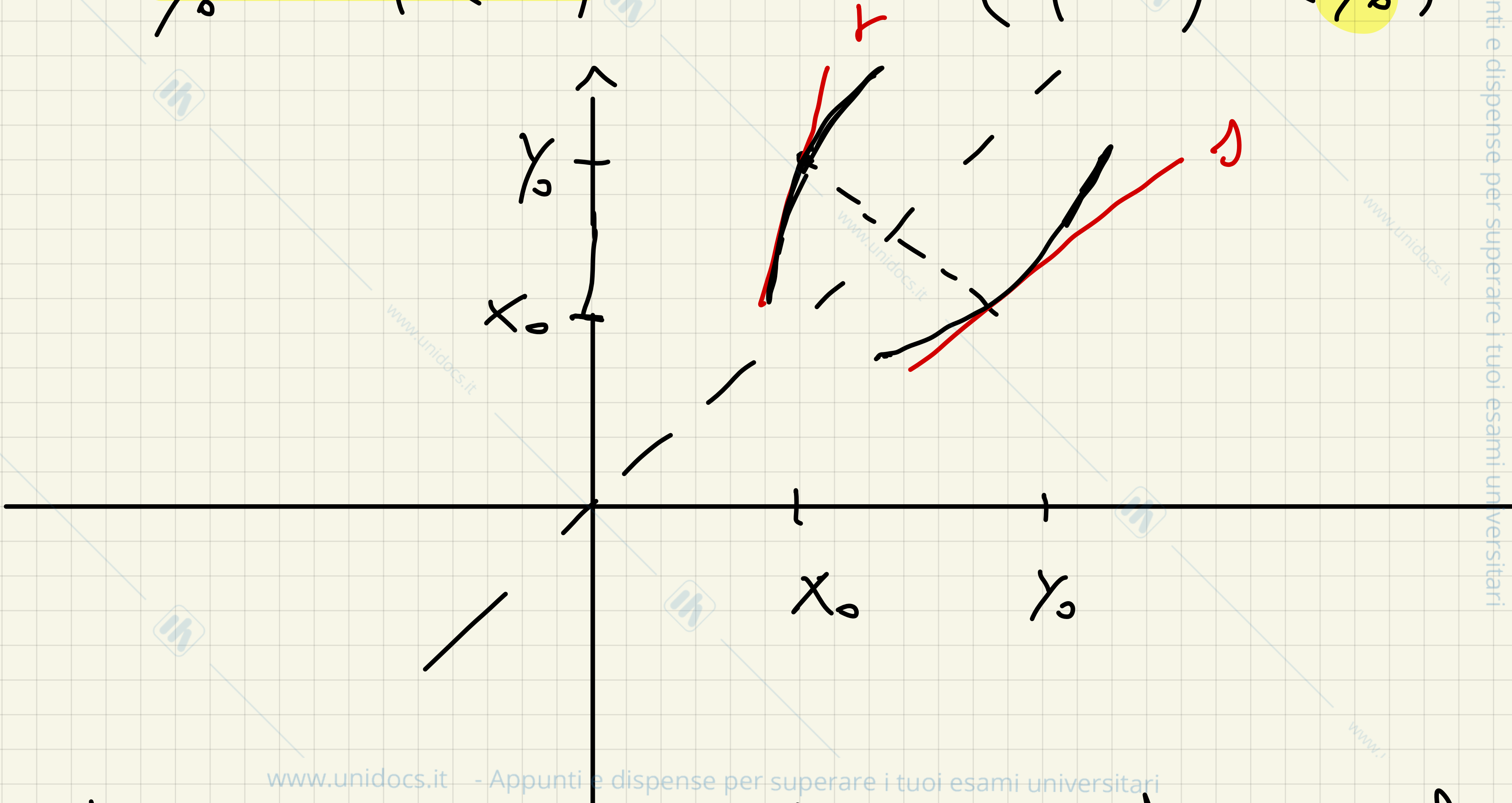
DERIVAZIONE DELLA FUNZIONE INVERSA

$f(x)$ definita in un intorno $B(x_0)$
e $f'(x_0) \neq 0$ f invertibile $\Longrightarrow$
in $y_0 = f(x_0)$ e $(f^{-1})'(y_0) =$



Es $f(x) = e^x$ derivata di f^{-1}

$f'(x) = e^x \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} \qquad y = e$$

$$= \frac{1}{e^x}$$

$$= \frac{1}{y}$$

Es $f(x) = e^{2x} + x^3$ verificare che f

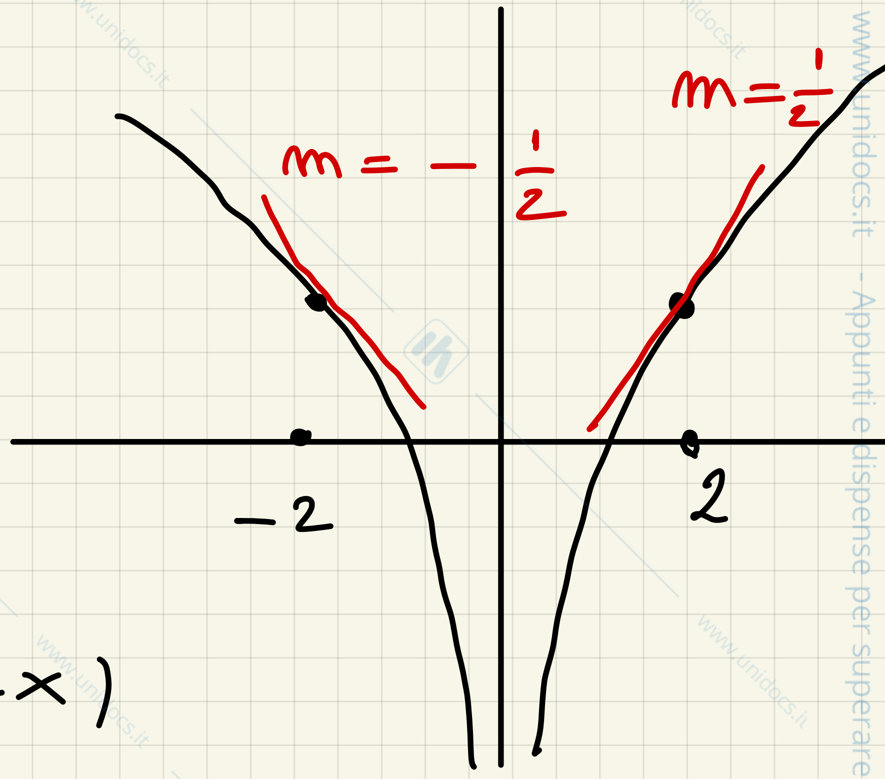
e calcolare $(f^{-1})'(1)$

f e' invertibile perche' e' strett. cresc. (

$e^{2x_1} < e^{2x_2}$, $x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow e^{2x_1} + x_1^3$

$$f'(x) = e^{2x} \cdot 2 + 3x^2$$

Es $\quad f(x) = \ln|x|$



Se $x > 0 \quad f(x) = \ln x$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

Se $x < 0 \quad f(x) = \ln(-x)$

$$f'(x) = \frac{1}{-x}(-1)$$

$$= \frac{1}{x}$$

$f(x) = \ln|x| \qquad f'(x) = \frac{1}{x}$

$1 + x^2 \geq 0$

$x \quad -x$

$1 + x^2$

$\forall x \leq$

dominio $\mathbb{R}$

$x \quad -x$

$\forall x > 0$

$$f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)'$$

$$= \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} \left(1 + \frac{1}{2}(1+x^2)^{\frac{1}{2}-1}\right.$$

$$= \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{\sqrt{1+x^2} + x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}\left[\ln(x^2-1)\right]^{\frac{1}{3}-1} D \ln(x^2-$$

$$= \frac{1}{3}\left[\ln(x^2-1)\right]^{-\frac{2}{3}} \frac{1}{x^2-1} \cdot 2x$$

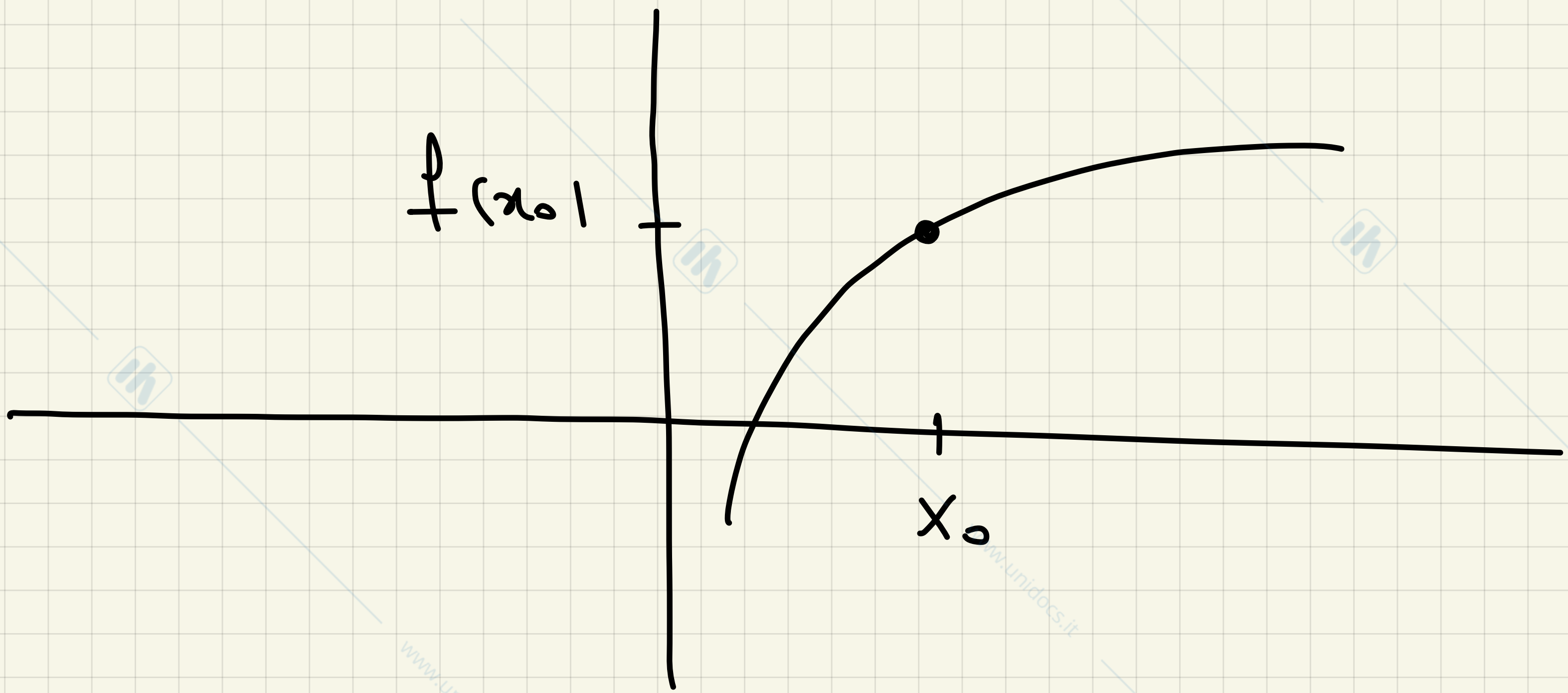
Derivate successive

f derivabile in $(a, b) \Rightarrow f'$ è una f
(a, b), se f' è derivabile in $(a, b) =$
funzione definita in (a, b) f

Es $$f''(x) = \frac{2}{3}\left[-\frac{2}{3} \ln^{-\frac{5}{3}}(x^2-1) \cdot \frac{1}{x^2-1} \right.$$

$$\left. + \left[\ln(x^2-1)\right]^{-\frac{2}{3}} \frac{x^2-1-x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} \right]$$

DIFFERENZIABILITÀ



DEF. $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ $\quad x_0 \in (a,b)$

Si dice che f è **DIFFERENZIABILE** in x_0

tale che

$$f(x) = f(x_0) + m(x - x_0) +$$

per $x \to x_0$
di ordine superiore rispetto a $x - x_0$

$f(x_0) + m(x - x_0)$ è una funzione il

una retta che passa per $(x_0, f(x_0))$

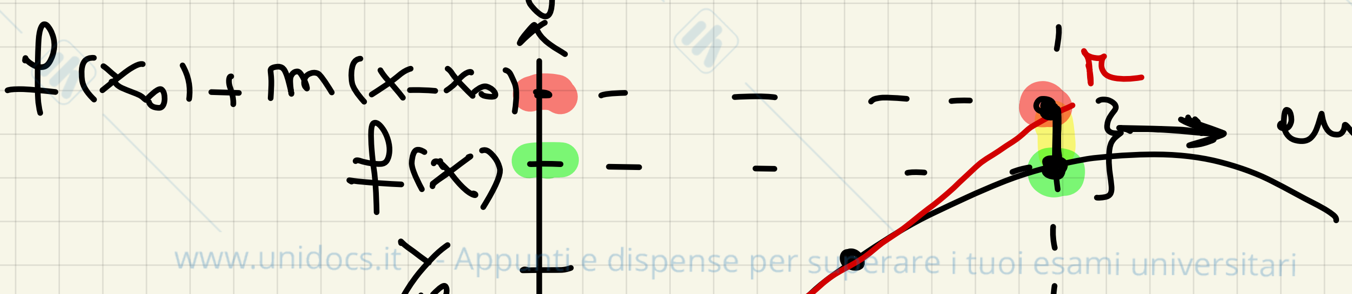
$f(x_0) + m(x - x_0) = P_1(x)$ polinomio

f è differenziabile in x_0 se $f(x) \approx$

e l'errore di approssimazione è un o

cioè se il grafico

approssima col grafico di una retta ret



r :

Teorema (H) Relazione tra derivate

limite (Teo 619 p. 468)

$f : (a,b) \to \mathbb{R}$ $\quad x_0 \in (a,b)$

f è DIFFERENZIABILE in x_0 se e s[…]

DERIVABILE in x_0 e $m = f'(x_0)$

Dim.

$\Rightarrow)$ $\displaystyle\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{m(\ldots}{\ldots}$

$= \displaystyle\lim_{x \to x_0} m + \frac{o(x - x_0)}{\ldots} = m \Rightarrow$

$$\Longrightarrow \lim_{x \to x_0} \left[\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} - f'(x_0) \right]$$

$$\Longrightarrow \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0)}{(x - x_0)}$$

$$\Longrightarrow f(x) - f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0) =$$

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

DEF. $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ $\quad x_0 \in (a, b)$

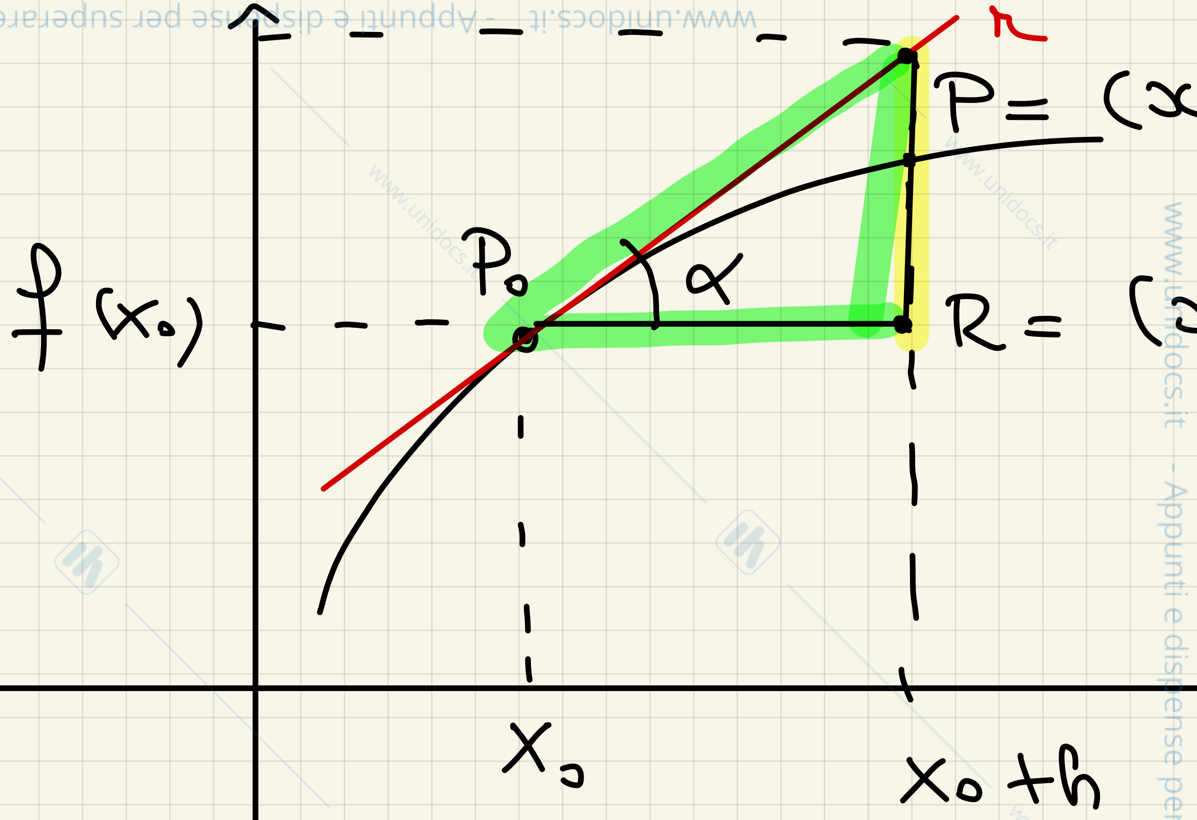
Se f e' derivabile (differenziabile) in x_0

DIFFERENZIALE di f in x_0 relati

$$df(x_0) = f'(x_0)\, h \; ($$

r:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$



nel triangolo rett. P_0RQ

$f'(x_0) = \text{tg}\,\alpha$

$\text{tg}\,\alpha \cdot P_0R = QR$

$df(x_0) = f'(x_0)h$ è la lunghezza

rappresenta l'incremento di ordi

passo da x_0 a x_0+h sulla retta