

DEF 2.1: Sia $K=\mathbb{R}$ o $K=\mathbb{C}$, uno **spazio vettoriale** su K è un insieme non vuoto dotato di due operazioni:

- Somma
- Riscalamento

DEF 2.2: Sia V uno spazio vettoriale su K . Sia $v \in V$, si ha:

- $0 \cdot v = \mathbf{0v}$ vettore **nullo**
- $(-1) \cdot v = -v$ vettore **simmetrico**

DEF 2.3: Sia V uno spazio vettoriale su K . Siano v_1, v_2, \dots, v_n elementi di V . Una **combinazione lineare** di v_1, v_2, \dots, v_n è un **elemento** di V , ottenuto come $\lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_n v_n$

DEF 2.4: Sia V uno spazio vettoriale su K e sia W un sottoinsieme di V . Allora, W si dice **sottospazio** di V se:

- Per ogni $w_1, w_2 \in W$ si ha $w_1 + w_2 \in W$
- Per ogni $w_1, w_2 \in W$ e $\lambda \in K$ si ha $\lambda w \in W$

DEF 2.5: Sia V uno spazio vettoriale su K , e sia W contenuto in V un suo sottoinsieme non vuoto. Allora si ha:

- W è sottospazio di V se e solo se ogni combinazione lineare di elementi di W **appartiene** a W .
- Se W è sottospazio di V , allora W è uno spazio vettoriale per le **stesse operazioni** di V .

DEF 2.6: Siano W_1, W_2, \dots, W_n sottospazi di V . Allora $\mathbf{W_1} \cap \mathbf{W_2} \cap \dots \cap \mathbf{W_n}$ è **sottospazio**.

DEF 2.7: Un'equazione lineare in n variabili x_1, x_2, \dots, x_n su K è un'equazione della forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b \quad a_1, a_2, \dots, a_n \in K$$

Una soluzione di tale equazione è un **elemento** (c_1, c_2, \dots, c_n) di K^n tale che: $a_1c_1 + a_2c_2 + \dots + a_nc_n = b$.

Un sistema di eq lineari genera un elemento (c_1, c_2, \dots, c_n) che è soluzione per ogni equazione del sistema.

DEF 2.8: Sia $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = 0$ una eq lineare omogenea su K . Allora, l'insieme delle soluzioni di questa è un **sottospazio** di K^n .

DEF 2.9: L'insieme delle soluzioni di un sistema di eq lineari su K è un **sottospazio** di K^n .

DEF 2.10: Sia V uno spazio vettoriale su K . Siano v_1, v_2, \dots, v_n vettori di V . L'insieme di tutte le combinazioni lineari dei vettori, ovvero: $a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_nv_n$ con $a_1, a_2, \dots, a_n \in R$

È un **sottospazio** di V .

$$\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$$