

Corso di Laurea in BIOLOGIA (Gruppo 8)

A.A. 2020/21

Prof. A. Popoli

**Elementi di logica matematica.** Proposizioni. Predicati. Quantificatori. Postulati, Teoremi, Congiunture. Condizioni necessarie e sufficienti. Dimostrazioni per assurdo. Principio di induzione (\*). Disuguaglianza di Bernoulli (\*).

**Richiami di teoria degli insiemi.** Definizione di insiemi, sottoinsiemi, insieme vuoto e insieme delle parti. Operazioni su insiemi. Prodotto cartesiano di insiemi.

**I numeri reali.** Numeri naturali, interi, razionali. Irrazionalità della soluzione di  $x^2=2$  (\*). Il campo ordinato dei numeri reali: assiomi relativi alle operazioni, assiomi relativi all'ordinamento. Assioma di Completezza. Densità di  $\mathbb{Q}$  in  $\mathbb{R}$ . Intervalli di  $\mathbb{R}$ . Intervalli aperti, chiusi, limitati, illimitati. Estremo inferiore, estremo superiore, massimo e minimo di un insieme.

**Il metodo delle coordinate.**

Rappresentazione cartesiana di  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^2$ . Distanza tra due punti di  $\mathbb{R}^2$ . Equazione della circonferenza. Equazione di una retta in forma esplicita e in forma cartesiana.

**Funzioni reali.** Dominio, Codominio, Grafico di una funzione. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche, invertibili. Funzione inversa: grafico e interpretazione geometrica. Funzioni monotone. Funzioni composte.

Funzioni elementari: La funzione valore assoluto e sue proprietà. Le funzioni trigonometriche e loro inverse. Funzione potenza e funzione esponenziale e loro estensione in  $\mathbb{R}$ . Funzione logaritmo.

**Successioni e serie numeriche.** Successioni di numeri reali. Definizione di successioni convergenti e divergenti. Proprietà dei limiti di successioni. Teorema di unicità del limite (\*), Teorema della permanenza del segno (\*), Limitatezza delle successioni convergenti (\*), Teorema del confronto, Teorema dei carabinieri (\*). Criterio del rapporto per successioni (\*). Teorema sulle successioni monotone. La costante di Eulero (numero di Nepero). Cenni sulle successioni definite per ricorrenza: progressione aritmetica, progressione geometrica.

Definizione di serie convergente e carattere di una serie. Condizione necessaria per la convergenza di una serie (\*). La serie geometrica. Cenni sulla serie armonica e sulla serie armonica generalizzata. Criterio del rapporto. Regolarità delle serie a termini non negativi (\*).

**Limiti di funzioni e funzioni continue.** Punti di accumulazione. Definizione di intorno. Definizione di limite di una funzione. Teorema dell'unicità del limite (\*). Teorema della permanenza del segno (\*). Teorema dei carabinieri(\*). Operazioni con i limiti di funzioni. Forme indeterminate. Limiti di funzioni composte. Funzioni continue. Discontinuità e classificazione. Limiti notevoli.

Teorema dell'esistenza degli zeri (\*). Teoremi di esistenza dei valori intermedi (\*). Teorema di Weierstrass. Continuità delle funzioni composte e inverse.

**Derivate.** Definizione di derivata. Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili (\*). Significato geometrico della derivata: retta secante e retta tangente ad una curva. Significato fisico della derivata: velocità e accelerazione del moto di un corpo puntiforme. Operazioni con le derivate. Regole di derivazione. Derivate delle funzioni elementari.

**Applicazioni delle derivate. Studio di funzioni.** Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat (\*). Teorema di Rolle (\*). Teorema di Lagrange (\*). Conseguenze del teorema di Lagrange (\*). Criterio di monotonia. Funzioni convesse e concave. Punti di curvatura e punti di flesso. Criterio di convessità. Asintoti orizzontali, verticali e obliqui. Studio del grafico di una funzione. Teoremi di de L'Hospital e applicazione al calcolo dei limiti.

**Integrali indefiniti.** Funzioni primitive. Caratterizzazione delle funzioni primitive (\*). Definizione di integrale indefinito. Proprietà di linearità. Primitive delle funzioni elementari. Integrazione per decomposizione in somma. Integrazione per sostituzione. Integrazione per parti (\*).

**Integrali definiti** Calcolo dell'area del cerchio con il metodo di esaustione (\*). Funzioni integrabili secondo Riemann e area del rettangoloide. Proprietà degli integrali definiti: linearità, additività, monotonia. Teorema di integrazione per parti (\*). Funzioni monotone. I teoremi della