

## QUIZ

### 1 Vettori geometrici

**Quiz 1.1.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i due vettori

$$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sono ortogonali fra loro.
- 2)  $\vec{u}$  è un versore, mentre  $\vec{v}$  ha modulo 3.
- 3)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  formano un angolo ottuso.
- 4) Il piano contenente  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  è ortogonale al vettore  $3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$ .

**Quiz 1.2.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i due vettori

$$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  non sono ortogonali fra loro.
- 2)  $\vec{u}$  è un versore, mentre  $\vec{v}$  ha modulo 3.
- 3)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  formano un angolo acuto.
- 4) Il piano contenente  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  è ortogonale al vettore  $3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$ .

**Quiz 1.3.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i due vettori

$$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sono ortogonali fra loro.
- 2)  $\vec{u}$  è un versore, mentre  $\vec{v}$  ha modulo 3.
- 3)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  formano un angolo acuto.
- 4) Il piano contenente  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  è ortogonale al vettore  $3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ .

**Quiz 1.4.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i due vettori

$$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sono ortogonali fra loro.
- 2)  $\vec{u}$  non è un versore, mentre  $\vec{v}$  ha modulo  $\sqrt{3}$ .
- 3)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  formano un angolo acuto.
- 4) Il piano contenente  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  è ortogonale al vettore  $3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$ .

**Quiz 1.5.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i vettori

$$\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{w} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'angolo formato da  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  è ottuso.
- 2) I vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  sono perpendicolari.
- 3) L'angolo formato da  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  è acuto.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.6.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i vettori

$$\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'angolo formato da  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  è ottuso.
- 2) I vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  sono perpendicolari.
- 3) L'angolo formato da  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  è acuto.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.7.** Nello spazio ordinario siano dati tre vettori non nulli  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  tali che

$$\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{0}, \quad \langle \vec{v}, \vec{w} \rangle = 0.$$

( $\times$  indica il prodotto vettoriale,  $\langle , \rangle$  quello scalare).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) I vettori  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  formano un angolo ottuso.
- 2)  $\vec{v}$  è complanare con  $\vec{u}$  e  $\vec{w}$ .
- 3) I tre vettori sono ortogonali a coppie.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.8.** Siano dati i vettori applicati

$$\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{v} = \vec{j} - 2\vec{k}, \quad \vec{w} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\vec{u} \times \vec{v}$  e  $\vec{w}$  hanno lo stesso modulo.
- 2)  $\vec{w}$  è parallelo ad  $\vec{u} + \vec{v}$ .
- 3)  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  sono complanari.
- 4)  $\vec{w}$  è parallelo ad  $\vec{u} \times \vec{v}$ .

**Quiz 1.9.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (2, 1, 1), \quad C = (1, 2, 1), \quad D = (1, 1, 2).$$

Sia poi  $T$  il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Il volume di  $T$  è  $4/3$ .
- 2) Il volume di  $T$  è  $1$ .
- 3) Il volume di  $T$  è  $1/6$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.10.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (-1, 1, 0), \quad C = (1, -1, 1), \quad D = (-1, 1, 1).$$

Sia poi  $T$  il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Il volume di  $T$  è  $4/3$ .
- 2) Il volume di  $T$  è  $1$ .
- 3) Il volume di  $T$  è  $1/6$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.11.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (1, 1 - 1), \quad C = (1, -1, 1), \quad D = (-1, 1, 1).$$

Sia poi  $T$  il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Il volume di  $T$  è  $4/3$ .
- 2) Il volume di  $T$  è  $1$ .
- 3) Il volume di  $T$  è  $1/6$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.12.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (4, 1, 1), \quad C = (1, 3, 1), \quad D = (1, 1, 2).$$

Sia poi  $T$  il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Il volume di  $T$  è  $4/3$ .
- 2) Il volume di  $T$  è  $1$ .
- 3) Il volume di  $T$  è  $1/6$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.13.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 1, 0), \quad C = (0, 0, 1), \quad D(-1, -1, 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A, B, C, D$  sono complanari.
- 2) Il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$  ha volume  $2/\sqrt{3}$ .
- 3) La distanza del piano passante per  $A, B, C$  da  $D$  è 2.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 1.14.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 1, 0), \quad C = (0, 0, 1), \quad D(1, 1, 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $A, B, C, D$  sono complanari.
- 3) La distanza del piano passante per  $A, B, C$  da  $D$  è  $2/\sqrt{3}$ .
- 4) Il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$  ha volume  $\sqrt{3}/2$ .

**Quiz 1.15.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 1, 0), \quad C = (0, 0, 1), \quad D(1, 1, 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2) Il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$  ha volume  $1/3$ .
- 3) La distanza del piano passante per  $A, B, C$  da  $D$  è 2.
- 4)  $A, B, C, D$  sono complanari.

**Quiz 1.16.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 1, 0), \quad C = (0, 0, 1), \quad D(-1, 1, 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A, B, C, D$  sono complanari.
- 2) Il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$  ha volume  $\sqrt{3}/2$ .
- 3) La distanza del piano passante per  $A, B, C$  da  $D$  è 1.
- 4) Nessuna delle precedenti affermazioni è vera.

**Quiz 1.17.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (1, 0, 0), \quad C = (0, 1, 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'area del triangolo avente vertici  $A, B, C$  è  $\sqrt{2}/2$ .
- 2) L'area del triangolo avente vertici  $A, B, C$  è  $\sqrt{3}/2$ .
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4)  $A, B, C$  sono allineati.

**Quiz 1.18.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (1, 0, 0), \quad C = (0, 0, 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A, B, C$  sono allineati.
- 2) L'area del triangolo avente vertici  $A, B, C$  è  $\sqrt{2}/2$ .
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4) L'area del triangolo avente vertici  $A, B, C$  è  $\sqrt{3}/2$ .

**Quiz 1.19.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i vettori

$$\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{w} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'equazione  $\vec{x} \times (\vec{v} - \vec{w}) = \vec{0}$  non ha soluzione.
- 2) L'equazione  $\vec{x} \times \vec{v} = \vec{w}$  non ha soluzione.
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4) L'equazione  $\vec{x} \times \vec{w} = \vec{w}$  ha soluzione.

## 2 Geometria lineare

**Quiz 2.1.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le due rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t, \end{cases} \quad s : \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + z = 0. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'insieme  $r \cap s$  è non vuoto.
- 2)  $r$  e  $s$  sono sghembe.
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4)  $r$  e  $s$  sono complanari.

**Quiz 2.2.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le due rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t, \end{cases} \quad s : \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + z = 0. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'insieme  $r \cap s$  è non vuoto.
- 2)  $r$  e  $s$  sono sghembe.
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4)  $r$  e  $s$  sono complanari.

**Quiz 2.3.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i due piani  $\alpha$  e  $\beta$  rispettivamente di equazioni

$$\alpha : 6x + 2y - 2z = 1, \quad \beta : 3x + y - z = 1.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Esiste una retta perpendicolare a  $\alpha$  e formante un angolo acuto con  $\beta$ .
- 2) I piani  $\alpha$  e  $\beta$  non hanno punti in comune.
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4) I piani  $\alpha$  e  $\beta$  hanno punti in comune.

**Quiz 2.4.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i due piani  $\alpha$  e  $\beta$  rispettivamente di equazioni

$$\alpha : 6x + 2y - 2z = 2, \quad \beta : 3x + y - z = 1.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Esiste una retta perpendicolare a  $\alpha$  e formante un angolo acuto con  $\beta$ .
- 2) I piani  $\alpha$  e  $\beta$  non hanno punti in comune.
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4) I piani  $\alpha$  e  $\beta$  hanno punti in comune.

**Quiz 2.5.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\pi_h$  ( $h \in \mathbb{R}$ ) rispettivamente di equazioni

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y - z = -1, \end{cases} \quad \pi_h : x - 2z = h$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Per ogni  $h \in \mathbb{R}$  l'intersezione  $r \cap \pi_h$  è non vuota.
- 2) Esiste  $h \in \mathbb{R}$  tale che  $r \subseteq \pi_h$ .
- 3) Per ogni  $h \in \mathbb{R}$ ,  $r$  e  $\pi_h$  sono ortogonali.
- 4)  $r$  e  $\pi_h$  hanno esattamente un punto in comune per almeno un  $h \in \mathbb{R}$ .

**Quiz 2.6.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\pi_h$  ( $h \in \mathbb{R}$ ) rispettivamente di equazioni

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y - z = -1, \end{cases} \quad \pi_h : x + 2z = h$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Per ogni  $h \in \mathbb{R}$  l'intersezione  $r \cap \pi_h$  è non vuota.
- 2) Esiste  $h \in \mathbb{R}$  tale che  $r \subseteq \pi_h$ .
- 3) Per ogni  $h \in \mathbb{R}$ ,  $r$  e  $\pi_h$  sono ortogonali.
- 4)  $r$  e  $\pi_h$  hanno due punti in comune per almeno un  $h \in \mathbb{R}$ .

**Quiz 2.7.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\pi_h$  ( $h \in \mathbb{R}$ ) rispettivamente di equazioni

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y - z = -1, \end{cases} \quad \pi_h : x - 2z = h$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Per ogni  $h \in \mathbb{R}$  l'intersezione  $r \cap \pi_h$  è non vuota.
- 2) Non esiste  $h \in \mathbb{R}$  tale che  $r \subseteq \pi_h$ .
- 3) Per infiniti  $h \in \mathbb{R}$ ,  $r$  e  $\pi_h$  sono paralleli.
- 4)  $r$  e  $\pi_h$  hanno esattamente un punto in comune per almeno un  $h \in \mathbb{R}$ .

**Quiz 2.8.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\pi_h$  ( $h \in \mathbb{R}$ ) rispettivamente di equazioni

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y - z = -1, \end{cases} \quad \pi_h : x + 2z = h$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Per ogni  $h \in \mathbb{R}$  l'intersezione  $r \cap \pi_h$  è vuota.
- 2) Esiste  $h \in \mathbb{R}$  tale che  $r \subseteq \pi_h$ .
- 3) Non esiste  $h \in \mathbb{R}$ , tale che  $r$  e  $\pi_h$  siano ortogonali.
- 4)  $r$  e  $\pi_h$  hanno due punti in comune per almeno un  $h \in \mathbb{R}$ .

**Quiz 2.9.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y - z = -1, \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 1 \\ z = t. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $r$  e  $s$  sono sghembe.
- 2)  $r \cap s$  è un punto.
- 3)  $r$  e  $s$  sono parallele e distinte.
- 4)  $r = s$ .

**Quiz 2.10.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y - z = 1, \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -t \\ z = 1. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $r \cap s$  è un punto.
- 2)  $r$  e  $s$  sono sghembe.
- 3)  $r$  e  $s$  sono parallele e distinte.
- 4)  $r = s$ .

**Quiz 2.11.** Nello spazio siano date le rette  $r_a$  ed  $s$  rispettivamente di equazioni

$$r_a : \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = -3h \\ y = 3h \\ z = 5 - 6h \end{cases}$$

con  $a \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono parallele se  $a = 3$ .
- 2) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono sghembe per ogni  $a$ .
- 3) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono incidenti per  $a = 1$ .
- 4) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono parallele per qualche valore di  $a$ .

**Quiz 2.12.** Nello spazio siano date le rette  $r_a$  ed  $s$  rispettivamente di equazioni

$$r_a : \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = -3h \\ y = 3h \\ z = 5 - 6h \end{cases}$$

con  $a \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono incidenti per  $a = 1$ .
- 2) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono parallele se  $a = 3$ .
- 3) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono sghembe per qualche valore di  $a$ .
- 4) Le rette  $r_a$  e  $s$  sono parallele per ogni  $a$ .

**Quiz 2.13.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\alpha$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t, \end{cases} \quad \alpha : 3x - 3y - z + 1 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $r \subseteq \alpha$ .
- 2)  $r \cap \alpha = \emptyset$ .
- 3)  $r$  e  $\alpha$  sono perpendicolari.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 2.14.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\alpha$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t, \end{cases} \quad \alpha : x + 2y - 3z = 1.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $r \subseteq \alpha$ .
- 2)  $r \cap \alpha = \emptyset$ .
- 3)  $r$  e  $\alpha$  sono perpendicolari.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 2.15.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\alpha$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t, \end{cases} \quad \alpha : 3x - 3y - z = 1.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $r \subseteq \alpha$ .
- 2)  $r \cap \alpha = \emptyset$ .
- 3)  $r$  e  $\alpha$  sono perpendicolari.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 2.16.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\alpha$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t, \end{cases} \quad \alpha : 2x + y - 3z = 1.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $r \subseteq \alpha$ .
- 2)  $r \cap \alpha = \emptyset$ .
- 3)  $r$  e  $\alpha$  sono perpendicolari.
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 2.17.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i tre piani  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  rispettivamente di equazioni:

$$\alpha : x + y + z = 1, \quad \beta : x - 2y + 3z = 1, \quad \gamma : 2x - y + 4z = 1.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) I tre piani hanno in comune una retta.
- 2) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 3) Non esiste una retta parallela ai tre piani.
- 4) I tre piani hanno in comune un unico punto.

**Quiz 2.18.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i tre piani  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  rispettivamente di equazioni:

$$\alpha : x + y + z = 1, \quad \beta : x - 2y + 3z = 1, \quad \gamma : 2x - y + 4z = 2.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) I tre piani hanno in comune una retta.
- 2) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 3) Non esiste una retta parallela ai tre piani.
- 4) I tre piani hanno in comune un unico punto.

**Quiz 2.19.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i tre piani  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  rispettivamente di equazioni:

$$\alpha : x + y + z = 1, \quad \beta : x - 2y + 3z = 1, \quad \gamma : 2x - y + 3z = 2.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2) I tre piani non hanno punti in comune.
- 3) I tre piani hanno in comune una retta.
- 4) Non esiste una retta parallela ai tre piani.

**Quiz 2.20.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i tre piani  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  rispettivamente di equazioni:

$$\alpha : x + y + z = 1, \quad \beta : x - 2y + 3z = 1, \quad \gamma : 2x - y + 3z = 2.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2) Esiste una retta parallela ai tre piani.
- 3) I tre piani hanno punti in comune.
- 4) I tre piani hanno in comune una retta.

**Quiz 2.21.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2t, \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + 2h \\ y = 1 + 2h \\ z = 1 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Esiste un piano contenente sia  $r$  che  $s$  che è ortogonale al vettore  $-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ .
- 2) Esiste un piano contenente sia  $r$  che  $s$  che è parallelo al vettore  $-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ .
- 3) Non esiste un piano contenente sia  $r$  che  $s$ .
- 4) Esiste un piano  $\pi$  contenente sia  $r$  che  $s$  che ha equazione  $x + 3y + z = 0$ .

**Quiz 2.22.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2t, \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + 2h \\ y = 1 + 2h \\ z = 0. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Non esiste un piano contenente sia  $r$  che  $s$ .
- 2) Esiste un piano  $\pi$  contenente sia  $r$  che  $s$  che ha equazione  $x + 3y + z = 0$ .
- 3) Esiste un piano contenente sia  $r$  che  $s$  che è ortogonale al vettore  $-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ .
- 4) Esiste un piano contenente sia  $r$  che  $s$  che è parallelo al vettore  $-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ .

**Quiz 2.23.** Nello spazio siano dati il piano  $\alpha : x + y - z = 1$  e la retta

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $r \subseteq \alpha$ .
- 2) Esiste un piano  $\beta$  contenente  $r$  e parallelo a  $\alpha$ .
- 3)  $r$  interseca  $\alpha$ .
- 4)  $r$  ed  $\alpha$  sono perpendicolari.

### 3 Autovalori

**Quiz 3.1.** Si consideri una matrice simmetrica  $A \in \mathbb{R}^{3,3}$  avente polinomio caratteristico  $p_A(t) = -t^3 + 3t^2 - 3$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A$  è definita positiva.
- 2)  $\text{rk}(A) = 1$ .
- 3)  $A$  non è definita.
- 4) Il sistema  $AX = 0$  ha infinite soluzioni.

**Quiz 3.2.** Si consideri una matrice simmetrica  $A \in \mathbb{R}^{3,3}$  avente polinomio caratteristico  $p_A(t) = -t^3 - 3t^2 + 3$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A$  è semidefinita positiva.
- 2)  $\text{rk}(A) = 3$ .
- 3)  $A$  è definita negativa.
- 4) Il sistema  $AX = 0$  ha infinite soluzioni.

**Quiz 3.3.** Sia data la matrice

$$A_h = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} & 2 \\ 0 & 2 & h \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A_h$  è diagonalizzabile per  $h = 1$ , perché è triangolare.
- 2)  $A_h$  è diagonalizzabile per  $h = -1$ , perché è invertibile.
- 3)  $A_h$  non è mai diagonalizzabile.
- 4)  $A_h$  è diagonalizzabile per  $h = 0$ .

**Quiz 3.4.** Sia data la matrice

$$A_h = \begin{pmatrix} 2 & h & 2 \\ 0 & 2 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A_h$  è diagonalizzabile per  $h = 1$ , perché è triangolare.
- 2)  $A_h$  è diagonalizzabile per  $h = -1$ , perché è invertibile.
- 3)  $A_h$  non è mai diagonalizzabile.
- 4)  $A_h$  è diagonalizzabile per  $h = 0$ .

**Quiz 3.5.** Si consideri una matrice simmetrica  $A \in \mathbb{R}^{4,4}$  avente polinomio caratteristico  $p_A(t) = t^4 - t^2$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_A: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow AX \end{aligned}$$

è iniettiva.

- 2) Esiste una matrice  $P \in \mathbb{R}^{4,4}$  invertibile tale che

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_{-tA}: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow -tAX \end{aligned}$$

è suriettiva.

- 4)  $A$  è indefinita.

**Quiz 3.6.** Si consideri una matrice simmetrica  $A \in \mathbb{R}^{4,4}$  avente polinomio caratteristico  $p_A(t) = t^4 - t^2$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_A: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow AX \end{aligned}$$

è iniettiva.

- 2) Esiste una matrice  $P \in \mathbb{R}^{4,4}$  invertibile tale che

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_{-tA}: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow -tAX \end{aligned}$$

è suriettiva.

- 4)  $A$  è definita positiva.

**Quiz 3.7.** Si consideri una matrice simmetrica  $A \in \mathbb{R}^{4,4}$  avente polinomio caratteristico  $p_A(t) = t^4 - t^2$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_A: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow AX \end{aligned}$$

non è iniettiva.

- 2) Esiste una matrice  $P \in \mathbb{R}^{4,4}$  invertibile tale che

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_{-tA}: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow -tAX \end{aligned}$$

è suriettiva.

- 4)  $A$  è semidefinita negativa.

**Quiz 3.8.** Si consideri una matrice simmetrica  $A \in \mathbb{R}^{4,4}$  avente polinomio caratteristico  $p_A(t) = t^4 - t^2$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_A: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow AX \end{aligned}$$

è iniettiva.

- 2) Esiste una matrice  $P \in \mathbb{R}^{4,4}$  invertibile tale che

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'applicazione lineare

$$\begin{aligned} \mu_{-tA}: \mathbb{R}^{4,1} &\longrightarrow \mathbb{R}^{4,1} \\ X &\longrightarrow -tAX \end{aligned}$$

non è suriettiva.

- 4)  $A$  è semidefinita positiva.

**Quiz 3.9.** Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 10^{-7} & -1 & \pi \\ 2/371 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos 3 & 0 & 1 \\ -15 & 1 & \pi^2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\det(A^{21}B^{17}) = 1$ .
- 2)  $2A - 3B$  non ha autovalori in  $\mathbb{R}$ .
- 3)  $\det(A^{21}B^{17}) = \pi^3$ .
- 4)  $A$  e  $B$  sono linearmente indipendenti in  $\mathbb{R}^{3,3}$ .

**Quiz 3.10.** Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 10^{-7} & -1 & \pi \\ 2/371 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos 3 & 0 & 1 \\ -15 & 1 & \pi^2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $2A - 3B$  non ha autovalori in  $\mathbb{R}$ .
- 2)  $\det(A^{21}B^{17}) = \pi^3$ .
- 3)  $A$  e  $B$  sono linearmente dipendenti in  $\mathbb{R}^{3,3}$ .
- 4)  $\det(A^{21}B^{17}) = -1$ .

**Quiz 3.11.** Sia data la forma quadratica  $q(x, y, z) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2yz$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $q$  è definita positiva.
- 2)  $q$  non è definita.
- 3)  $q$  è semidefinita positiva.
- 4)  $q$  è definita negativa.

**Quiz 3.12.** Sia data la forma quadratica  $q(x, y, z) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2yz + z^2$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $q$  non è definita.
- 2)  $q$  è definita positiva.
- 3)  $q$  è definita negativa.
- 4)  $q$  è semidefinita positiva.

**Quiz 3.13.** Sia  $A \in \mathbb{R}^{3,3}$  avente 1 e 2 come radici semplici del polinomio caratteristico.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A$  ha autovalori complessi non reali.
- 2)  $A$  non ha autovettori reali.
- 3)  $A$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 3.14.** Sia  $A \in \mathbb{R}^{3,3}$  avente 1 e 2 come radici semplici del polinomio caratteristico.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A$  ha autovalori complessi non reali.
- 2)  $A$  ha solo autovettori reali.
- 3)  $A$  non è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 3.15.** Sia data una matrice simmetrica  $A \in \mathbb{R}^{3,3}$  avente  $-t(t-1)(t-2)$  come polinomio caratteristico.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) 3 è autovalore di  $A$ .
- 2) Esiste  $P \in \mathbb{R}^{3,3}$  tale che  $\det(PA) = 1$ .
- 3)  $A$  è diagonalizzabile.
- 4)  $A$  è definita positiva.

**Quiz 3.16.** Sia  $A \in \mathbb{R}^{3,3}$  e sia  $p_A(t) = -t^3 - t$  il suo polinomio caratteristico.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A$  è simmetrica e definita negativa.
- 2)  $A$  è simmetrica e semidefinita negativa.
- 3)  $A$  è simmetrica e indefinita.
- 4)  $A$  non è simmetrica.

**Quiz 3.17.** Sia data una matrice  $A \in \mathbb{R}^{4,4}$  e sia  $t^4 - 1$  il suo polinomio caratteristico.  
Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $A$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$ .
- 3)  $A$  è simmetrica.
- 4)  $A$  ha un autospazio di dimensione 1 su  $\mathbb{R}$ .

## 4 Sistemi lineari

**Quiz 4.1.** Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'equazione  $AX = B$  ha infinite soluzioni.
- 2) L'equazione  $AX = B$  ha solo due soluzioni.
- 3) L'equazione  $AX = B$  non ha soluzione.
- 4) L'equazione  $AX = 0$  ha un'unica soluzione.

**Quiz 4.2.** Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'equazione  $AX = B$  ha infinite soluzioni.
- 2) L'equazione  $AX = B$  ha un'unica soluzione.
- 3) L'equazione  $AX = B$  non ha soluzione.
- 4) L'equazione  $AX = 0$  ha solo due soluzioni.

**Quiz 4.3.** Sia  $A \in \mathbb{R}^{5,3}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'equazione  $AX = B$  ha soluzione per ogni  $B \in \mathbb{R}^{5,2}$ .
- 2) Se  $B \in \mathbb{R}^{5,2}$  e  $AX = B$  è compatibile, allora l'equazione ha un numero finito di soluzioni.
- 3) Esiste  $B \in \mathbb{R}^{5,2}$  tale che l'equazione  $AX = B$  non abbia soluzione.
- 4) Se  $B \in \mathbb{R}^{5,2}$  e  $AX = B$  è compatibile, allora l'equazione ha infinite soluzioni.

**Quiz 4.4.** Sia  $A \in \mathbb{R}^{3,5}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'equazione  $AX = B$  ha soluzione per ogni  $B \in \mathbb{R}^{3,2}$ .
- 2) Se  $B \in \mathbb{R}^{3,2}$  e  $AX = B$  è compatibile, allora l'equazione ha un numero finito di soluzioni.
- 3) Per ogni  $B \in \mathbb{R}^{3,2}$  l'equazione  $AX = B$  non ha soluzione.
- 4) Se  $B \in \mathbb{R}^{3,2}$  e  $AX = B$  è compatibile, allora l'equazione ha infinite soluzioni.

**Quiz 4.5.** Sia data l'equazione matriciale  $S : AX = B$  con  $A \in \mathbb{R}^{2m,m}$  e  $B \in \mathbb{R}^{2m,m}$  tali che  $\det(A|B) \neq 0$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) L'equazione  $S$  ha infinite soluzioni.
- 2) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 3)  $S$  ha un'unica soluzione.
- 4)  $S$  è incompatibile.

**Quiz 4.6.** Sia dato il sistema  $S : AX = B$  con  $A \in \mathbb{R}^{m,m-1}$  e  $B \in \mathbb{R}^{m,1}$  tali che  $\det(A|B) \neq 0$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Le soluzioni di  $S$  dipendono da  $m - 1$  parametri liberi.
- 2) Le soluzioni di  $S$  dipendono da un solo parametro libero.
- 3)  $S$  ammette una e una sola soluzione.
- 4)  $S$  non ammette soluzioni.

**Quiz 4.7.** Siano  $A \in \mathbb{R}^{n,n}$  e  $B \in \mathbb{R}^{n,1}$ . Supponiamo che il sistema  $AX = B$  sia non omogeneo e abbia almeno due soluzioni distinte  $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^{n,1}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Il sistema  $AX = B$  ha infinite soluzioni.
- 2) La matrice  $A$  è invertibile.
- 3) Il sistema  $AX = B$  non ha altre soluzioni.
- 4)  $X_1 - X_2$  è soluzione del sistema  $AX = B$ .

**Quiz 4.8.** Sia dato il sistema lineare  $AX = B$  dove  $A \in \mathbb{R}^{3,5}$  e  $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Se  $\text{rk}(A) = 3$  allora le soluzioni dipendono da 2 parametri liberi, per ogni  $B$ .
- 2) Se  $B = 0$  allora esiste una e una sola soluzione.
- 3) Se  $\text{rk}(A) = 2$  allora le soluzioni dipendono da 3 parametri liberi, per ogni  $B$ .
- 4) Se  $\text{rk}(A) = 0$ , allora l'unica soluzione è  $B = 0$ .

**Quiz 4.9.** Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\text{rk}(BA) = 2$ .
- 2)  $BA$  è invertibile.
- 3)  $\text{rk}(BA) = 1$ .
- 4)  $BA$  non ha autovalori in  $\mathbb{R}$ .

## 5 Applicazioni lineari

**Quiz 5.1.** Sia data l'applicazione lineare  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da:

$$f(1, 0) = (2, 0), \quad f(1, 1) = (0, 0),$$

e sia  $A$  la matrice associata ad  $f$  rispetto alla base canonica (nel dominio e codominio).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

1)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ .

3)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

4)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Quiz 5.2.** Sia data l'applicazione lineare  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da:

$$f(0, 1) = (1, 1), \quad f(1, 1) = (1, 0),$$

e sia  $A$  la matrice associata ad  $f$  rispetto alla base canonica (nel dominio e codominio).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

1)  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

2)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

3)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

4)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Quiz 5.3.** Sia data l'applicazione lineare  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da:

$$f(-1, 0) = (1, 1), \quad f(1, 1) = (0, 0),$$

e sia  $A$  la matrice associata ad  $f$  rispetto alla base canonica (nel dominio e codominio).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

1)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

2)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

3)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

4)  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Quiz 5.4.** Sia data l'applicazione lineare  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da:

$$f(0, -1) = (1, 1), \quad f(1, 1) = (1, 0),$$

e sia  $A$  la matrice associata ad  $f$  rispetto alla base canonica (nel dominio e codominio).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .
- 2)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 3)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 4)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

**Quiz 5.5.** Sia  $f$  un endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  tale che

$$f(1, 0, 0) = f(0, 1, 0) = f(0, 0, 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $f$  è suriettivo.
- 2)  $\dim(\text{Im}(f)) \leq 1$ .
- 3)  $\dim(\ker(f)) = 0$ .
- 4)  $\dim(\text{Im}(f)) = 2$ .

**Quiz 5.6.** Si consideri l'applicazione lineare  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definita da

$$f(x, y, z) = (y - z, z - x, x - y).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $f$  è iniettiva.
- 2) L'immagine  $\text{Im}(f)$  ha dimensione 2.
- 3)  $f$  è suriettiva.
- 4) Il nucleo  $\ker(f)$  ha dimensione 2.

**Quiz 5.7.** Siano  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  e  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  due applicazioni lineari. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $g$  è suriettiva.
- 2)  $g \circ f = f \circ g$ .
- 3)  $\text{Im} f = \ker f$ .
- 4)  $g \circ f$  non è suriettiva.

**Quiz 5.8.** Siano  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  e  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  due applicazioni lineari. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $f$  è iniettiva.
- 2)  $g \circ f = f \circ g$ .
- 3)  $g \circ f$  non è iniettiva.
- 4)  $\text{Im} f = \ker f$ .

**Quiz 5.9.** Sia  $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  l'applicazione lineare definita da

$$\varphi(x, y, z) = (x + y + z, x + y).$$

Siano poi  $e_1 = (1, 0, 0)$ ,  $e_2 = (0, 1, 0)$ ,  $e_3 = (0, 0, 1)$  e  $f_1 = (1, 0)$ ,  $f_2 = (0, 1)$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2) La matrice di  $\varphi$  rispetto alle basi  $(e_3, e_2, e_1)$  e  $(f_2, f_1)$  è

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3)  $\varphi$  è iniettiva.
- 4) La matrice di  $\varphi$  rispetto alle basi  $(e_3, e_2, e_1)$  e  $(f_2, f_1)$  è

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Quiz 5.10.** Sia  $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da

$$\varphi(x, y) = (y, x + y, x + y).$$

Siano poi  $e_1 = (1, 0)$ ,  $e_2 = (0, 1)$ ,  $f_1 = (1, 0, 0)$  e  $f_2 = (0, 1, 0)$ ,  $f_3 = (0, 0, 1)$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) La matrice di  $\varphi$  rispetto alle basi  $(e_2, e_1)$  e  $(f_3, f_2, f_1)$  è

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 2) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 3) La matrice di  $\varphi$  rispetto alle basi  $(e_2, e_1)$  e  $(f_3, f_2, f_1)$  è

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 4)  $\varphi$  è suriettiva.

## 6 Sottospazi

**Quiz 6.1.** In  $\mathbb{R}^4$  siano dati i due sottospazi

$$V = \{ (a, b, 0, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \}, \quad W = \{ (p, q, 0, 0) \mid p, q \in \mathbb{R} \}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\dim(V \cap W) = 2$ .
- 2)  $\dim(V + W) = 4$ .
- 3)  $V$  e  $W$  non hanno vettori in comune.
- 4)  $\dim(V \cap W) = 1$ .

**Quiz 6.2.** In  $\mathbb{R}^4$  siano dati i due sottospazi

$$V = \{ (a, b, 0, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \}, \quad W = \{ (p, 0, q, 0) \mid p, q \in \mathbb{R} \}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $V$  e  $W$  non hanno vettori in comune.
- 2)  $\dim(V + W) = 3$ .
- 3)  $\dim(V \cap W) = 2$ .
- 4)  $\dim(V + W) = 4$ .

**Quiz 6.3.** In  $\mathbb{R}^4$  siano dati i due sottospazi

$$V = \{ (a, 0, b, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \}, \quad W = \{ (p, q, 0, 0) \mid p, q \in \mathbb{R} \}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\dim(V \cap W) = 2$ .
- 2)  $\dim(V + W) = 3$ .
- 3)  $V$  e  $W$  non hanno vettori in comune.
- 4)  $\dim(V \cap W) = 1$ .

**Quiz 6.4.** In  $\mathbb{R}^4$  siano dati i due sottospazi

$$V = \{ (a, 0, b, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \}, \quad W = \{ (p, 0, q, 0) \mid p, q \in \mathbb{R} \}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $V$  e  $W$  non hanno vettori in comune.
- 2)  $\dim(V + W) = 3$ .
- 3)  $\dim(V \cap W) = 1$ .
- 4)  $\dim(V + W) = 4$ .

**Quiz 6.5.** In  $\mathbb{R}^5$  si consideri un sottospazio  $U$  di dimensione 3.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Esiste un sottospazio  $V$  di dimensione 4 tale che  $\dim(U \cap V) \geq 2$ .
- 2) Per ogni sottospazio  $V$  di dimensione 3 risulta  $\dim(U \cap V) = 1$ .
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4) Esiste un sottospazio  $V$  di dimensione 2 che non interseca  $U$ .

**Quiz 6.6.** In  $\mathbb{R}^5$  si consideri un sottospazio  $U$  di dimensione 2.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Esiste un sottospazio  $V$  di dimensione 4 tale che  $\dim(U \cap V) \geq 3$ .
- 2) Per ogni sottospazio  $V$  di dimensione 3 risulta  $\dim(U \cap V) \geq 1$ .
- 3) Esiste un sottospazio  $V$  di dimensione 2 che non interseca  $U$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 6.7.** In  $\mathbb{R}^5$  siano dati due sottospazi  $V$  e  $W$  di dimensione 3.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $V$  e  $W$  hanno vettori non nulli in comune.
- 2)  $\dim(V + W) = 6$
- 3)  $V$  e  $W$  non hanno vettori in comune.
- 4)  $\dim(V \cap W) = 0$ .

**Quiz 6.8.** Sia  $V$  un sottospazio di  $\mathbb{R}^3$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Esiste un sottospazio  $W \subseteq \mathbb{R}^3$  tale che  $\dim(V + W) = \dim(W)$ .
- 2) Se  $\dim(V) = 2$ , esiste un sottospazio  $W \subseteq \mathbb{R}^3$  con  $\dim(W) = 2$  tale che  $V \cap W$  contenga un solo vettore.
- 3) Esiste un sottospazio  $W \subseteq \mathbb{R}^3$  tale che  $V \cap W$  sia vuoto.
- 4) Per ogni sottospazio  $W \subseteq \mathbb{R}^3$  l'insieme  $V \cap W$  contiene infiniti vettori.

**Quiz 6.9.** In  $\mathbb{R}^{3,3}$  si consideri l'insieme  $V$  delle matrici simmetriche (una matrice quadrata  $A$  si dice simmetrica se  $A = {}^tA$ ).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $V$  è un sottospazio di dimensione 3.
- 3)  $V$  contiene un sottospazio di dimensione 7.
- 4)  $V$  è un sottospazio di dimensione 6.

**Quiz 6.10.** In  $\mathbb{R}^{3,3}$  si consideri l'insieme  $V$  delle matrici antisimmetriche (una matrice quadrata  $A$  si dice antisimmetrica se  $A = -{}^tA$ ).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $V$  è un sottospazio di dimensione 3.
- 3)  $V$  contiene un sottospazio di dimensione 7.
- 4)  $V$  è un sottospazio di dimensione 6.

**Quiz 6.11.** In  $\mathbb{R}^{3,3}$  si consideri l'insieme  $V$  delle matrici simmetriche (una matrice quadrata  $A$  si dice simmetrica se  $A = {}^tA$ ).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $V$  è un sottospazio di dimensione 3.
- 3)  $V$  contiene un sottospazio di dimensione 5.
- 4)  $V$  è un sottospazio di dimensione 7.

**Quiz 6.12.** In  $\mathbb{R}^{3,3}$  si consideri l'insieme  $V$  delle matrici antisimmetriche (una matrice quadrata  $A$  si dice antisimmetrica se  $A = -{}^tA$ ).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $V$  è un sottospazio di dimensione 4.
- 3)  $V$  contiene un sottospazio di dimensione 7.
- 4)  $V$  è un sottospazio di dimensione 6.

**Quiz 6.13.** Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^4$ :

$$U = \mathcal{L}((0, 1, -1, -1), (1, 0, 1, 1)), \quad V = \{ (x, y, z, t) \mid x - t = 0, y + z = 0 \}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathbb{R}^4 = U + V$ .
- 2)  $V \subseteq U$ .
- 3)  $\dim(U \cap V) = 1$ .
- 4)  $\dim(U + V) = 1$ .

**Quiz 6.14.** Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^4$ :

$$U = \mathcal{L}((1, 0, 1, 1), (0, -1, 1, 0)), \quad V = \{ (x, y, z, t) \mid x - t = 0, y + z = 0 \}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $U \subseteq V$ .
- 2)  $\dim(U + V) = 3$ .
- 3)  $\dim(U \cap V) = 2$ .
- 4)  $\mathbb{R}^4 = U + V$ .

## 7 Lineare dipendenza e indipendenza

**Quiz 7.1.** Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  siano dati i vettori

$$v_1 = (1, 1, 1), \quad v_2 = (-1, 1, -2), \quad v_3 = (0, 2, -1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $v_1, v_2, v_3$  sono linearmente indipendenti.
- 2)  $\mathcal{L}(v_2, v_3) = \mathcal{L}(v_2)$ .
- 3)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3) = 3$ .
- 4)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3) = 2$ .

**Quiz 7.2.** Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  siano dati i vettori

$$v_1 = (1, 1, 1), \quad v_2 = (-1, 1, -2), \quad v_3 = (1, 2, -1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $v_1, v_2, v_3$  sono linearmente dipendenti.
- 2)  $\mathcal{L}(v_2, v_3) = \mathcal{L}(v_2)$ .
- 3)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3) = 3$ .
- 4)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3) = 2$ .

**Quiz 7.3.** Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}_2[x]$  dei polinomi di grado al più due, siano dati i polinomi

$$p_1(x) = 1 + x + x^2, \quad p_2(x) = -1 + x - 2x^2, \quad p_3(x) = 2x - x^2.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\dim \mathcal{L}(p_1, p_2, p_3) = 3$ .
- 2)  $\dim \mathcal{L}(p_1, p_2, p_3) = 2$ .
- 3) I polinomi  $p_1, p_2, p_3$  sono linearmente indipendenti.
- 4)  $\mathcal{L}(p_2, p_3) = \mathcal{L}(p_2)$ .

**Quiz 7.4.** Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}_2[x]$  dei polinomi di grado al più due, siano dati i polinomi

$$p_1(x) = 1 + x + x^2, \quad p_2(x) = -1 + x - 2x^2, \quad p_3(x) = 1 + 2x - x^2.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\dim \mathcal{L}(p_1, p_2, p_3) = 3$ .
- 2)  $\dim \mathcal{L}(p_1, p_2, p_3) = 2$ .
- 3) I polinomi  $p_1, p_2, p_3$  sono linearmente dipendenti.
- 4)  $\mathcal{L}(p_2, p_3) = \mathcal{L}(p_2)$ .

**Quiz 7.5.** In  $\mathbb{R}^3$  siano dati i vettori

$$v_1 = (1, k, 1), \quad v_2 = (2, 2, -1), \quad v_3 = (4, 4, 1),$$

dove  $k \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  formano una base di  $\mathbb{R}^3$  per ogni  $k \neq 0$ .
- 2) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  sono linearmente indipendenti solo per  $k = 1$ .
- 3) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  generano  $\mathbb{R}^3$  per ogni  $k$ .
- 4) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  formano una base di  $\mathbb{R}^3$  per ogni  $k \neq 1$ .

**Quiz 7.6.** In  $\mathbb{R}^3$  siano dati i vettori

$$v_1 = (1, k, 1), \quad v_2 = (2, 3, -1), \quad v_3 = (4, 3, 1),$$

dove  $k \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  formano una base di  $\mathbb{R}^3$  per ogni  $k \neq 0$ .
- 2) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  sono linearmente indipendenti solo per  $k = 1$ .
- 3) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  generano  $\mathbb{R}^3$  per ogni  $k$ .
- 4) I vettori  $v_1, v_2, v_3$  formano una base di  $\mathbb{R}^3$  per ogni  $k \neq 1$ .

**Quiz 7.7.** Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  siano dati i vettori

$$v_1 = (0, 8, -1), \quad v_2 = (1, 3, 0), \quad v_3 = (-1, 5, 0).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Il vettore  $(0, 0, 1)$  è una combinazione lineare di  $v_1$  e  $v_3$
- 2)  $v_1, v_2, v_3$  sono linearmente dipendenti.
- 3)  $v_1, v_2, v_3$  costituiscono una base per  $\mathbb{R}^3$ .
- 4)  $v_1, v_1 + v_2, v_2$  sono linearmente indipendenti.

**Quiz 7.8.** Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  siano dati i vettori

$$v_1 = (-1, -3, 0), \quad v_2 = (1, -5, 0), \quad v_3 = (0, 8, -1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $v_1, v_2, v_3$  sono linearmente dipendenti.
- 2) Il vettore  $(1, 0, 0)$  è una combinazione lineare di  $v_2$  e  $v_3$ .
- 3)  $v_1, v_2 - v_1, v_2$  sono linearmente indipendenti.
- 4)  $\mathcal{L}(v_1, v_2, v_3) = \mathbb{R}^3$ .

**Quiz 7.9.** In  $\mathbb{R}^4$  siano dati i vettori

$$v_1 = (1, 2, \sqrt{3}, \pi), \quad v_2 = (4, -1, 0, 0), \quad v_3 = (5, 0, 0, 1), \quad v_4 = (6, 2, \sqrt{3}, \pi + 1).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3, v_4) = 4$ .
- 2) I vettori  $v_1, v_2, v_3, v_4$  sono linearmente indipendenti.
- 3)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_3, v_4) = 2$ .
- 4)  $\mathcal{L}(v_1, v_2, v_3, v_4) = \mathcal{L}(v_1, v_2)$ .

**Quiz 7.10.** In  $\mathbb{R}^4$  siano dati i vettori

$$v_1 = (1, 2, \sqrt{3}, \pi), \quad v_2 = (4, -1, 0, 0), \quad v_3 = (5, 0, 0, 1), \quad v_4 = (6, 2, \sqrt{3}, \pi - \sqrt{3}).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) I vettori  $v_1, v_2, v_3, v_4$  sono linearmente dipendenti.
- 2)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3, v_4) = 3$ .
- 3)  $\mathcal{L}(v_1, v_2, v_3, v_4) = \mathcal{L}(v_1, v_2)$ .
- 4)  $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3) = 3$ .

**Quiz 7.11.** In  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ , lo spazio dei polinomi di grado minore o uguale a 3, siano dati

$$a_h(x) = 1 + 2x + hx^3, \quad b_h(x) = 1 - 2x + x^2, \quad c_h(x) = 2 + x^2 + hx^3.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $a_h, b_h, c_h$  sono linearmente indipendenti per ogni valore di  $h \in \mathbb{R}$ .
- 2) Esiste un unico valore di  $h \in \mathbb{R}$  tale che  $a_h, b_h, c_h$  siano linearmente dipendenti.
- 3)  $a_h, b_h, c_h$  sono linearmente dipendenti per ogni valore di  $h \in \mathbb{R}$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 7.12.** In  $\mathbb{R}^{2,2}$  siano date le tre matrici

$$A_h = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & h \end{pmatrix}, \quad B_h = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_h = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & h \end{pmatrix}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $A_h, B_h, C_h$  sono linearmente indipendenti per ogni valore di  $h \in \mathbb{R}$ .
- 2) Esiste un unico valore di  $h \in \mathbb{R}$  tale che  $A_h, B_h, C_h$  siano linearmente dipendenti.
- 3)  $A_h, B_h, C_h$  sono linearmente dipendenti per ogni valore di  $h \in \mathbb{R}$ .
- 4) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**Quiz 7.13.** In  $\mathbb{R}^4$  si considerino i vettori  $a = (3, -1, 2, 0)$ ,  $b = (3, 0, 1, -1)$  e  $c = (0, -2, 2, 2)$ .  
Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\dim(\mathcal{L}(a, b, c)) = 3$ .
- 2)  $\dim(\mathcal{L}(a, b, c)) = 2$ .
- 3)  $a - b + 5c \notin \mathcal{L}(a, b)$ .
- 4) Esiste  $d \in \mathbb{R}^4$  tale che  $(a, b, c, d)$  sia una base di  $\mathbb{R}^4$ .

## 8 Coniche e quadriche

**Quiz 8.1.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la sfera  $\mathcal{S}$  di equazione

$$\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 5 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) La misura del raggio di  $\mathcal{S}$  è 2.
- 2) Il centro di  $\mathcal{S}$  ha coordinate  $(2, 1, -1)$ .
- 3)  $\mathcal{S}$  passa per il punto di coordinate  $(1, -1, 1)$ .
- 4) La retta d'equazione  $(x, y, z) = (0, t, 0)$  interseca  $\mathcal{S}$  in due punti.

**Quiz 8.2.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la sfera  $\mathcal{S}$  di equazione

$$\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 2 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) La misura del raggio di  $\mathcal{S}$  è 2.
- 2) Il centro di  $\mathcal{S}$  ha coordinate  $(2, 1, -1)$ .
- 3)  $\mathcal{S}$  passa per il punto di coordinate  $(1, -1, 1)$ .
- 4) La retta d'equazione  $(x, y, z) = (0, t, 0)$  interseca  $\mathcal{S}$  in due punti.

**Quiz 8.3.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la sfera  $\mathcal{S}$  di equazione

$$\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 1 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) La misura del raggio di  $\mathcal{S}$  è 2.
- 2) Il centro di  $\mathcal{S}$  ha coordinate  $(2, 1, -1)$ .
- 3)  $\mathcal{S}$  passa per il punto di coordinate  $(1, -1, 1)$ .
- 4) La retta d'equazione  $(x, y, z) = (0, t, 0)$  interseca  $\mathcal{S}$  in due punti.

**Quiz 8.4.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la sfera  $\mathcal{S}$  di equazione

$$\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 3 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) La misura del raggio di  $\mathcal{S}$  è 2.
- 2) Il centro di  $\mathcal{S}$  ha coordinate  $(2, 1, -1)$ .
- 3)  $\mathcal{S}$  passa per il punto di coordinate  $(1, -1, 1)$ .
- 4) La retta d'equazione  $(x, y, z) = (0, t, 0)$  interseca  $\mathcal{S}$  in due punti.

**Quiz 8.5.** Nel piano con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la famiglia di coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$\mathcal{C}_h : x^2 - hy^2 + 2xy + 2x = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è un'ellisse per  $h = 2$ .
- 2)  $\mathcal{C}_h$  è degenere per  $h = 0$ .
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è una parabola per  $h = 1$ .
- 4)  $\mathcal{C}_h$  è un'iperbole per  $h = -1$ .

**Quiz 8.6.** Nel piano con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la famiglia di coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$\mathcal{C}_h : x^2 + hy^2 + 2xy + 2x = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è un'ellisse per  $h = -1$ .
- 2)  $\mathcal{C}_h$  è degenere per  $h = 2$ .
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è una parabola per  $h = 1$ .
- 4)  $\mathcal{C}_h$  è un'iperbole per  $h = 0$ .

**Quiz 8.7.** Nel piano con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la famiglia di coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$\mathcal{C}_h : x^2 - hy^2 + 2xy + 2x = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è un'ellisse per  $h = 0$
- 2)  $\mathcal{C}_h$  è degenere per  $h = -1$ .
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è una parabola per  $h = 1$ .
- 4)  $\mathcal{C}_h$  è un'iperbole per  $h = 2$ .

**Quiz 8.8.** Nel piano con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la famiglia di coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$\mathcal{C}_h : x^2 + hy^2 + 2xy + 2x = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è un'ellisse per  $h = 2$ .
- 2)  $\mathcal{C}_h$  è degenere per  $h = 1$ .
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è una parabola per  $h = -1$ .
- 4)  $\mathcal{C}_h$  è un'iperbole per  $h = 0$ .

**Quiz 8.9.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la sfera  $\mathcal{S}$  e il piano  $\pi$  rispettivamente di equazione

$$\mathcal{S} : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad \pi : y - 2 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è l'insieme vuoto.
- 3)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è una circonferenza di raggio  $3\sqrt{2}$ .
- 4) Il piano  $\pi$  è tangente alla sfera.

**Quiz 8.10.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la sfera  $\mathcal{S}$  e il piano  $\pi$  rispettivamente di equazione

$$\mathcal{S} : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad \pi : y - 4 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 2)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è l'insieme vuoto.
- 3)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è una circonferenza di raggio  $2\sqrt{3}$ .
- 4) Il piano  $\pi$  è tangente alla sfera.

**Quiz 8.11.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la sfera  $\mathcal{S}$  e il piano  $\pi$  rispettivamente di equazione

$$\mathcal{S} : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad \pi : y - 3 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è l'insieme vuoto.
- 2)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è una circonferenza di raggio  $\sqrt{3} - 2$ .
- 3) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 4) Il piano  $\pi$  è tangente alla sfera.

**Quiz 8.12.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la sfera  $\mathcal{S}$  e il piano  $\pi$  rispettivamente di equazione

$$\mathcal{S} : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad \pi : y - 1 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è l'insieme vuoto.
- 2) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- 3) Il piano  $\pi$  è tangente alla sfera.
- 4)  $\mathcal{S} \cap \pi$  è una circonferenza di raggio  $2\sqrt{2}$ .

**Quiz 8.13.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$x^2 + 2xy + hy^2 + 2x = 0$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è non degenera per  $h \neq 0$ .
- 2)  $\mathcal{C}_h$  è un'iperbole per ogni  $h \in \mathbb{R}$ .
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è una parabola per  $h = 0$ .
- 4) Esistono valori di  $h \in \mathbb{R}$  tali che  $\mathcal{C}_h$  sia unione di due rette parallele.

**Quiz 8.14.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$x^2 + 2xy + hy^2 + 2x = 0$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è non degenera per ogni  $h \in \mathbb{R}$ .
- 2)  $\mathcal{C}_h$  è un'iperbole  $h = -1$ .
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è un'ellisse per  $h = 0$ .
- 4) Esistono valori di  $h \in \mathbb{R}$  tali che  $\mathcal{C}_h$  sia unione di due rette parallele.

**Quiz 8.15.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$x^2 + 2xy + hy^2 + 2x = 0$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è una parabola per  $h = 0$ .
- 2) Esistono valori di  $h \in \mathbb{R}$  tali che  $\mathcal{C}_h$  sia unione di due rette parallele.
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è un'ellisse per  $h = 2$ .
- 4)  $\mathcal{C}_h$  è un'iperbole per ogni  $h \in \mathbb{R}$ .

**Quiz 8.16.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le coniche  $\mathcal{C}_h$  di equazione

$$x^2 + 2xy + hy^2 + 2x = 0$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{C}_h$  è una parabola per  $h = 2$ .
- 2)  $\mathcal{C}_h$  è non degenera per ogni  $h \in \mathbb{R}$ .
- 3)  $\mathcal{C}_h$  è un'ellisse per  $h = 0$ .
- 4) Esistono valori di  $h \in \mathbb{R}$  tali che  $\mathcal{C}_h$  sia unione di due rette incidenti.

**Quiz 8.17.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la quadrica  $\mathcal{Q}$  di equazione

$$\mathcal{Q} : x^2 + y^2 + 2z^2 - 4x + 2y + 4 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{Q}$  è un paraboloido.
- 2)  $\mathcal{Q}$  è un iperboloide.
- 3)  $\mathcal{Q}$  è un ellissoide.
- 4)  $\mathcal{Q}$  è un cono.

**Quiz 8.18.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la quadrica  $\mathcal{Q}$  di equazione

$$\mathcal{Q} : x^2 + y^2 + 2z - 4x + 2y + 4 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{Q}$  è un paraboloido.
- 2)  $\mathcal{Q}$  è un iperboloide.
- 3)  $\mathcal{Q}$  è un ellissoide.
- 4)  $\mathcal{Q}$  è un cono.

**Quiz 8.19.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la quadrica  $\mathcal{Q}$  di equazione

$$\mathcal{Q} : x^2 + y^2 - 2z^2 - 4x + 2y + 4 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{Q}$  è un paraboloido.
- 2)  $\mathcal{Q}$  è un iperboloide.
- 3)  $\mathcal{Q}$  è un ellissoide.
- 4)  $\mathcal{Q}$  è un cono.

**Quiz 8.20.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale sia data la quadrica  $\mathcal{Q}$  di equazione

$$\mathcal{Q} : x^2 + y^2 - 2z^2 - 4x + 2y + 5 = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{Q}$  è un paraboloido.
- 2)  $\mathcal{Q}$  è un iperboloide.
- 3)  $\mathcal{Q}$  è un ellissoide.
- 4)  $\mathcal{Q}$  è un cono.

**Quiz 8.21.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le quadriche  $\mathcal{Q}_h$  di equazione

$$x^2 + y^2 - 2z^2 = h$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{Q}_h$  è un iperboloide ellittico se  $h \geq 0$ .
- 2)  $\mathcal{Q}_h$  è non degenere per ogni  $h \in \mathbb{R}$ .
- 3)  $\mathcal{Q}_h$  è un iperboloide ellittico se  $h < 0$ .
- 4) Esistono valori di  $h \in \mathbb{R}$  tali che  $\mathcal{Q}_h$  sia un paraboloido.

**Quiz 8.22.** Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le quadriche  $\mathcal{Q}_h$  di equazione

$$x^2 + y^2 - 2z^2 = h$$

con  $h \in \mathbb{R}$ .

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{Q}_h$  è un iperboloide iperbolico se  $h > 0$ .
- 2)  $\mathcal{Q}_h$  è non degenere per ogni  $h \in \mathbb{R}$ .
- 3)  $\mathcal{Q}_h$  è un iperboloide iperbolico se  $h < 0$ .
- 4) Esistono valori di  $h \in \mathbb{R}$  tali che  $\mathcal{Q}_h$  sia un paraboloido.

**Quiz 8.23.** Nello spazio sia data la quadrica  $\mathcal{Q}$  di equazione

$$x^2 + 2y^2 + 4z = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1)  $\mathcal{Q}$  è un cilindro.
- 2)  $\mathcal{Q}$  è un cono.
- 3)  $\mathcal{Q}$  ha punti in comune con il piano di equazione  $z = 1$ .
- 4)  $\mathcal{Q}$  è un paraboloido.