Esercizi eseguiti il giorno 7 novembre 2019

1) Data $f(x) = 2x-1$, determinare l'espressione della funzione $g(x) = ax+b$, sapendo che $f(g(f(x))) = 12x-3$.

$$g(f(x)) = a(2x-1)+b = 2ax-a+b$$

$$f(g(f(x))) = 2(2ax-a+b) = 4ax-2a+2b-1$$

$$\begin{cases} 4a = 12 \\ -2a+2b-1 = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ -6+2b = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$g(x) = 3x+2$$

2) Siano $f(x) = \sqrt{2x+5}$ e $f(g(x)) = e^x$.
Determinare l'espressione di $g(x)$.

$$f(g(x)) = \sqrt{2g(x)+5} = e^x$$

$$2g(x)+5 = e^{2x}$$

$$g(x) = \frac{e^{2x}-5}{2}$$

3) Siano date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = x+2$.
Calcolare $f(g^2(x)) - f(g(x)+6) > 0$.

$$g^2(x) = (x+2)^2$$

$$f(g^2(x)) = 3^{(x+2)^2}$$

$$f(g(x)+6) = 3^{x+2+6}$$

$$3^{(x+2)^2} - 3^{x+2+6} > 0$$

$$3^{(x+2)^2} > 3^{x+8}$$

$$(x+2)^2 > x+8$$

$$x^2 + 4x + 4 - x - 8 > 0$$

$$x^2 + 3x - 4 > 0$$

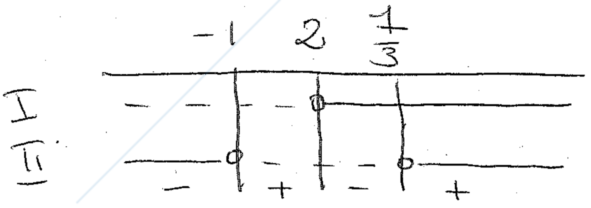
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \begin{cases} -4 \\ 1 \end{cases}$$

Sol: $\quad x < -4 \ \vee \ x > 1$

4) Data la disequazione $(x-2)(3x^2-4x-7) < 0$, determinare il complementare dell'insieme delle soluzioni.

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ 3x^2 - 4x - 7 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 2 \\ x = \frac{2 \pm \sqrt{4+21}}{3} = \begin{cases} \frac{7}{3} \\ -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \ \vee \ x > \frac{7}{3} \end{cases}$$



$$S \equiv (-\infty; -1) \cup \left(2; \frac{7}{3}\right)$$

$$S^c \equiv [-1; 2] \cup \left[\frac{7}{3}; +\infty\right)$$