

## I NUMERI NEGLI INSIEMI

 $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  NUMERI INTERI

 $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots\}$  NUMERI RELATIVI

 $Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in Z, q \neq 0 \right\}$  FRAZIONI, NUMERI DECIMALI, PERCENTUALI  
 $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$ 

## LE PROPORZIONI

 $a:b = c:d$       $a, c =$  ANTECEDENTI  
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$   
 MEDI  
 ESTREMI      $b, d =$  CONSEGUENTI

PROPRIETA' FONDAMENTALE: IL PRODOTTO DEI MEDI E' UGUALE AL PRODOTTO DEGLI ESTREMI.

 FORMULA:  $b \cdot c = a \cdot d$ 

UNA PROPORZIONE E' UN'UGUAGLIANZA TRA DUE FRAZIONI

 FORMULA:  $a:b = c:d \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{c \cdot b}{d \cdot b} \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{ad}{bd} = \frac{cb}{db} \rightarrow a \cdot d = c \cdot b$ 

PROPRIETA' DEL COMPORRE: IN OGNI PROPORZIONE, QUANDO OGNI ANTECEDENTE E' MAGGIORE DEL PROPRIO CONSEGUENTE, LA SOMMA TRA IL PRIMO E IL SECONDO TERMINE STA AL PRIMO O AL SECONDO TERMINE COME LA SOMMA TRA IL TERZO E IL QUARTO STA AL TERZO O AL QUARTO TERMINE.

 FORMULA:  $(a+b):b = (c+d):d \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{c}{d} + \frac{d}{d} \rightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$ 

PROPRIETA' DELL'INVERTIRE: SE IN UNA QUALSIASI PROPORZIONE SI SCAMBIA OGNI ANTECEDENTE CON IL SUO CONSEGUENTE SI OTTIENE UNA NUOVA PROPORZIONE.

 FORMULA:  $b:a = d:c \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ 

PROPRIETA' DEL PERMUTARE: SE IN UNA QUALSIASI PROPORZIONE SI SCAMBIANO FRA LORO I DUE MEDI O I DUE ESTREMI O ENTRAMBI SI OTTIENE UNA NUOVA PROPORZIONE.

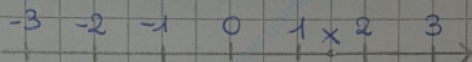
 FORMULA:  $a:c = b:d \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$  OPPURE  $d:b = c:a \rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

**PROPRIETA' DELLO SCOMPORRE:** IN OGNI PROPORZIONE, QUANDO OGNI ANTECEDENTE E' MAGGIORE DEL PROPRIO CONSEGUENTE, LA DIFFERENZA TRA IL PRIMO E IL SECONDO TERMINE STA AL PRIMO O AL SECONDO TERMINE COME LA DIFFERENZA TRA IL TERZO E IL QUARTO STA AL TERZO O AL QUARTO TERMINE.

**FORMULA:**  $(a-b):b = (c-d):d \rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \rightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$

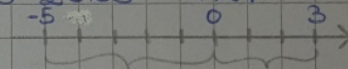
### I NUMERI REALI E I VALORI ASSOLUTI

$\mathbb{R}$  = NUMERI REALI



DISTANZA DI UN NUMERO  $x$  DALLO ZERO =  $|x|$

**ESEMPIO:**  $| -5 | = 5$ ,  $| 3 | = 3$



**DEFINIZIONI:**  $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

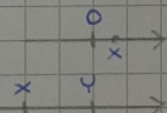
$|x-y|$  = DISTANZA DI  $x$  DA  $y$

$|x-0| = |x|$  = DISTANZA DI  $x$  DA ZERO

$|x-3|$  = DISTANZA DI  $x$  DA 3

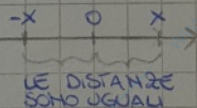
**PROPRIETA':**  $|x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$   
 $|x| > 0 \quad \forall x \neq 0$

$|x-y| = |y-x|$



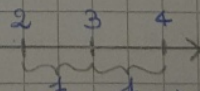
IN PARTICOLARE  $| -x | = | x |$

**ESEMPIO:**  $| -2 | = | 2 | = 2$



**ESEMPI:** DISEGNARE I SEGUENTI INSIEMI SULLA RETTA REALE E DESCRIVERLI COME INTERVALLI.

1.  $A_1 = \{ x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x-3| = 1 \}$

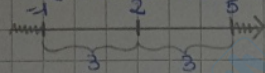


$= \{ x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE LA DISTANZA DI } x \text{ DA } 3 \text{ E' UGUALE A } 1 \}$

$A_1 = \{ 2, 4 \}$  OVVERO  $x=2, x=4$

$$2. A_2 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |2-x| > 3\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x-2| > 3\} =$$

$$= \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE LA DISTANZA DI } x \text{ DA } 2 \text{ SIA MAGGIORE DI } 3\}$$

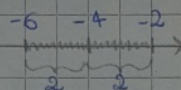


$$A_2 = (-\infty, -1) \cup (5, +\infty) \text{ OPPURE } x < -1 \vee x > 5$$

$$3. A_3 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x+4| \leq 2\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE}$$

$$|x - (-4)| \leq 2\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE LA DISTANZA DI } x \text{ DA}$$

$$-4 \text{ È } \leq 2\}$$



$$A_3 = [-6, -2] \text{ OPPURE } -6 \leq x \leq -2$$

$$4. A_4 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x+5| > 0\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE}$$

$$|x - (-5)| > 0\}$$

-5

$$A_4 = (-\infty, -5) \cup (-5, +\infty) \text{ OPPURE}$$

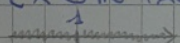
$x \neq -5$

$$! 5. A_5 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |3-x| < -1\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x-3| < -1\} =$$

$$= \emptyset \text{ NESSUN VALORE DI } x$$

POSITIVO  
O NULLO

$$6. A_6 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |1-x| > 0\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x-1| > 0\}$$



$$A_6 = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) \text{ OPPURE } x \neq 1$$

$$7. A_7 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x-2| < 3\}$$

-1

2

5

$$A_7 = (-1, 5) \text{ OPPURE } -1 < x < 5$$

$$8. A_8 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x-1| \geq 0\}$$

1

$$A_8 = (-\infty, 1] \cup [1, +\infty) \text{ OPPURE TUTTO } \mathbb{R}$$

$$! 9. A_9 = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x-3| > -3\} \Rightarrow A_9 = (-\infty, +\infty)$$

$$10. A_{10} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x+4| \leq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE}$$

$$|x - (-4)| \leq 0\}$$

-4

$$x = -4$$

$$! 11. A_{11} = \{x \in \mathbb{R} \text{ TALE CHE } |x| \geq 1\}$$

-1

0

1

$$A_{11} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

## ESERCIZI IN ESAME

1. IN UN ALLEVAMENTO IL 65% DELLE VACCHE E' DI RAZZA FRISONA E DI QUESTE L'80% PESA PIU' DI 700 Kg. CALCOLARE LA PERCENTUALE DI VACCHE DI RAZZA FRISONA CON UN PESO SUPERIORE A 700 Kg PRESENTI NELL'ALLEVAMENTO.

$$\frac{65}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{52}{100} = 52\% \quad \text{CALCOLO L'80\% DI 65}$$

2. UN IMPASTO DI BISCOTTI E' OTTENUTO MESCOLANDO 200 Kg DI PASTAFROLLA CONTENENTE IL 25% DI BURRO CON 300 Kg DI PASTAFROLLA CONTENENTE IL 35% DI BURRO. DETERMINARE LA PERCENTUALE DI BURRO PRESENTE NELL'IMPASTO FINALE.

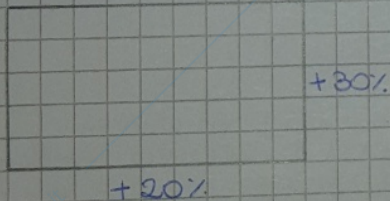
IN 200 Kg C'E' IL 25%. CIOE'  $\frac{200 \cdot 25}{100} = 50$  Kg DI BURRO

IN 300 Kg C'E' IL 35%. CIOE'  $\frac{300 \cdot 35}{100} = 105$  Kg DI BURRO

QUINDI IN 500 Kg CI SONO 155 Kg DI BURRO CIOE'

$$\frac{155 \cdot 100}{500} = 31\%$$

3. DETERMINARE L'AUMENTO PERCENTUALE DELLA SUPERFICIE DI UN RETTANGOLO QUANDO SI AUMENTA LA LUNGHEZZA DELLA BASE DEL 20% E LA LUNGHEZZA DELL'ALTEZZA DEL 30%.



SE LA BASE DI 100 AUMENTA DEL 20% SARA' 120

SE L'ALTEZZA DI 100 AUMENTA DEL 30% SARA' 130

PRIMA LA SUPERFICIE ERA  $100 \cdot 100 = 10000$

ORA LA SUPERFICIE E'  $120 \cdot 130 = 15600$

QUINDI  $10000 : 100 = 15600 : x \quad x = \frac{100 \cdot 15600}{10000} = 156 - 100 = 56\%$

4. LO STIPENDIO MEDIO DI UN NEOLAUREATO IN AGRARIA NEL 2017 È PIÙ ALTO DEL 12% RISPETTO ALLO STIPENDIO MEDIO DI UN NEOLAUREATO IN AGRARIA NEL 2016. CALCOLARE LO STIPENDIO MEDIO DI UN NEOLAUREATO DEL 2016 SAPENDO CHE IN MEDIA NEL 2017 UN NEOLAUREATO IN AGRARIA GUADAGNA 1400 EURO AL MESE.

NEL 2017 PRENDE 1400 CHE È IL 112% IN PIÙ RISPETTO

AL 2016 CHE PRENDE  $x$ , CHE È IL 100%. QUINDI

$$1400 : 112 = x : 100 \quad x = \frac{1400 \cdot 100}{112} = 1250 \text{ €}$$

! 5. UN APPESZAMENTO DI TERRENO È RAPPRESENTATO SU UNA MAPPA DA UN RETTANGOLO DI  $2,5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ . SE LA SUPERFICIE DELL'APPESZAMENTO È DI  $2,5 \text{ ha}$  ( $1 \text{ ha} = 10000 \text{ m}^2$ ), IN CHE SCALA È LA MAPPA?

$2,5 \cdot 4 = 10 \text{ cm}^2$  AREA RETTANGOLO SU MAPPA, CHE IN METRI

DIVENTA  $0,001 \text{ m}^2$

$2,5 \cdot 10000 = 25000 \text{ m}^2$  AREA APPESZAMENTO

TRASFORMO LO  $0,001 \text{ m}^2$  IN 1 MOLTIPLICANDO PER 1000 E

MOLTIPLICO PER 1000 ANCHE IL  $25000 \text{ m}^2$  CHE DIVENTA  $25000000$

QUINDI  $1 : \sqrt{25000000} \rightarrow 1 : 5000$  SCALA

6. PER RIDIPINGERE UN RECINTO LUNGO 2304 METRI 6 OPERAI LAVORANO 8 ORE. CALCOLARE QUANTI METRI DI RECINTO VENGONO RIDIPINTI DA 5 OPERAI CHE LAVORANO PER 3 ORE.

6 OPERAI      8 ORE      2304 m DIPINTI

5 OPERAI      3 ORE       $x$  m DIPINTI

CALCOLO 5 OPERAI IN 8 ORE QUANTI METRI DIPINGONO

$$6 : 2304 = 5 : x \rightarrow x = \frac{2304 \cdot 5}{6} = 1920 \text{ m DIPINTI IN 8 ORE DA 5 OPERAI}$$

$1920 : 8 = 240 \text{ m DIPINTI DA 5 OPERAI IN UN'ORA}$

$240 \cdot 3 = 720 \text{ m DIPINTI DA 5 OPERAI IN 3 ORE}$

7. PER RAGGIUNGERE CASA PIETRO VIAGGIA 3 ORE IN AUTOSTRADA A UNA VELOCITA' MEDIA DI 90 Km/h. SARENDI CHE, SEGUENDO LA STRADA NORMALE, PIETRO VIAGGEREBBE A UNA VELOCITA' MEDIA DI 60 Km/h, CALCOLARE IL TEMPO CHE PIETRO IMPIEGHEREBBE PER ARRIVARE A CASA SEGUENDO LA STRADA NORMALE.

$$\text{IN 3 ORE FA } 270 \text{ Km PERCHÉ } 90 \text{ Km/h} \cdot 3 \text{ h} = 270 \text{ Km}$$

$$270 \text{ Km} : 60 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 4,5 \text{ ORE}$$

8. LA VELOCITA' DI UN VEICOLO E' 72 Km/h. ESPRIMERE LA VELOCITA' IN METRI AL SECONDO.

$$\frac{72 \text{ Km}}{1 \text{ h}} = \frac{72000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

9. UN DIPENDENTE DI UN'AZIENDA AGRICOLA HA PREPARATO 680 Kg DI FORAGGIO CONTENENTE IL 15% DI AVENA, MENTRE IL FORAGGIO RICHIESTO AVREBBE DOVUTO CONTENERE IL 20% DI AVENA. QUANTI Kg DI FORAGGIO SARA' NECESSARIO SOSTITUIRE CON AVENA PER RIMEDIARE ALL'ERRORE COMMESSO?

$$15\% \cdot (680 - \overset{\text{Kg TATI}}{x}) + \overset{\text{Kg AGGIUNTI}}{x} = 20\% \cdot 680 \rightarrow \frac{15}{100} (680 - x) + x = \frac{20}{100} \cdot 680 \rightarrow$$

$$102 - \frac{15}{100} x + x = 136 \rightarrow \frac{10200 - 15x + 100x}{100} = 136 \rightarrow 102 + \frac{85x}{100} = 136 \rightarrow$$

$$\frac{85x}{100} = 136 - 102 \rightarrow \frac{85x}{100} = 34 \rightarrow x = \frac{34 \cdot 100}{85} = 40 \text{ Kg}$$

10. UN BARMAN HA PREPARATO 12 LITRI DI UNA BIBITA CONTENENTE IL 16% DI ALCOL. STABILIRE QUANTI LITRI DI SUCCO DI ARANCIA DEVE AGGIUNGERE PER OTTENERE UNA NUOVA BIBITA CHE CONTENGA SOLAMENTE IL 12% DI ALCOL.

$$12 \cdot 16\% = (12 + x) \cdot 12\% \rightarrow \overset{3}{18} \cdot \frac{16}{100} = (12 + x) \cdot \frac{12}{100} \rightarrow$$

$$\frac{48}{25} = \frac{36}{25} + \frac{3x}{25} \rightarrow \frac{-3x}{25} = \frac{36 - 48}{25} \rightarrow \frac{-3x}{25} = \frac{36 - 48}{25} \rightarrow$$

$$\frac{-3x}{25} = \frac{-12}{25} \rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \text{ LITRI}$$

11. CALCOLARE QUANTI Kg DI SALE DEVONO ESSERE AGGIUNTI A 360 Kg DI UNA SOLUZIONE CONTENENTE IL 7% DI SALE PER OTTENERE UNA NUOVA SOLUZIONE CONTENENTE IL 10% DI SALE.

$$360 \cdot 7\% + x = (360 + x) \cdot 10\% \rightarrow 360 \cdot \frac{7}{100} + x = (360 + x) \cdot \frac{10}{100} \rightarrow$$

$$\text{MOLTIPLICO TUTTO } \times 100 \rightarrow 360 \cdot 7 + 100x = (360 + x) \cdot 10 \rightarrow$$

$$2520 + 100x = 3600 + 10x \rightarrow 90x = 1080 \rightarrow x = 12 \text{ Kg}$$

12. NEL 2017 IL PREZZO DELLA SEGALE È AUMENTATO DEL 5% RISPETTO AL PREZZO DEL 2016. D'ALTRA PARTE, NEL 2016 IL PREZZO DELLA SEGALE ERA GIÀ AUMENTATO DEL 3% RISPETTO AL PREZZO DEL 2015. DETERMINARE L'AUMENTO PERCENTUALE DEL PREZZO DELLA SEGALE NEL BIENNIO 2015-2017.

$$2015 \rightarrow 100 \text{ €}$$

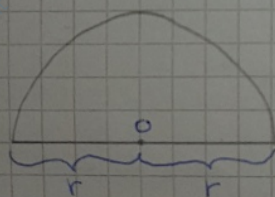
$$2016 \rightarrow 100 + 3\% \rightarrow \frac{100 \cdot 3}{100} = 3 \text{ €} \rightarrow 100 + 3 = 103 \text{ €}$$

$$2017 \rightarrow 103 + 5\% \rightarrow \frac{103 \cdot 5}{100} = 5,15 \text{ €} \rightarrow 103 + 5,15 = 108,15 \text{ €}$$

$$108,15 - 100 = 8,15\% \text{ AUMENTO DAL 2015 AL 2017}$$

### ESERCIZI FRATELLI

1. UN APPREZZAMENTO DI TERRENO DI FORMA SEMICIRCOLARE È RAPPRESENTATO SU UNA CARTINA IN SCALA 1:25000 DA UN SEMICERCHIO DI AREA  $2\pi \text{ cm}^2$ . CALCOLARE IL PERIMETRO DELL'APPREZZAMENTO REALE (IN M). (COME ES. 5)



$$\begin{aligned} \text{AREA CERCHIO} &= \pi r^2 \\ \text{CIRCONFERENZA} &= \pi \cdot 2r \\ \text{SEMICIRCONFERENZA} &= \pi r \end{aligned}$$

$$\frac{2 \cdot \pi r^2}{2} = 2\pi \cdot 2 \rightarrow \frac{\pi r^2}{\pi} = \frac{4\pi}{\pi} \rightarrow r^2 = 4 \rightarrow r = 2 \text{ cm SULLA CARTA}$$

$$\text{SEMICIRCONFERENZA} = 2\pi + \text{DIAMETRO} = 4\text{ cm}$$

$$\text{PERIMETRO} = 2r + \pi r = r(2\pi) = 2(2\pi) \text{ IN METRI } 250(250 + \pi)$$

- ! 2. UN ALLEVATORE POSSIEDE 72 VACCHE ED HA IN MAGAZZINO MANGIME SUFFICIENTE PER 40 GIORNI. SE AQUISTA ALTRE 8 VACCHE, PER QUANTI GIORNI SARA' SUFFICIENTE IL MANGIME CHE HA IN MAGAZZINO? (COME ES. 7)

PROPORZIONE INVERSA  $72 \cdot 40 = 80 \cdot x \rightarrow x = \frac{72 \cdot 40}{80} = 36$  GIORNI

3. SEI PANETTIERI PREPARANO 1200 PANINI IN QUATTRO ORE. QUANTO TEMPO IMPIEGANO QUATTRO PANETTIERI PER PREPARARE 120 PANINI? (COME ES. 6)

6 PANETTIERI 1200 PANINI 4 ORE

4 PANETTIERI 120 PANINI x

$6 : 1200 = 4 : x \quad x = \frac{1200 \cdot 4}{6} = 800$  PANINI FATTI DA 4 PANETTIERI IN 4 ORE

4 ORE IN MINUTI = 240

$240 : 800 = x : 120 \quad x = \frac{240 \cdot 120}{800} = 36$  MINUTI

4. IN UN GRANDE MAGAZZINO IN OCCASIONE DEI SALDI UN TELEVISORE VIENE VENDUTO CON IL 20% DI SCONTO. I DIPENDENTI DEL GRANDE MAGAZZINO HANNO DIRITTO AD UN ULTERIORE SCONTO DEL 20% SUL PREZZO GIA' SCONTATO. DETERMINARE LA PERCENTUALE DI SCONTO DI CUI PUO' USUFRUIRE UN DIPENDENTE PER L'ACQUISTO DEL TELEVISORE. (COME ES. 4)

20% DI 100€ = 20€ QUINDI  $100 - 20 = 80$

20% DI 80€ = 16€ QUINDI  $80 - 16 = 64$

$100 - 64 = 36$  € = 36% DI SCONTO

- ! 5. DATI 200 Kg DI UNA BEVANDA CONTENENTE IL 25% DI ZUCCHERO, STABILIRE QUANTO ZUCCHERO DEVO AGGIUNGERE PER OTTENERE UNA BEVANDA CONTENENTE IL 40% DI ZUCCHERO. (COME ES. 11)

$200 \cdot 25\% + x = (200 + x) \cdot 40\% \rightarrow \frac{200 \cdot 25}{100} + x = \frac{(200 + x) \cdot 40}{100} \rightarrow$

MULTIPLICO TUTTO X 100  $\rightarrow 200 \cdot 25 + 100x = (200 + x) \cdot 40 \rightarrow$

$5000 + 100x = 8000 + 40x \rightarrow 100x - 40x = 8000 - 5000 \rightarrow$

$60x = 3000 \rightarrow x = 50$  Kg

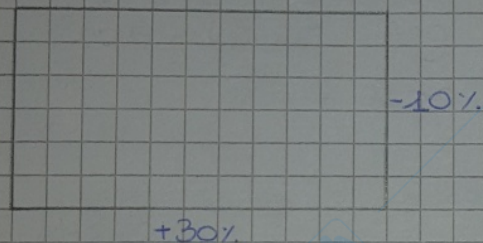
6. DETERMINARE LA PERCENTUALE DI ZUCCHERO CONTENUTA IN UNA SOLUZIONE OTTENUTA MESCOLANDO 3,5 Kg DI UNA SOLUZIONE CONTENENTE IL 2% DI ZUCCHERO CON 10,5 Kg DI UNA SECONDA SOLUZIONE CONTENENTE L'8% DI ZUCCHERO. (COME ES. 2)

IN 3500g C'E' IL 2%. CIOE' 70g

IN 10500g C'E' L'8%. CIOE' 840g

QUINDI IN 14000g CI SONO 910g CIOE'  $\frac{910 \cdot 100}{14000} = 6,5\%$

7. IN UN RETTANGOLO LA LUNGHEZZA DELLA BASE VIENE AUMENTATA DEL 30%, MENTRE LA LUNGHEZZA DELL'ALTEZZA VIENE DIMINUITA DEL 10%. CALCOLARE L'AUMENTO PERCENTUALE DELL'AREA DEL RETTANGOLO. (COME ES. 3)



SE LA BASE AUMENTA DEL 30%. ALLORA SARA' 130

SE L'ALTEZZA DIMINUISCE DEL 10%. ALLORA SARA' 90

AREA ORA  $130 \cdot 90 = 11700$

AREA PRIMA  $100 \cdot 100 = 10000$

$11700 - 10000 = 1700$  AUMENTO AREA, IN PERCENTUALE 17%.

8. UN RUBINETTO HA UNA PORTATA DI 10 LITRI AL MINUTO. DESCRIVERE LA STESSA PORTATA IN METRI CUBI ALL'ORA. (COME ES. 8)

$$\frac{10 \text{ l}}{\text{MIN}} = 10 \frac{\text{dm}^3}{60 \text{ h}} = \left( \frac{10 \cdot 1}{60} \right) \frac{\text{dm}^3}{\text{h}} = 10 \cdot 60 \frac{\text{dm}^3}{\text{h}} = 600 \frac{\text{dm}^3}{\text{h}}$$

$$= 600 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 0,6 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$\boxed{1 \text{ l} = 1 \text{ Kg} = 1 \text{ dm}^3}$$