www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

# • come risolvere le matrici e domande frequenti

1) mettere a sistema equazioni date

$$\begin{cases} x+y+3z-w=0 \\ 2x+y+3w=1 \\ x-y+z-h^2w=2 \\ y+2z-w=h \end{cases}$$

→ sono gli spazi vuoti, all'interno della matrice metteremo uno 0

2) inserire i numeri davanti variabili per creare una matrice

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -h^2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \end{array}\right)$$

→ corrispondono ai numeri dopo l'uguale

→ corrispondono ai numeri davanti le variabili (x, y, z, w)

→ se non c'è nè numero, nè variabile mettiamo lo 0

3) sommare, sottrarre, scambiare righe per ottenere i ranghi

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 1 & -1 & 1 & -h^2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right)$$

$R_2, R_4$ → si scambiano

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & -2 & -2 & -h^2+1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right)$$

$R_3 - R_1$ → si sottraggono

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & -2 & -2 & -h^2+1 & 2 \\ 0 & -1 & -6 & +5 & 1 \end{array}\right)$$

$R_4 - 2(R_1)$ → si può moltiplicare una riga

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h-1 & 2+2h \\ 0 & -1 & -6 & 5 & 1 \end{array}\right)$$

$R_3 + 2(R_2)$ → si somma

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & -4 & 4 & h+1 \end{array}\right)$$

$R_4 + R_2$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h^2-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & 0 & -2h^2+2 & 5+5h \end{array}\right)$$

$R_4 + 2(R_3)$

→ 4 scalini

**ATTENZIONE!**

Questi passaggi si possono svolgere solamente tra una riga con una sopra di essa, e non con una che si trova sotto

• LO SCOPO → ottenere i gradini (RANGH

$$\begin{pmatrix} n & n & n & n \\ 0 & n & n & n \\ 0 & 0 & n & n \\ 0 & 0 & 0 & n \end{pmatrix}$$

↳ in questo caso 4 scalini

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

4) Devo dare valori ad h e considerare caso per caso

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h^2-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & 0 & -2h^2+2 & 5+5h \end{array}\right)$$

↳ considero $h=1$, in modo tale da ottenere 0

{ ho 4 ranghi in M.A
{ ho 4 ranghi in M.COMPLETA
↳ RISOLUBILE

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h^2-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5+5h \end{array}\right)$$

↓

DEVO CONTARE RANGHI SIA PER MATRICE A CHE PER MATRICE COMPLETA

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h^2-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5+5h \end{array}\right)$$

↳ MATRICE A

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h^2-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5+5h \end{array}\right)$$

↳ MATRICE COMPLETA

se $h=1$

↓

se fosse $h \neq 1$ sarebbe RISOLUBILE

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h^2-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5+5h \end{array}\right)$$

↳ 3 scalini

↳ fa parte della matrice completa

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & h \\ 0 & 0 & 2 & -h^2-1 & 2+2h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5+5h \end{array}\right)$$

↳ 4 scalini

↳ in questo caso avendo $h=1$, non diventerà zero, ma controllare sempre, può modificare n° RANGHI

5) come sapere se è RISOLUBILE

- Se i numeri dei ranghi matrice A = a n° ranghi matrice completa ⟶ risolubile
- Se i numeri dei ranghi matrice A ≠ a n° ranghi matrice completa ⟶ non risolubile

} Rouché Capelli

5) come sapere n° soluzioni

- se $rk(A) =$ n° variabili ⟶ soluzioni = 1
- se $rk(A) <$ n° variabili ⟶ soluzioni = ∞

(Rango) scalini A — x, y, z, w ⟶ 4 in questo caso

6) come calcolare PARAMETRI

- n° variabili − $rk(A)$ ⟶ se risultato = 0, non dipende da parametri

7) come capire se INVERTIBILE ⟶ TRAMITE DETERMINANTE

ESEMPIO

DOBBIAMO FARE ⟶ Diagonale 1 (si moltiplica) − Diagonale 2 (si moltiplica)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & h-1 \end{pmatrix} \qquad (1 \cdot h-1) - (-1 \cdot 1)$$

DETERMINANTE = 0 non invertibile

↓ calcolo per determinante

↓

$h - 1 + 1 = h$ ⟶ quindi h deve essere ≠ da 0

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

# • Domande poste come seconde cose da fare dopo aver trovato scalini

1) se ci chiedono di valutare h = a un numero

i) dobbiamo sostituire n° ad h all'interno della matrice in cui abbiamo trovato scalini

- ESEMPIO

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & h & 1 & h+1 \\ 1 & 1 & h^2 & 1 & h+2 \end{array}\right)$$

matrice iniziale

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & h+1 & 2 & h+2 \\ 0 & 0 & h^2-1 & 0 & h+1 \end{array}\right)$$

↳ matrice con scalini

→ se mi chiedono di valutare h=0 →

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

ii) ora dobbiamo creare sistema di variabili con davanti n° che abbiamo nella matrice

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \longrightarrow \begin{cases} x+y+z+w=1 \\ 2y+z+2w=2 \\ -z=1 \end{cases}$$

→ risolviamo sistema per trovare variabili

ATTENZIONE!

se non troviamo una variabile leggere testo, ci farà sostituire le x a una y per trovarlo

2) ci chiedono prodotto matrice con matrice trasposta

i) matrice trasposta

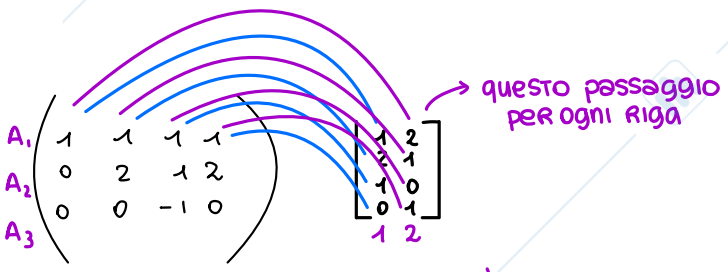
ESEMPIO

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ → significa che dobbiamo cambiare righe con colonne → $$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ii) PRODOTTO TRA MATRICI

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

→ non si considera




→ questo passaggio per ogni riga

→ Soluzione

$A_{1,1}(1^{1}\times 1)+(1^{2}\times 2)+(1^{1}\times 1)+(1^{0}\times 0)=4$

$A_{1,2}(1^{2}\times 2)+(2^{2}\times 1)+(1^{0}\times 0)+(1^{1}\times 1)=5$

$A_{2,1}(0^{0}\times 1)+(2^{4}\times 2)+(1^{1}\times 1)+(2^{0}\times 0)=5$

$A_{2,2}(0^{0}\times 2)+(2^{2}\times 1)+(1^{0}\times 0)+(2^{2}\times 1)=4$

$A_{3,1}(0^{0}\times 1)+(0^{0}\times 2)+(-1^{-1}\times 1)+(0^{0}\times 0)=-1$

$A_{3,2}(0^{0}\times 2)+(0^{0}\times 1)+(-1^{0}\times 0)+(0^{0}\times 1)=0$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari