

<b>Matematica TAL</b> <b>02 dicembre 2019</b>	<b>Prof.</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

**ISTRUZIONI:** E' vietato l'uso di calcolatrici e qualunque foglio, schema, appunti, ecc.

**Parte 1: Esercizi obbligatori**

1. (1 punto) La funzione  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  è

- (a) crescente in  $\mathbb{R}$
- (b) decrescente in  $\mathbb{R}$
- (c) crescente in  $[0, +\infty)$
- (d) decrescente in  $[0, +\infty)$

2. (1 punto) La disequazione  $(x-2)(e^x+1) > 0$  è verificata per

- (a)  $x < \frac{1}{e}$
- (b)  $x > 2$
- (c)  $x < \frac{1}{e} \vee x > 2$
- (d)  $x > \frac{2}{e}$

3. (1 punto) La disequazione  $\log_2 x > 1$  è verificata per

- (a)  $x > 0$
- (b)  $x > 2$
- (c)  $x > \frac{1}{2}$
- (d)  $x < 2$

4. (1 punto) L'integrale  $\int x + \frac{2}{3x} dx$  vale,

- (a)  $\frac{1}{2}x^2 + \log x^3$
- (b)  $\frac{x^2}{2} + 2x^3$
- (c)  $\frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}x$
- (d)  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3} \log x$

5. (1 punto) Il  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x$  è

- (a)  $+\infty$
- (b) 0
- (c)  $-\infty$
- (d) 1

6. (1 punto) La derivata della funzione  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \log(x^4 - 2x)$  è

- (a)  $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{4x^3-2}{x^4-2x}$
- (b)  $f'(x) = 3x^2 + \frac{4x^3-2}{x^4-2x}$
- (c)  $f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^4-2x}$
- (d)  $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{x^4-2x}$

7. (1 punto) La derivata della funzione  $4\sqrt{x} - 2 \sin x$  è,

- (a)  $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + \cos x$
- (b)  $f'(x) = 4\sqrt{x} - 2 \cos x$
- (c)  $f'(x) = 4\sqrt{x} + \cos x$
- (d)  $f'(x) = 2x^{-1/2} - 2 \cos x$

8. (1 punto) Il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + \sqrt{x} - x}{x^2 - 5\sqrt{x}}$  è

- (a) 3
- (b)  $+\infty$
- (c) 1
- (d)  $-\frac{1}{5}$

9. (1 punto) La funzione  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

- (a) ha un massimo in  $x = 2$
- (b) è positiva per  $x > 0$
- (c) ha un minimo in  $x = 2$
- (d) è negativa per  $x > 1$

10. (1 punto) L'integrale  $\int (x+x^3) dx$  vale

- (a)  $\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4}$
- (b)  $\frac{1}{2}x^2 + x^4$
- (c)  $x^2 + x^4$
- (d)  $x^2 + \frac{1}{4}x^4$

10 punti

## Parte 2

ESERCIZIO 1. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{x^2}$$

8 punti
---------

ESERCIZIO 2. Dare la definizione di estremo superiore e massimo assoluto per una funzione definita in un intervallo  $[a,b]$ .

2 punti
---------

ESERCIZIO 3.

(a) (2 punti) Enunciare il teorema di esistenza degli zeri.

4 punti
---------

(b) (2 punti) Quante soluzioni ha la funzione  $f(x) = 3x^2 - 2$  nell'intervallo  $[-4,0]$ ?

ESERCIZIO 4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x+1)y^2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

2 punti
---------

ESERCIZIO 5. Calcolare l'area della parte di piano compresa tra i grafici delle funzioni  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $f(x) = x^2$

2 punti
---------

ESERCIZIO 6. Disegnare una funzione con le seguenti proprietà

- Dominio di  $f$ :  $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ ;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;
- $x = -1$  e  $x = 0$  asintoti verticali,  $y = 0$  asintoto orizzontale;
- $x = -3$  punto di minimo relativo,  $x = +3$  punto di minimo assoluto;
- $f$  decresce in  $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$ ;
- $f < 0$  in  $(1, +\infty)$ .

2 punti
---------