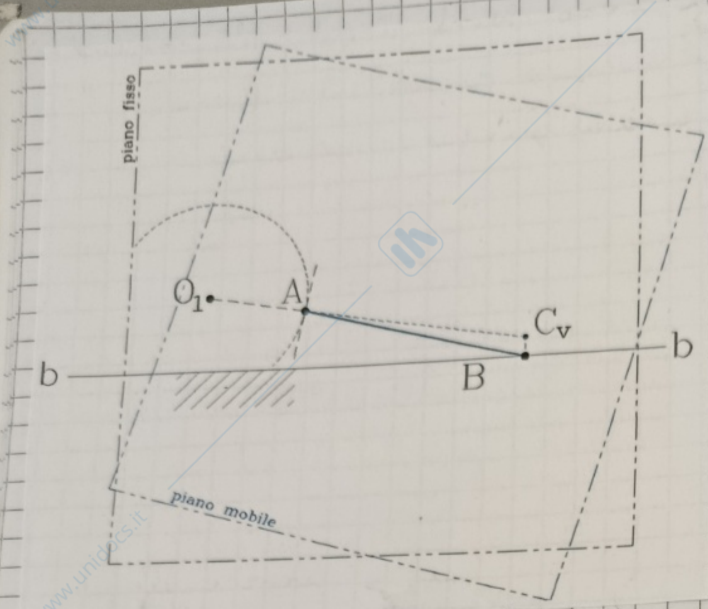
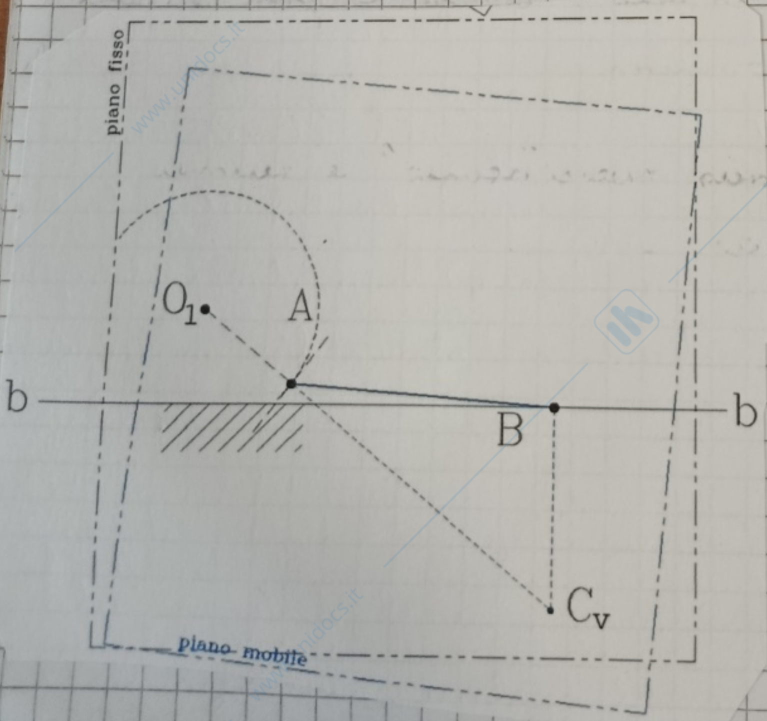


Qui viene mostrato sempre il concetto di prima e si vede ancora meglio il movimento del piano mobile rispetto alla sua posizione iniziale in accordo con il movimento della biella.

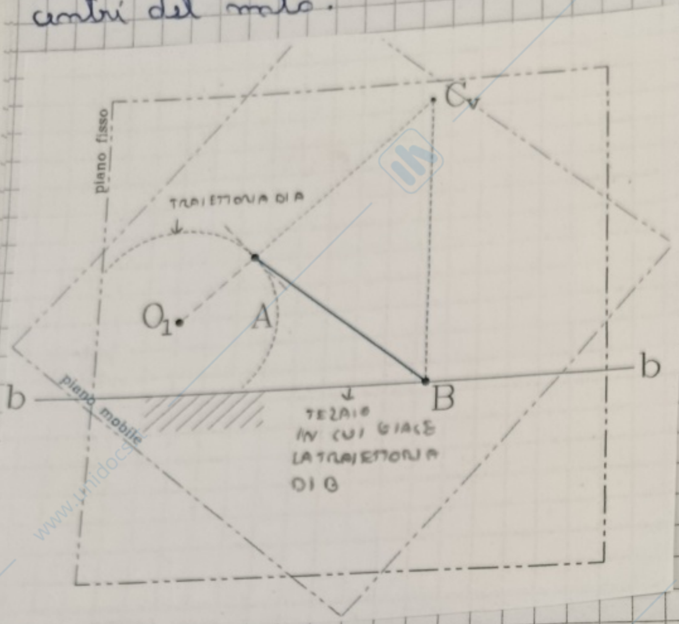
~~Tornando a guardare la configurazione~~, visto che abbiamo questi 2 piani, prendiamo 2 pennarelli uno blu (piano mobile) e uno nero (piano fisso) e facciamo la seguente operazione:

Partendo dalla "fotografia" della macchina, prendiamo il pennarello nero e tracciamo in corrispondenza del centro delle velocità C_v nel piano fisso un pallino.



Partendo quindi da questa configurazione rallentiamo la biella prendiamo il pennarello nero facciamo un pallino dove sta C_v.

ATTENZIONE: Noi stiamo disegnando il pallino sul piano fisso, quindi accantoniamo per adesso l'esercizio e concentriamoci sui centri del moto.



Questa figura mostra lo schema di un manovellismo di spinta di tipo non centrato ridotto all'essenziale per ragioni di visibilità grafica attesoché lo dovremo mettere in movimento e ci sovrapporremo tante configurazioni.

Sostanzialmente i simboli delle coppie rotoidali O_1, A e B sono stati soppressi (ci sono solo i punti) come altresì il carrello in modo da poterci concentrare sulla biella. Ne abbiamo anche riportato le traiettorie dei punti A e B. (lo facciamo quindi per focalizzarci meglio su ciò che ci interessa)

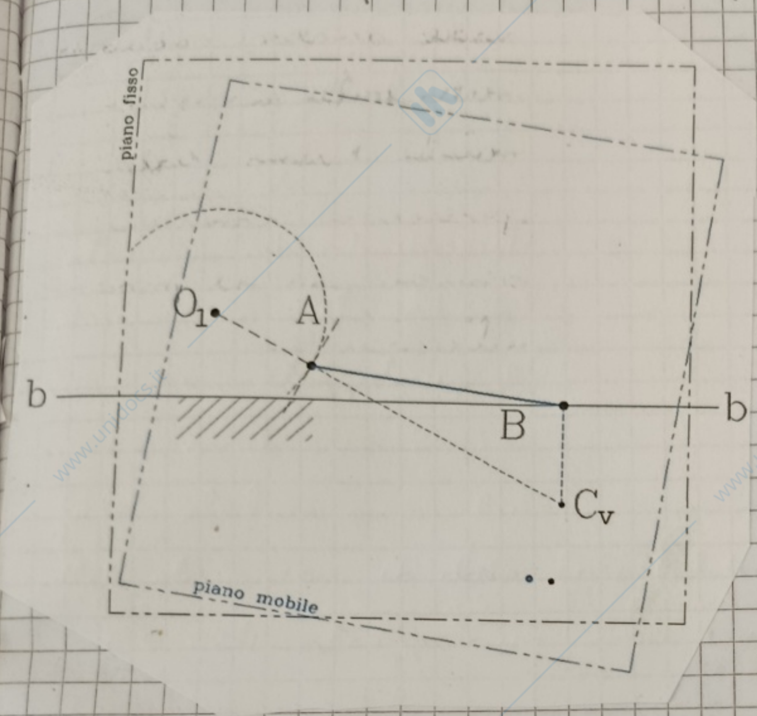
(È un meccanismo biella-manovella non centrato in quanto la traiettoria del punto B del carrello non passa per il punto O_1 della manovella)

In questa riedizione abbiamo semplicemente lasciando le parti non attive.

Alla biella (blu) possiamo associare un piano mobile di dimensioni infinite, qui abbiamo ~~i~~ invece definito un piano mobile (gli abbiamo dato dei contorni e quindi una fine) al fine di "metterlo in evidenza" sia uno che gli infiniti e infinitesimi che ~~giacciono su esso~~ ci giacciono.

a prescindere dal fatto che piano mobile nelle configurazioni successive si muova, quel pallino rimane lì fermo.

Facciamo la foto ad una configurazione successiva:



Facciamo pure un pallino sul piano blu nella configurazione precedente erano l'uno sull'altro (sono nella stessa posizione ma su 2 layer diversi)

Mano il muoviamo il pallino nero è rimasto dov'era mentre quello blu essendo stato disegnato sul piano mobile si è spostato congruentemente col piano mobile.

Anche in questa nuova configurazione i piani abbiamo i pallini di Cv del piano mobile e del piano fisso l'uno sull'altro nella stessa posizione.

Ripetiamo l'operazione facendo nuovi "scatti" e quindi trovando nuove configurazioni.

È la configurazione in cui la biella trasla come la trave? Con lo stesso procedimento però che stavolta si dice annullare $\vec{\omega}_2$ (annullare fuori che è possibile solo quando la manovella è a 90° e 270°, manovella perpendicolare alla guida).

LEZIONE 13 14/10/2021

Continuiamo il nostro discorso sul meccanismo visto ieri di cui abbiamo terminato lo studio delle velocità e quindi non ci resta che passare allo studio delle accelerazioni.

Come sempre in accordo con lo studio delle velocità ricaviamo il modello di studio delle accelerazioni. Scriviamo quindi che 1 è rigido in termini accelerativi considerando sempre come punti noti P e O_1 e supponendo un'intensità per $\dot{\omega}_1$ pari a 0, ovvero ω_1 è costante.

$$\vec{a}_P = \underbrace{\vec{a}_{O_1}}_{\text{noto}=0 \text{ per il vincolo}} + \underbrace{\dot{\vec{\omega}}_1 \wedge (A-O_1)}_{\text{noto}=0 \text{ per il g.d.l. variato per cui supponiamo } \omega_1 \text{ costante}} - \underbrace{\omega_1^2 (A-O_1)}_{\text{noto in quanto componente normale}}$$

Quindi $\vec{a}_P$ assume la seguente forma:

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{P}^{n} = \omega_1^2 (A-O_1)$$ quindi noto e tracciabile

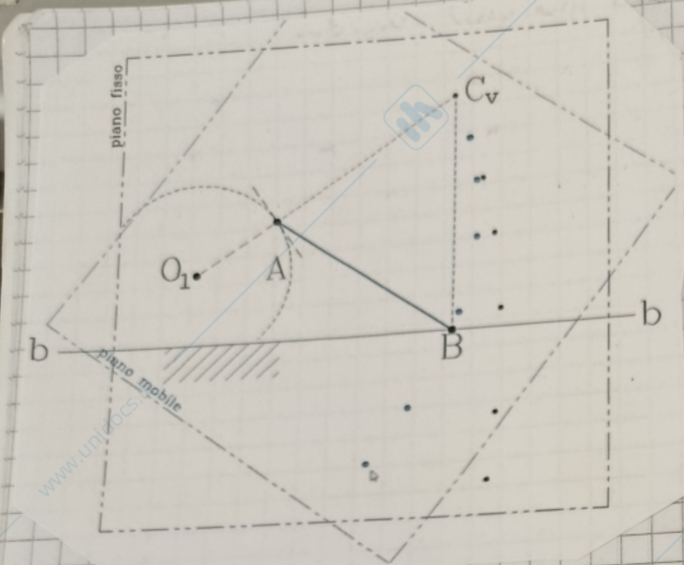
Poniamo al membro 2 di cui avevamo scritto il teorema di composizione delle velocità quindi ora facciamo lo stesso per le accelerazioni:

$$\vec{a}_P^{(A)} = \vec{a}_P^{(R)} + \vec{a}_P^{(T)} + \vec{a}_P^{(C)}$$

$\vec{a}_P^{(C)}$ noto: $2\vec{\omega}^{(T)} \wedge V_P^{(R)} = 2\vec{\omega}_1 \cdot \vec{V}_P^{(R)}$ $\quad \vec{\omega}_{2,1}$

$\vec{a}_P^{(T)}$ noto nel momento che faccio la stessa considerazione che abbiamo fatto per la $V_P^{(T)}$, ovvero essendo in questo caso 2 e 1 saldati e $a_P^{(1)} = a_P^{(2)}$.

$\vec{a}_P^{(A)}$: Abbiamo fatto diventare $\vec{V}_P^{(A)}$ un dir facendo il ragionamento quando abbiamo considerato che il membro 2 di cui P appartiene è un corpo rigido accoppiato al telaio da una coppia prismatica, diventa così dir la velocità ma anche l'



Si vede chiaramente come i pallini si allontanino l'uno dall'altro in base al movimento della biella a cui è legato il piano fisso.

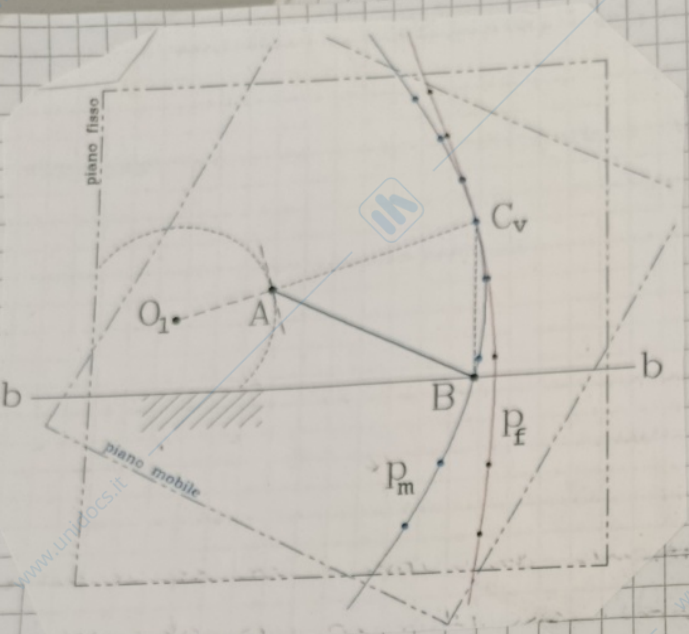
Procedendo in questo modo stiamo facendo 2 punteggiate, una sul piano nero fisso e una sul piano mobile blu

(e questo potremmo farlo per tutto il ciclo di movimento della macchina ricavando infine una punteggiata chiusa)

Ma cosa sono questi punti? Il punto indicato dalla freccia nella "fotografia" ha velocità o no? Ovviamente ha velocità, come tutti gli altri punti blu, tranne ovviamente C_v essendo centro del moto della biella per questa configurazione e i punti neri essendo appartenenti al piano fisso.

Questi punti blu sono importanti perché a turno è destinato ad andarsi a sovrapporre con ciascuno di questi punti neri e nel momento in cui accade questo fenomeno il punto in questione diventerà centro del moto.

Quindi se poi congiungessimo tutti questi punti blu con una linea, quest'ultima rappresenterebbe il luogo dei punti del piano mobile che sono stati o



queste 2 linee prendono il nome di curve polari perchè guidano il movimento del piano mobile sul piano fisso (definiscono quindi questo moto tra piani)

ma ritornando un' attimo nella prima configurazione in cui muovevamo la biella e quindi tracciavamo 2 pallini un centro delle velocità (Blu) e uno di istantanea rotazione (nero) che differiscono poichè spostavamo il piano mobile rispetto a prima.

La domanda che ora ci poniamo è: Come faccio a sapere dove è finito il punto blu dopo ~~lo spostamento~~ il movimento?

Il punto blu si muove poichè è connesso rigidamente ai punti della biella, quindi la sua distanza rispetto ad essi non può cambiare, quindi per disegnare il punto blu nella successiva configurazione non devo fare altro che imporre la rigidezza e quindi:

1) misuro la distanza che c'è tra A e Cv e tra B e Cv
2) Quando ~~a~~ poniamo poniamo ad una nuova configurazione in cui A e B non saranno più nelle stesse posizioni di prima, traccio una circonferenza di raggio

accelerazione, poiché il moto assoluto è sempre traslatorio, quindi $\vec{a}_P^{(a)}$ può cambiare ma solo in intensità non in direzione.

L'ultimo termine $\vec{a}_P^{(r)}$ possiamo dire che è in dir. attraverso le stesse considerazioni fatte per $\vec{V}_P^{(r)}$ e che ora per una migliore visione esplicitiamo attraverso la scrittura dell'equazione di rigidezza del membro 2 ma vista nel moto relativo prendendo in considerazione P e il centro del moto relativo.

$$\vec{a}_P^{(r)} = \vec{\dot{\omega}}_{2,1} \wedge (P - C_{2,1}) - \omega_{2,1}^2 (P - C_{2,1}) + \vec{a}_{C_{2,1}}$$

(QUINDI ATTENZIONE NON CI STIAMO INVENTANDO NIENTE CHE NON ABBIAMO GIÀ DISCUSSO IERI, QUI LA STIAMO SOLO VEDENDO SCRITTA COME RELAZIONE E NON PURO RAGIONAMENTO!)

Della relazione:

- $\vec{\dot{\omega}}_{2,1} \wedge (P - C_{2,1})$ è noto in direzione poiché lo era anche $\vec{\omega}_{2,1} \wedge (P - C_{2,1})$ nelle velocità;
- $\omega_{2,1}^2 (P - C_{2,1})$ è noto in quanto componente normale (anche se non l'abbiamo calcolato possiamo ricavare $\vec{\omega}_{2,1}$ come sempre: $\omega_{2,1} = \frac{\vec{V}_P^{(r)}}{PC_{2,1}}$
- $\vec{a}_{C_{2,1}}$ è noto poiché anche $\vec{V}_{C_{2,1}}$ è noto (anche se non lo vediamo sappiamo che l'informazione è presente nel meccanismo e tale informazione sarà indipendente dal problema accelerativo)

E qui ci dobbiamo fermare perché il nostro modello teorico di studio ~~che serve a definire~~ è sprovvisto della modalità necessaria a definire $\vec{a}_{C_{2,1}}$.

saranno centri delle velocità per quel rigido.

E i pallini neri cosa sono? Sono luoghi dei punti del piano fisso destinati ad accoppiarsi con il corrispettivo nel piano mobile quando quel pallino blu diventa centro delle velocità.

Quindi abbiamo punti su 2 piani distinti fondamentalmente dicono la stessa cosa.

Ma poichè noi dobbiamo parlare in maniera definita e fino ad ora avevamo parlato indifferentemente di centro delle velocità e centro di istantanea rotazione, poichè non avevamo avuto l'esigenza di distinguerli.

~~Ora~~ Da questo momento in poi quando abbiamo l'esigenza di distinguere l'appartenenza del punto al piano mobile o al piano fisso parleremo di:

- Centro delle velocità: quando parlo dei punti del piano mobile;
- Centro di istantanea rotazione: quando parlo dei punti del piano fisso

Quando il centro delle velocità cade su un punto che è centro di istantanea rotazione, quel punto diventa centro delle velocità e centro di istantanea rotazione (acquisisce entrambe le proprietà)

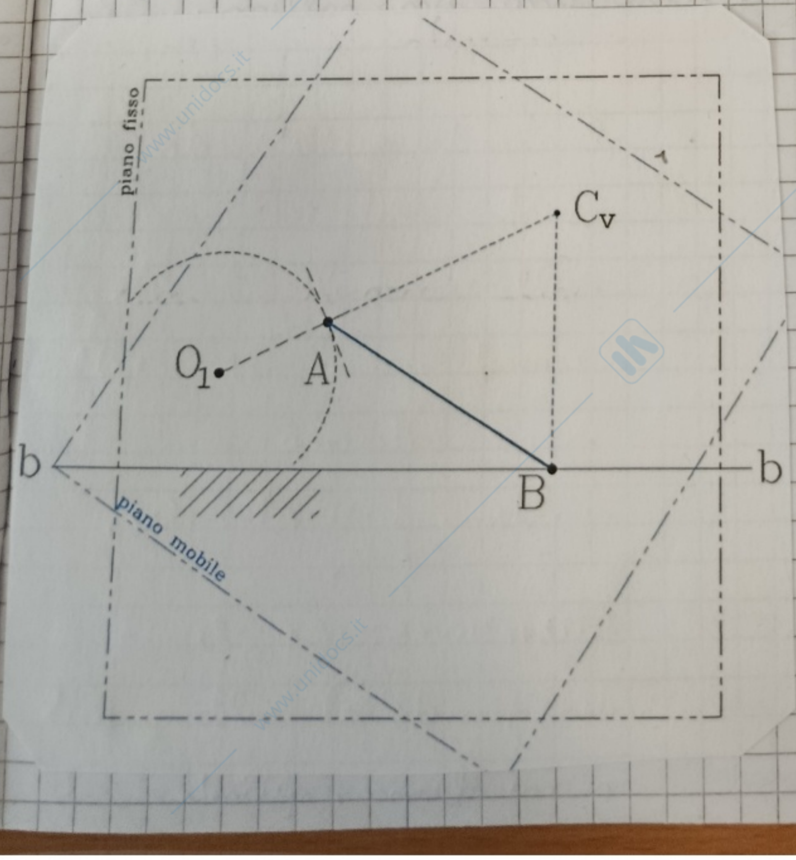
(Disegno di quanto detto →)

La biella si muove relativamente a tutti gli altri membri della catena cinematica, quindi anche al telaio (un membro che noi consideriamo fisso) al quale possiamo appiccicare un piano chiamato piano fisso (anche esso infinito ma per vederlo lo "rendiamo" finito)

Quando la biella si muoverà si porterà dietro il suo piano mobile mentre il piano fisso del telaio è fermo per definizione. (questo lo avevamo già detto)

Il piano mobile biella in quanto associato con un'entità rigida è dotato istante per istante di un punto di quell'entità che non ha velocità, il centro del moto Cv individuato in questo momento dalle intersezione delle normali alle traiettorie di 2 punti della biella (A e B)

Se noi adesso muoviamo la biella, attraverso un movimento della manovella che otteniamo dal movimento di A sulla sua traiettoria, otterremo un sistema ed uno schema di questo tipo.



Ma mentre la biella si muove il suo piano mobile si muove con lei (di fatto i confini tracciati rimangono uguali" Ad esempio la retta 1 si era parallela con la biella e rimane anche qui)

Quindi in realtà le curve polari definiscono in maniera univoca le traiettorie dei punti. (con quale velocità o accelerazione questi punti percorrono queste traiettorie dipende dal g.d.l. che noi assegnamo)

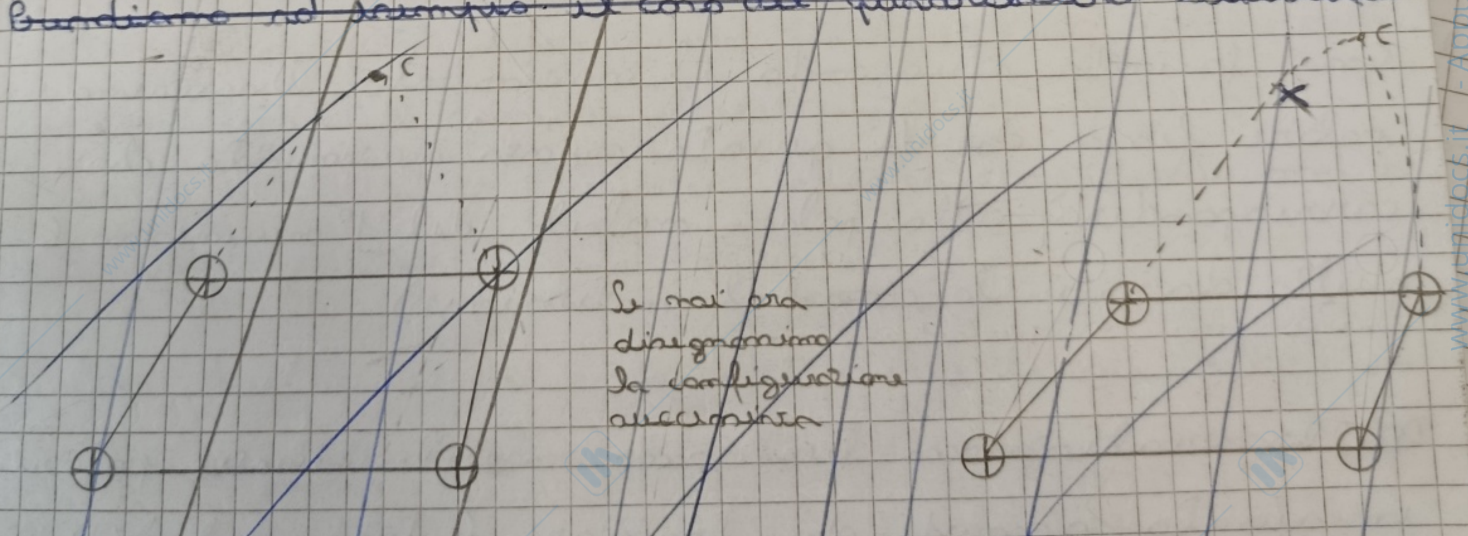
(quindi le curve svolgono un lavoro "similare" ai vincoli)

Le polari quindi costituiscono l'espressione grafica dell'equazione del moto nel dominio delle posizioni

Il metodo di costruzione grafica della polare mobile che abbiamo precedentemente illustrato è detta costruzione per mezzo del metodo del ~~trasfer~~ trasporto.

C'è anche un altro modo per tracciare le curve polari e che a volte può risultare più facile ed è quella del metodo del moto inverso, cioè quella che si ricava facendo un'inversione di meccanismo.

~~Studiamo ad esempio il caso del quadrilatero articolato~~



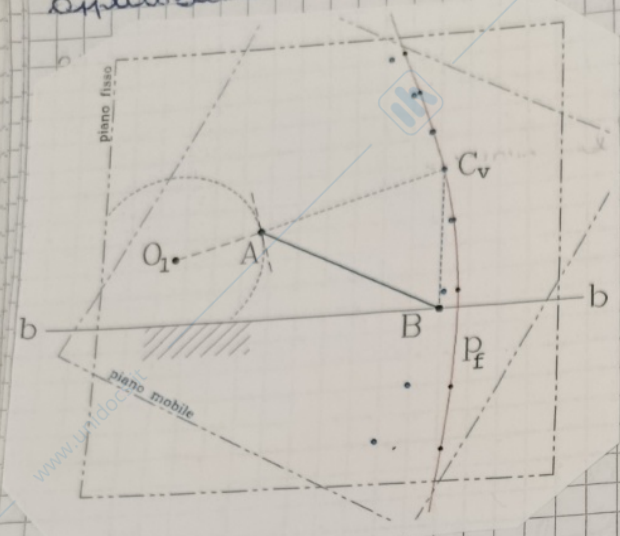
Se noi ora disegnassimo la configurazione successiva

Cosa succede? Succede che C ha cambiato posizione

"ma questi punti a quale piano appartengono? A quello fisso ovviamente quello nel piano mobile della configurazione di prima la troviamo col metodo del trasporto (la x)

Applicazione del metodo del moto inverso:

~~Se nel mostro movimento~~



Se nello studiare il movimento del meccanismo non ci curassimo di trasportare i punti tale ma tracciassimo solo quelli cui troveremo una sola curva polare, ovvero quella fissa.

Se noi non volessimo trasportarli cosa dovremmo fare?

Tracciamo la curva polare fissa e poi facciamo un' inversione di meccanismo studiandone i movimenti (quindi il piano mobile lo faccio diventare fisso e quello che era fisso diventa mobile)

Così facendo studiando il movimento troveremo una polare fissa ~~da~~ di questo nuovo movimento che corrisponderà alla polare mobile del 1° meccanismo (quello da cui facciamo l' inversione)

Nella realtà non tracceremo mai le curve polari in quanto scomode da tracciare (troppi calcoli).

A noi interessa capire che le curve polari ci sono, che definiscono il moto perché da queste informazioni ricaviamo altre cose che sono legate alle curve polari, quindi mi daranno le stesse informazioni

$\overline{AC_V}$ ~~di un~~ (distanza presa nel 1° passaggio) e di centro A (nella sua nuova posizione nella nuova configurazione) e una circonferenza di centro B e raggio $\overline{BC_V}$. ~~[illegible]~~ Il punto dove si intersecano sarà il centro delle velocità (blu) della configurazione precedente che si è mosso coerentemente col piano mobile.

Adesso immaginiamo di vedere il movimento del piano mobile blu però una volta che abbiamo tracciato la curva blu e la curva rossa; mentre la curva blu si muoverà col piano mobile, la curva rossa starà ferma. Se noi adesso supponiamo che il piano mobile blu non è più associato ad una biella ma ad una sagoma (il cui profilo è la curva blu) che tocca il piano fisso nella sagoma rossa (curva rossa), ma il movimento è sempre lo stesso.

Se noi adesso guardassimo il punto di contatto tra le 2 superfici (C_V) e ci chiedessimo che velocità abbia il punto blu del piano mobile in quel momento sappiamo certamente che è 0, idem per il punto rosso e quindi la velocità relativa quanto varrà? 0 anche essa, quindi in questo momento il moto del profilo blu sul profilo rosso in contatto nel punto C_V è di puro rotolamento. E questo vale anche per le altre configurazioni in cui la curva blu e la rossa si toccano in un punto C_V.

Questo significa che il profilo blu del piano mobile rotola sul profilo rosso del piano fisso e quindi:
La curva polare mobile rotola senza strisciare sulla curva polare fissa. E se noi adesso sopprimessimo i

vincoli in A e in B ed obblighiamo il piano mobile a muoversi di moto di puro rotolamento in contatto con la sua polare fissa otterrei esattamente lo stesso movimento che avevamo prima) (quindi stiamo dicendo che anche se noi leviamo i vincoli di membri manovella e corsoio che noi condizionano il moto ma lo facciamo muovere con quelle curve polari le traiettorie dei punti e i movimenti sono gli stessi riusciamo comunque a definire il moto dimostrando quindi perché si definiscono polari quelle curve)

Le curve polari quindi sono univocamente connesse al moto del rigido cui si riferiscono o definiscono in maniera univoca il moto del rigido stesso. (Se abbiamo i vincoli troviamo una ed una sola coppia di curve polari, se disegno 2 curve polari abbiamo fissato in modo univoco il moto di quel piano e non lo posso più svincolare a meno che non metta vincoli compatibili con quelle polari)

Il termine univocamente precisa che anche se possiamo ripetere all'infinito di volte il ragionamento fatto, se quello è il meccanismo sempre avremo quelle 2 curve polari e non altre. (ovviamente purché non ci sia un cambio nella geometria del meccanismo)

ma se disegnamo le curve polari abbiamo effettivamente definito il moto del rigido o solo un suo parametro? (moto significa: posizione, velocità ed accelerazione)

Disegnare le curve polari significa che abbiamo usato il grado di libertà sul solo dominio delle posizioni (i punti percorreranno sempre quelle traiettorie)