

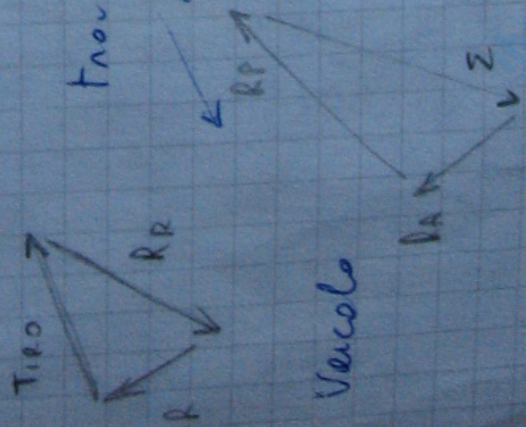
**ESERCIZIO**



Avvicino: mantenere una  
peso  
forze trazione  
forza strada

nuovo  $R_R$ , mi trovo forze strada.  
l'incontro mi da  $H_R$ , che collega  
alla cerchia

TROVO TIRÒ CON IL PUNTO E LA APPLICO  
NELLE IMPERFEZIONI TRA  $R_R$  E  $H_R$



Trovo la forza tiro

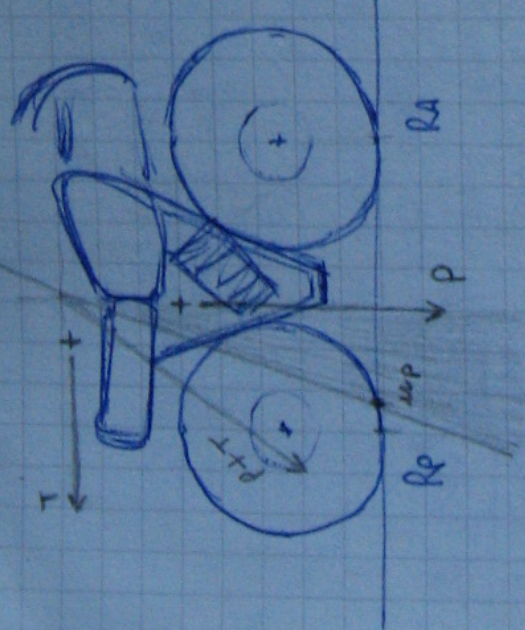
come il negativo, la resistenza del veicolo  
a essere tirato dal veicolo

La  $R_A$  va sopra per de' ceri  
he un braccio maggiore!

Trazione posteriore  
perche' e' la molla  
piu' conca -

Quid e' la coppia motrice  
de applicazione?

Esercizio



PARTENZA

Atto di moto inesplicito.  
L'inerzia dovuta all'accelerazione da il rialzamento.

dobbiamo evitare che RA diventi 0.

P+T deve eguagliare solo RP (RA=0) quando T+P pone per RP RA e' nulla.

P e' costante. all'aumentare di T (dovuto all'osc T+P tende a diventare orizzontale e si mescha il rialzamento.

In molte' caso fanno.

Non ci sono resistenze aerodinamiche. c'è l'inerzia e il peso.

Serve concentrare l'energia e pesante.

MECCANISMI IN SERIE, IN PARALLELO.

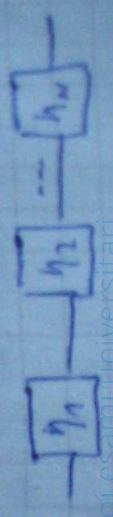
c'è una combinazione di meccanismi (come nel motore automobilistico)

SERIE = prodotto  $\eta_N$

PARALLELO  $R_{TOT} =$  MEDIA PESATA DEI RENDIMENTI (PESI L.N)

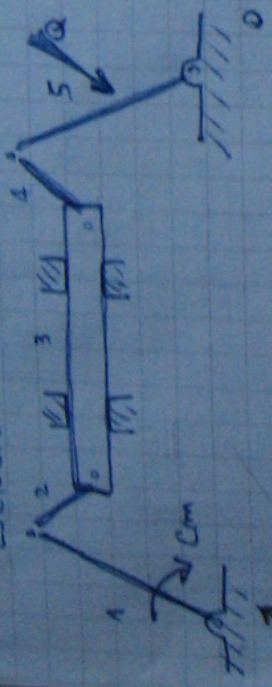
$$PARALLELO = \frac{\sum \eta_N \cdot L_{MN}}{L_{MN}}$$

$$SERIE \Rightarrow \eta = \frac{L_{M1}}{L_{M2}} \times \frac{L_{R1}}{L_{M3}} \times \dots \times \frac{L_{RN}}{L_{M_{N+1}}} = \eta_1 \times \eta_2 \times \dots \times \eta_m$$



www.unidocs.it  
 er.superar.it  
 3x15=15  
 5 elementi

ESERCIZIO STATICA



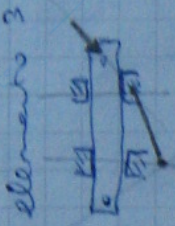
4 forze note  
 reazioni in estremo  
 (in 0 solo punti  
 di appoggio)

4 forze, prendo  
 per estremo.  
 per avere un equilibrio  
 devo avere altre  
 direzioni.

1 GDL

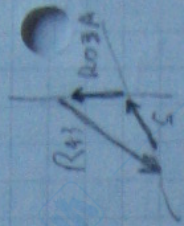
spostini cond.  
 di carico  
 & forze note  
 $C_m$  incognita

6 coppie rotoidali  
 1 coppia prismatica

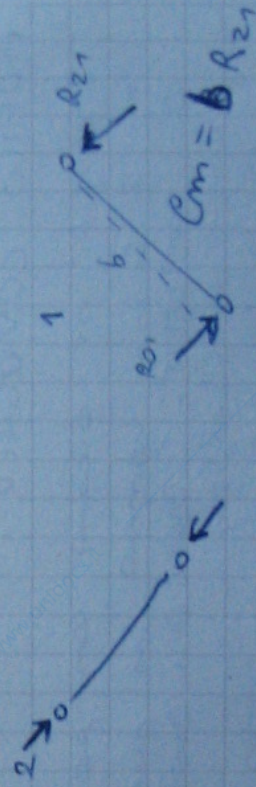
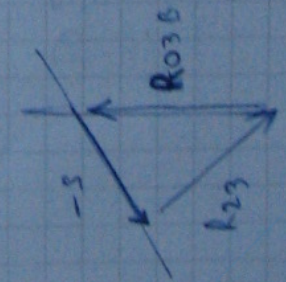


prendono  
 due 2, che danno  
 due forze con  
 stessa direzione,  
 le direzioni per 3

prendono interne  
 a 2 a 2 in  
 congiungo e mi  
 scompono la forza nota  
 tre direzioni nuove  
 direzioni note



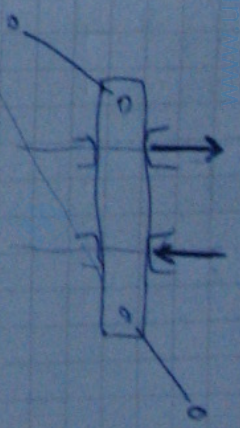
prendono 5 e inventano  
 il verso.



coppie che  
 equilibra le  
 forze motrici

PESO!

2 direzioni interne  
 & 2 direzioni esterne.  
 il punto interno  
 & l'azione delle altre  
 2 direzioni -- le due  
 direzioni in unedi  
 devono avere lo stesso verso



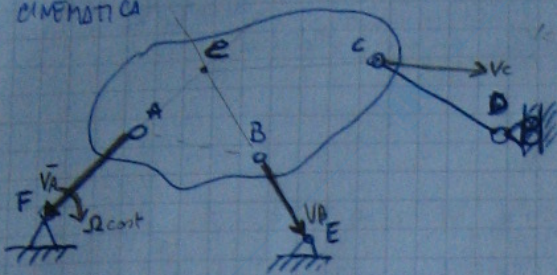
# ESERCITAZIONE CINEMATICA E STATICA

ING. MELI

laboratorio meccanica applicata

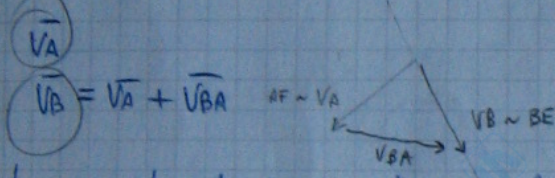
meli@mapp1.de.unifi.it

ES1 CINEMATICA



cercare velocità e accelerazione

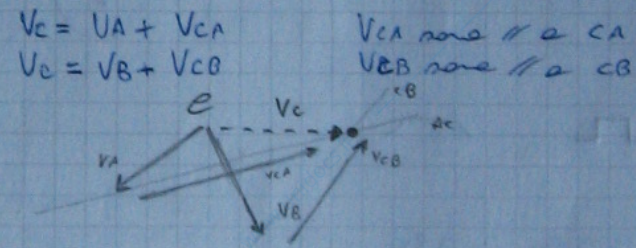
velocità si scalano della vel ang.  
 inoltre si moltiplica di  $\frac{1}{2}$  nel verso del moto  
 le acc si scalano per il quadrato  
 della velocità angolare  
 ma non si cambia la direzione



trovare centro istantanea rotazione del corpo

$V_A = \omega \cdot AE$   
 $V_C = \omega \cdot CE \rightarrow V_C = \frac{V_A}{AE} \cdot CE$   
 $V_C$  risulta  $\uparrow$  diventa  $\rightarrow$

CI SERVE PER TROVARE  $V_C$



trova  $V_D$

$V_D = V_C + V_{DC}$

non è verticale ma?  
 nella componente orizzontale  
 è orizzontale

accelerazioni

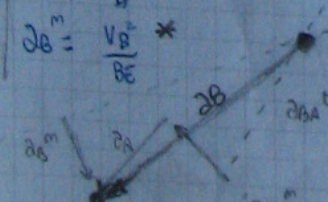
$\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underline{a}_{BA} = \underline{a}_A + \underline{a}_{BA}^n + \underline{a}_{BA}^t$   
 $\underline{a}_D = \underline{a}_C + \underline{a}_D^t$

metto una seconda veloc. e sistema

$\underline{a}_C = \underline{a}_A + \underline{a}_{CA}^n + \underline{a}_{CA}^t$   
 $\underline{a}_C = \underline{a}_B + \underline{a}_{CB}^n + \underline{a}_{CB}^t$   
 $\underline{a}_{CA}^n = \frac{V_{CA}^2}{CA}$   
 $\underline{a}_{CB}^n = \frac{V_{CB}^2}{CB}$

$\underline{a}_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{BA}$   
 $\underline{a}_B^m = \frac{V_B^2}{BE}$

NON TORNANO!  
 i vettori normali e  $\underline{a}_A$  sono noti  
 i vettori tangenti sono noti solo in direzione

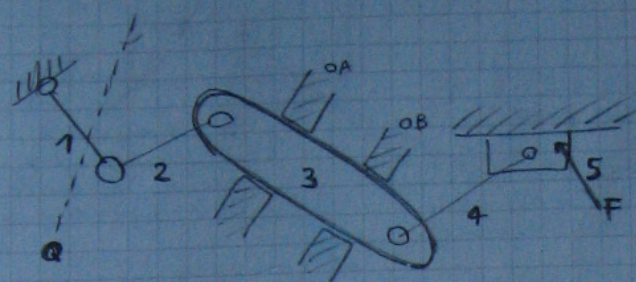


$\underline{a}_D = \underline{a}_C + \underline{a}_{DC}^n + \underline{a}_{DC}^t$   
 $\underline{a}_D^m = \frac{V_D^2}{DE}$

ES 2

STATICA

18



Scopri = 15 gdl

GDV - 2 x 5 = -10 gdl

gradi di vincolo - 2 per [diagram]

- 2 per [diagram]

14 gdl

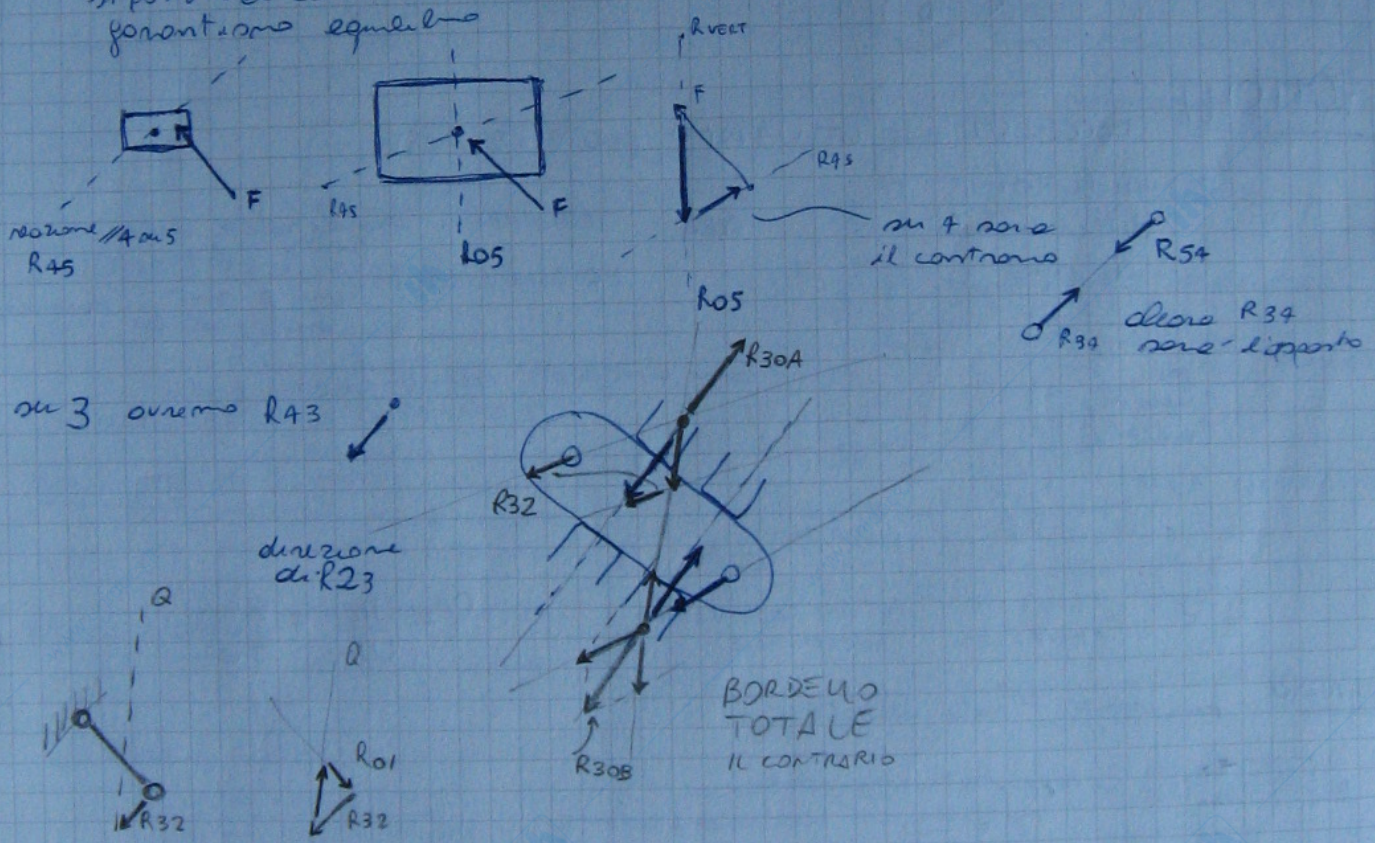
LABILE

applicano forza resistente.  
 vogliamo vincere la forza  
 con una forza sul momento

FASE ideale e fase reale

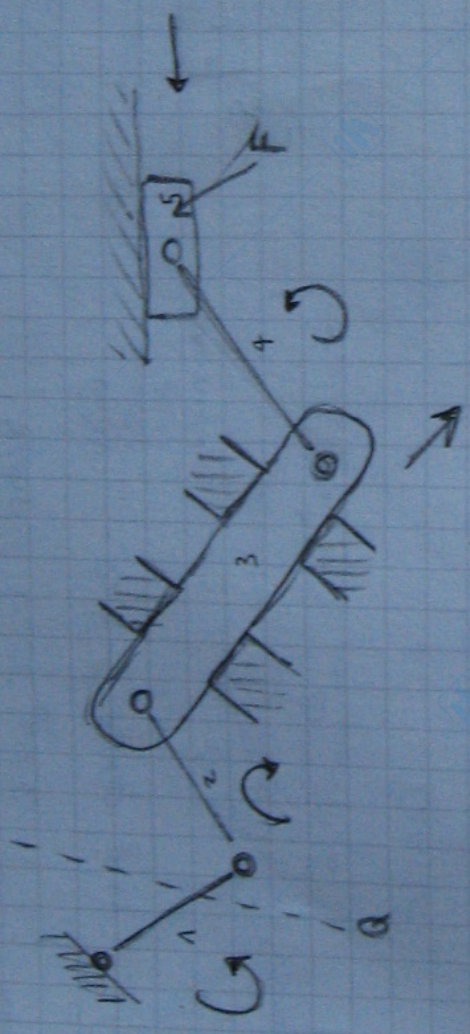
RISOLUZIONE IDEALE

si parte dal cedente  
 garantiamo equilibrio

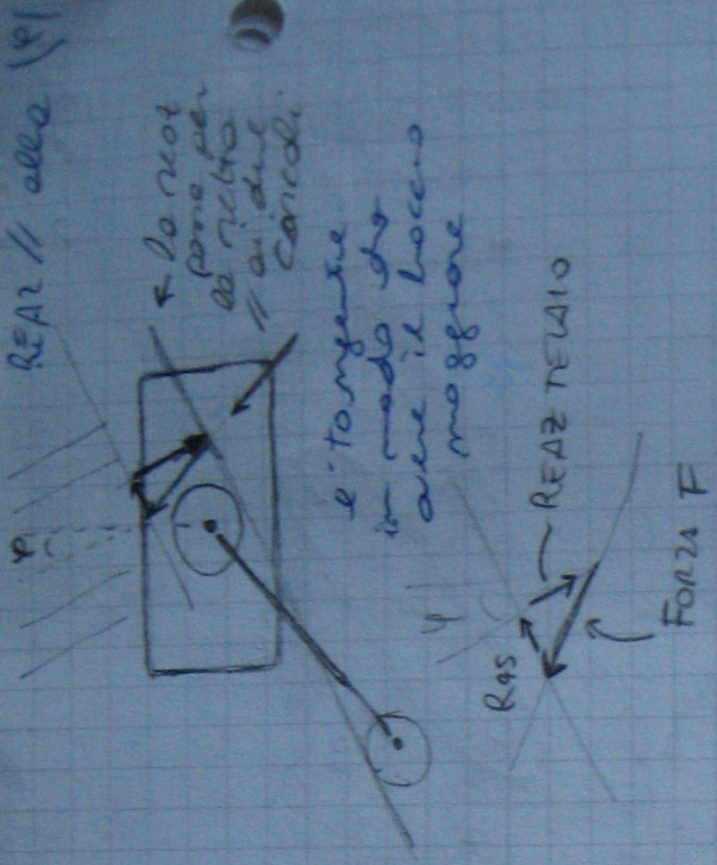
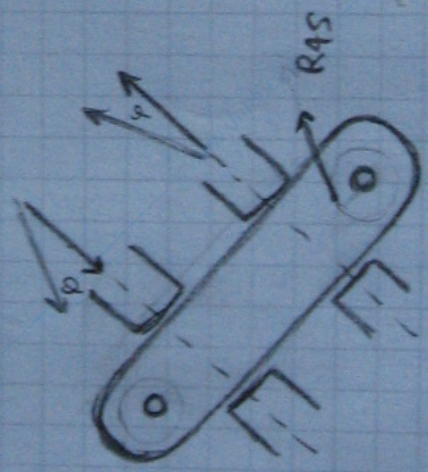


CASO REALE →

RISOLUZIONE REALE



corpo 3



la tangente in modo da avere il braccio migliore

problema avvolge, fine con direzioni diverse

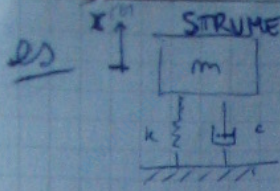
ROTismi

MECCANISMI CHE UTILIZZANO QUOTE DENTATE

Induttori differenziali  
combi ecc.

ORDINARI  
EPICICLOIDALI

onde rotore, delle ruote finte  
una o più  
a. ammonta  
a. ammonta



**STRUMENTI SISMICI**  
 la base sulla  
 in modo sinusoidale  
 $g(t) = y_0 e^{i\omega t}$

MASSA-MOLLA - SMORZATORE VISCOLO  
 BASAMENTO MOBILE

no forzanti esterne  
 indolente viscosità

$$m\ddot{x} = -k(x-y(t)) - c(\dot{x}-\dot{y}(t))$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = ky + c\dot{y}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = (k + j\omega c) y_0 e^{j\omega t}$$

$$(-m\omega^2 + c j\omega + k) = (k + j\omega c) y_0 e^{j\omega t}$$

$$y(t) = y_0 e^{j\omega t}$$

$$\frac{x_0}{y_0} = \frac{k + j\omega c}{-m\omega^2 + c j\omega + k}$$

il valore di  
 freq  $\omega$  il  
 rapporto tra spost.  
 massa sospesa  
 e base

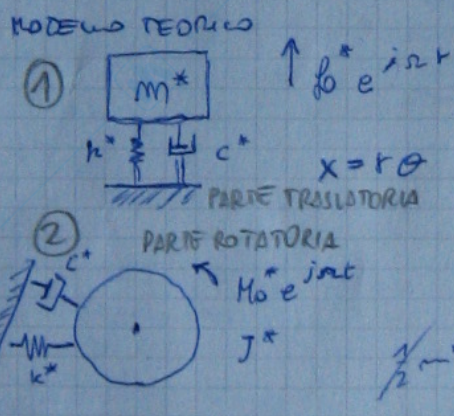
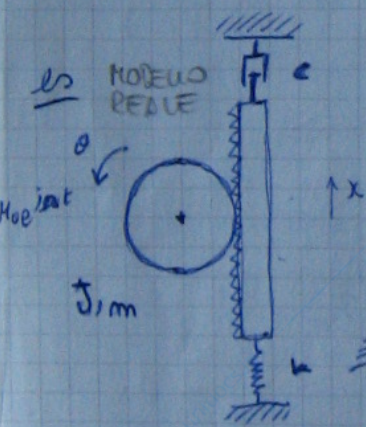
quando la risonanza  
 è effluca  
 quando  $\frac{x_0}{y_0} < 1$

ovvero gli fanno sentire  
 un'oscillazione minore  
 di quella della base.

PER DIMENSIONARE LA SOSPENSIONE  
 DEFINIAMO  $u$  e  $c$  IN MODO CHE

$$\left| \frac{x_0}{y_0} \right| < 1 \quad \left| \frac{x_0}{y_0} \right| = \sqrt{\frac{k^2 + \omega^2 c^2}{(-m\omega^2 + k)^2 + (c\omega)^2}} < 1$$

SI SCHEMATIZZA IL MODELLO REALE  
 CON UN MODELLO EQUIVALENTE



dati di moto compatibili  
 con i vincoli

Ecm si conserva

**CONSERVAZIONE ECINETICA**  
 LAVORO IN CASO DI LAGRANGE

$$\frac{1}{2} m^* \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$

$$\frac{1}{2} m^* \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J \frac{\dot{x}^2}{r^2}$$

$$\theta = \frac{x}{r} \quad \dot{\theta} = \frac{\dot{x}}{r}$$

$$m^* = m + \frac{J}{r^2}$$

HO TROVATO  $m^*$   
 ora devo trovare  $k^*$  e  $c^*$

**CONSERVAZIONE EPOTENZIALE**

$$\frac{1}{2} k^* x^2 = \frac{1}{2} k x^2 \quad k^* = k$$

$$\int k x dx \quad \text{independente} \quad c^* = c$$

non ho trovato  $f_0^*$  ma perche ho  $M_0$

$$f_0^* e^{j\omega t} \quad x = M_0 e^{j\omega t} \quad \theta = \frac{M_0}{r} e^{j\omega t}$$

$$f_0^* = \frac{M_0}{r}$$

$$\frac{1}{2} k^* \theta^2 = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k r^2 \theta^2 \quad k^* = k r^2$$

$$c^* \dot{\theta} d\theta = c x dx = c r^2 \dot{\theta} d\theta \quad c^* = c r^2$$

$$M_0^* = M_0$$

con entrambi i tipi  
 di coordinate  
 torna uguale

$$\textcircled{1} m^* \ddot{x} + c^* \dot{x} + k^* x = \frac{M_0}{r} e^{j\omega t}$$

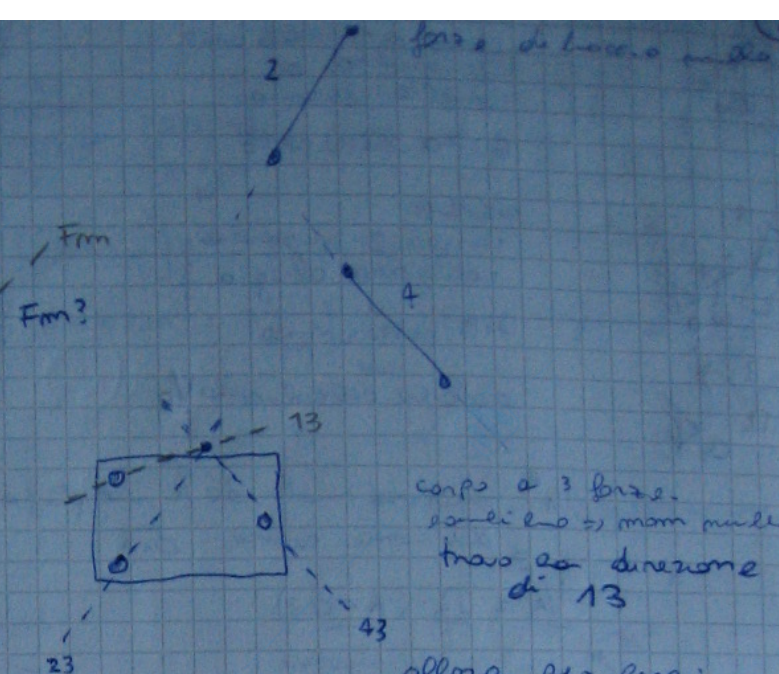
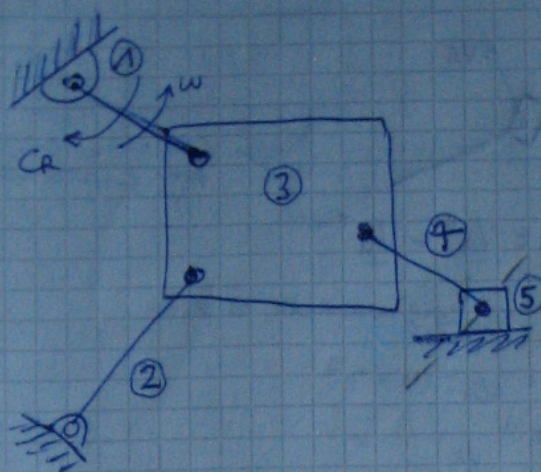
$$\frac{1}{2} J^* \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m k^2$$

$$J^* = J + m r^2$$

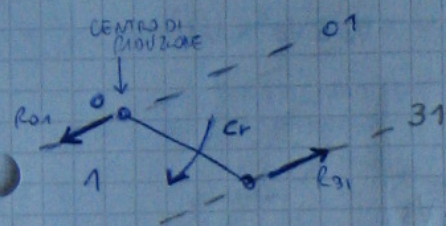
$$\textcircled{2} J^* \ddot{\theta} + c^* \dot{\theta} + k^* \theta = M_0 e^{j\omega t}$$

MA SONO DIVERSE  
 $J^*, c^*, k^*$

LA MASSA SI TROVA CON L'ENERGIA CINETICA  
 LA MOLLA SI TROVA EN. POTENZIALE  
 LA FO SI TROVA CON IL LAVORO

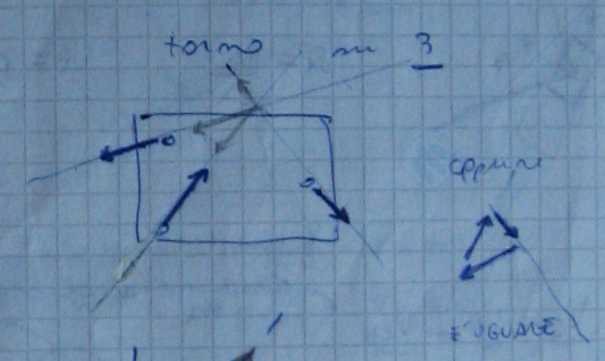
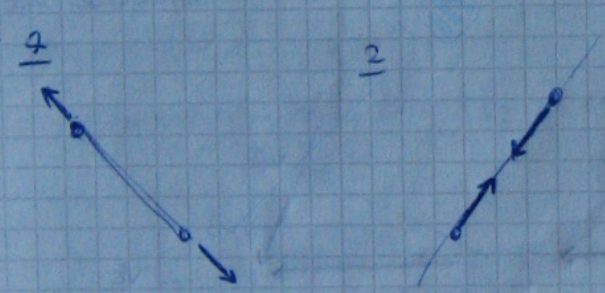


forza di braccio medio  
 corpo a 3 forze.  
 parallelo  $\rightarrow$  momento nullo  
 trova la direzione  
 di 13  
 allora per legge  
 statica e equilibrio  
 ho la direzione di 13



le forze nell'altro  
 estremo sono coppia  
 rispetto a O Cr  
 allora forze  $\rightarrow$

in modulo  $\dots Cr = b R_{31} = b R_{01}$   
 dato Cr e b trova il modulo



forza non applicata  
 nel centro -  
 non è sul vincolo  
 le reaz. vincolari  
 possono dove devono  
 stare per fare l'equilibrio

data  $w$ , qual'è la  
 velocità  $v$  del cursore 5?

R e  $F_m$  si incontrano  
 nel punto in cui passa  
 la reaz. vinc. e  
 sono verticali

CINEMATICA

Metodo primo. conservazione  
 della potenza -

$P_{RES} = Cr \cdot w = \text{POTENZA RESISTENTE}$

MA  $P_{OT_{RES}} = P_{OT_{MOT}}$

$Cr \cdot w = F_m \cos \theta \cdot v$

$|v| = \frac{Cr \cdot w}{F_m \cos \theta}$  non ci sono  
 errori.

costruendo graficamente  
 il sistema statico.

FINE DELLA  
 PARTE STATICA

ES CINEMATICA

VELOCITA' NON IN CONVENZIONE

come movimento di spinta a stella ferma

GUFO OSCILLANTE

curatore  
cursore 2 in punto collegato al g.o. 3

O1B pezzo unico  
dato  $\omega$  ed  $\Omega$  e  $V_5$

$$\underline{V}_A = \underline{\omega} \times (A - O)$$

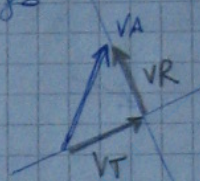


Velocità A relativa al frame fissato sul glifo

$$\underline{V}_A = \underline{V}_A^{REL} + \underline{V}_A^{TRASC.}$$

v. deriv. radiale del glifo

$$AO_1 \sim VR$$



$V_T \sim$  ortogonale a  $AO_1$

$$\underline{V}_A = \underline{V}_A^R + \underline{V}_A^T$$

$V_A^R$  analisi moto di A sul glifo  
direzione come  $\overline{O_1A}$

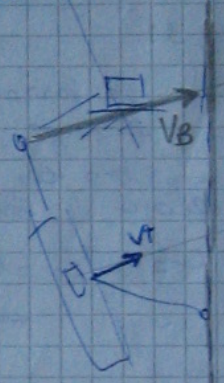
$$\underline{V}_A^T = \underline{\Omega} \times (A - O_1)$$

vel. angolare del glifo (mod. incognito)  
direzione ortogonale al segm.  $A O_1$

$$|\underline{V}_A| = \Omega |A - O_1|$$

$$\Omega = \frac{|\underline{V}_A|}{|A - O_1|}$$

$$\underline{V}_B = \Omega \times (B - O_1)$$

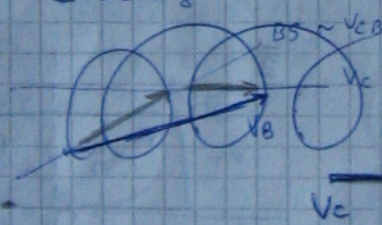


$V_B$  è parallela a  $V_T$  e interseca la vert.

direzione  $\perp$  al segmento BC

$$\underline{V}_C = \underline{V}_B + \underline{V}_{CB}$$

$V_C$  è orizzontale  
 $V_B$  è nota  
 $V_{CB}$  nota  $\perp$  a  $B_5$



ACCELERAZIONI

$$ACC. \quad \underline{a}_A = \underline{\omega} \times \underline{\omega} \times (A - O)$$

$$\underline{a}_A = \underline{a}_A^R + \underline{a}_A^T + \underline{a}_A^C$$

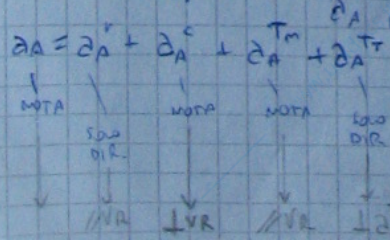
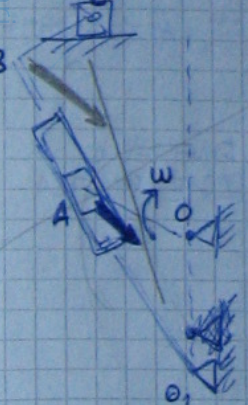
$$\underline{a}_A^C = 2 \underline{\Omega} \times \underline{V}_A^R$$

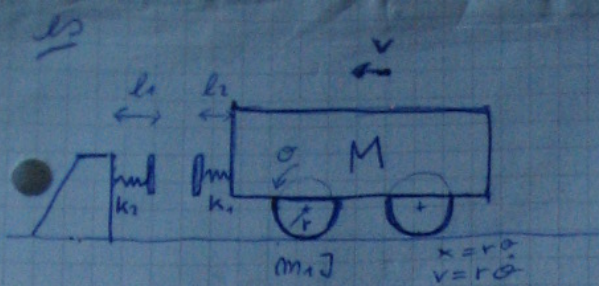
dir  $\perp$  a  $V_A^R$   
( $\perp$  al segm.  $A O_1$ )

$$\underline{a}_A^T = \underline{a}_A^{T(m)} + \underline{a}_A^{T(R)}$$

$$\underline{a}_A^{T(m)} = \Omega \times \Omega \times (A - O_1)$$

ossiano calcolato  
 $\underline{a}_A^{T(m)}$  è  $\perp$  a  $\underline{a}_A^{T(R)}$   
NOTA DIREZIONE, MOD/W INCIGNITO

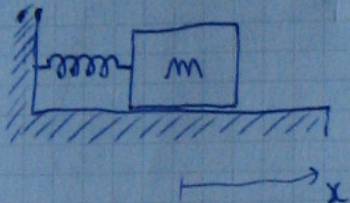




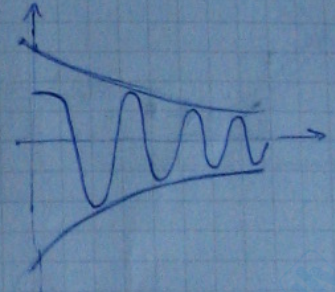
$k_1$     $k_2$   
 $\left[ \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right] \text{---} = \text{---}$   
 $k_1$     $k_2$   
 $k_1 + k_2$   
 $k^* = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$   
 $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$   
 $E_{CIN} = \frac{1}{2} [M + 2m] v^2 + \frac{1}{2} [2J] \dot{\theta}^2 = E_{CIN} \text{ iniziale} = \frac{1}{2} k x^2$   
 $\frac{1}{2} [M + 2m + \frac{2J}{r^2}] v^2 = E_{CIN} \text{ iniziale} = \frac{1}{2} k x^2$

$\begin{cases} l_1 + l_2 = l \\ k_1 l_1 = k_2 l_2 \end{cases}$       $F = k_1 x_1 = k_2 x_2$       $\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = x$       $F \left[ \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right] = x$   
 $x_1 + x_2 = x$   
 $F = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x$   
 $k^*$

ES    COMPORTAMENTO OSCILLAZIONI LIBERE  
 non forza dissipativa, ma attrito di forza viscosa



f coeff d'attrito  
 ed perturbazione  
 $t=0, x=x_0, \dot{x}=0$   
 studio legge di moto.



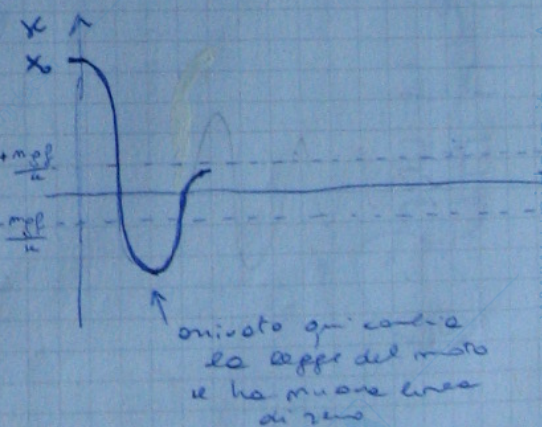
$m\ddot{x} = -kx \dots$     mgf ARRIBO  
 $m\ddot{x} = -kx - \frac{mgf}{k} (x)$   
 $X_{CM}$

$m\ddot{x} + kx = -mgf \quad \forall x > 0$   
 $m\ddot{x} + kx = mgf \quad \forall x < 0$

LEGGE DI MOTO

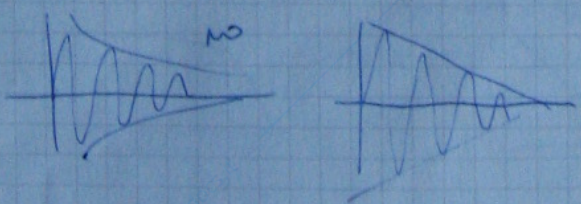
$m\ddot{x} + kx = 0$   
 $x_g(t) = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{x_0}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t$   
 X costante in funzione di t

INT. PART.  
 $x(t) = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t - \frac{mgf}{k}$  ← è il suo punto di zero  
 $x(t) = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{mgf}{k}$

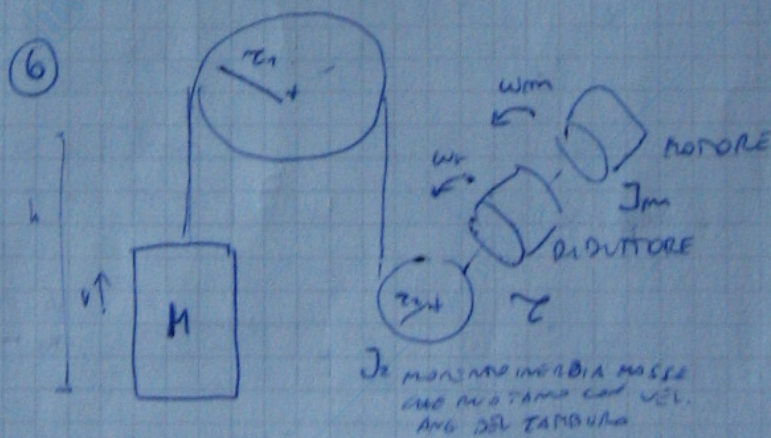
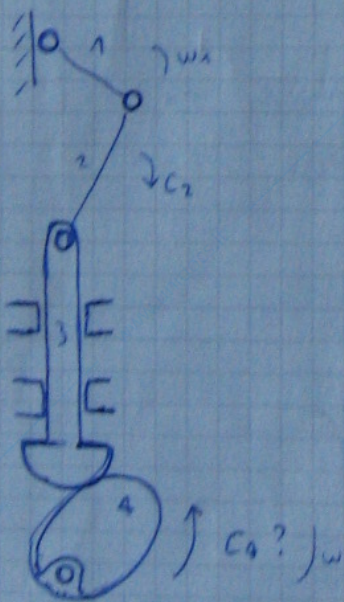
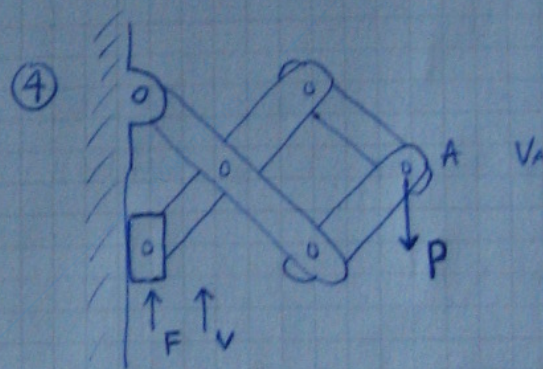
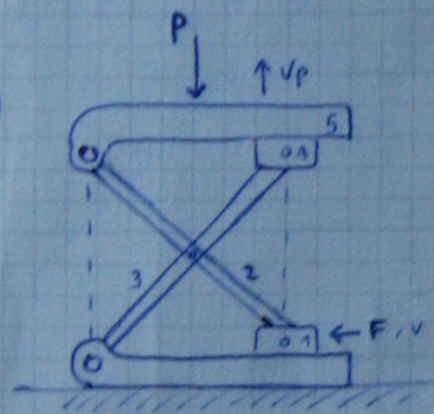
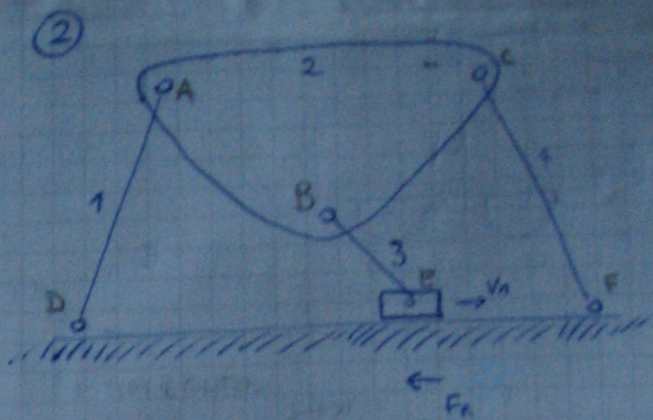
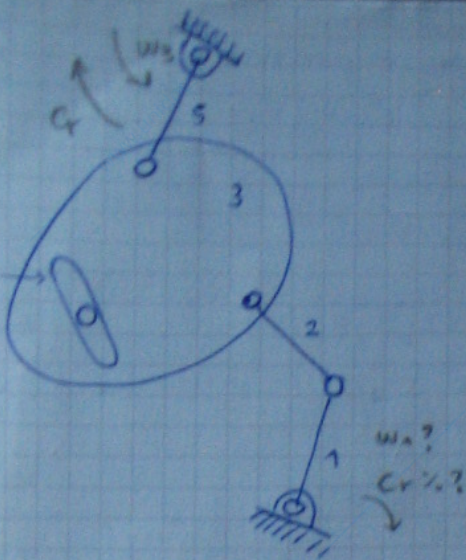


i limiti superiori e inf.  
 non sono esponenziali  
 ma lineari

quando rimane nella zona  
 tra i due limiti si ferma  
 in zona di incertezza  
 con molla ancora curva  
 ma forze di attrito più forti.



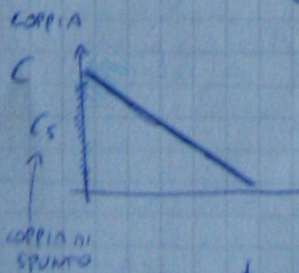
$mgf$  è un termine costante quindi  
 studio solo  $m\ddot{x} + kx = 0$   
 e ho  $x = x_0 e^{i\omega t} = x_0 \cos \omega t$   
 e mi aggiunge il termine costante  
 $x = x_0 \cos \omega t + mgf$



$$\tau = \frac{W_p}{\omega_m}$$

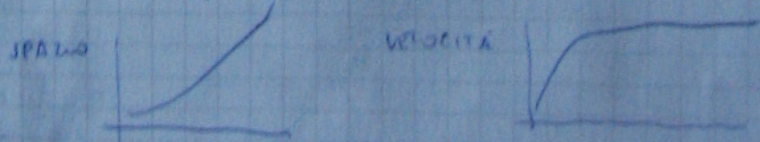
$J_p$  MOM INERZIA MASSE CHE ROTANO CON VEL. ANG DEL TAMBURLO

$J_m$  MOM INERZIA MASSE CHE ROTANO CON VEL. ANG DEL MOTORE



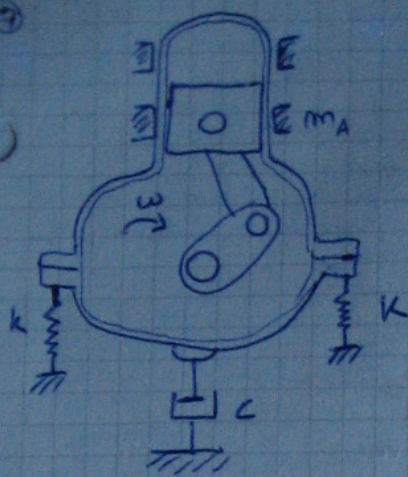
$$C_M = C_s - b \omega_m$$

trovare velocità  $v$  e tempo per arrivare ad altezza  $h$ .

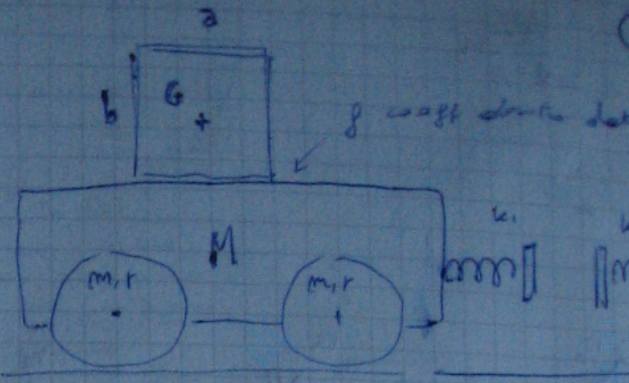


**MOTORE**

addece o oppure di oscillazione

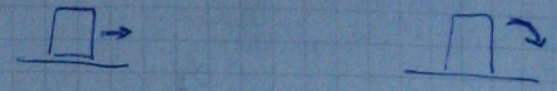


(8)



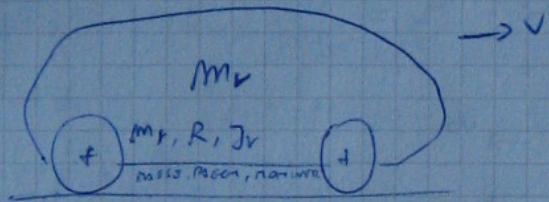
velocita' max per far scivolare  
fermo il blocco?

potrebbe muoversi: oppure suboltrarsi



per la forza d'inerzia

(9)

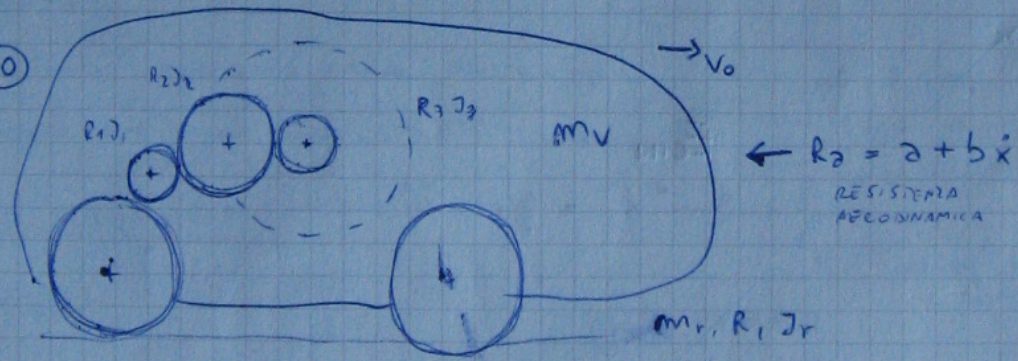


avere eq di moto e risolvere

$$\alpha \dot{x}^2 + \beta x + \gamma \quad \text{FORZA RESISTENZA}$$

minimare velocità aerodinamica.  
la lanciamo in valle.  
essendo dritti, interni e resint. aerod.  $\rightarrow$  COST  $\rightarrow$  PARABOLICA.

(10)



$$R_2 = a + b \dot{x} \quad \text{RESISTENZA AERODINAMICA}$$

ES

TROVARE IL CENTRO DI MASSA

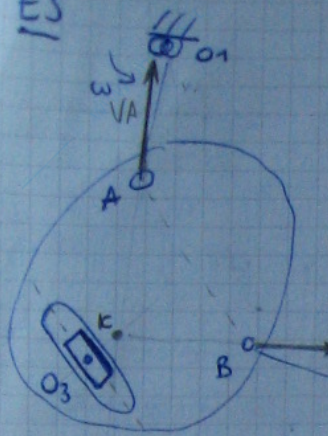
ede 5x3=15 18de  
Pd v-14

$$\underline{V}_A = \underline{\omega} \wedge \underline{OA} \quad \underline{V}_B = \underline{V}_A + \underline{V}_{BA}$$

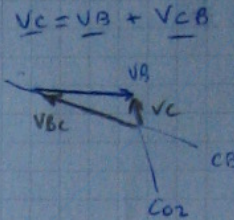
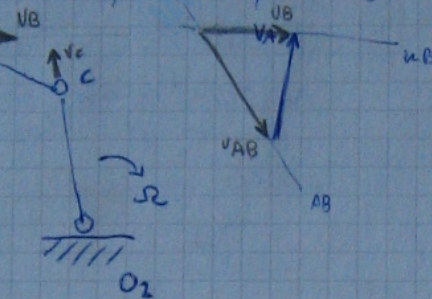
$$\frac{|V_A|}{\omega} = \overline{OA}$$

il centro di rotazione  
notasse posto da A  
e interseca la normale  
passante per O3

tutti i punti ruotano intorno  
a K, quindi anche B.



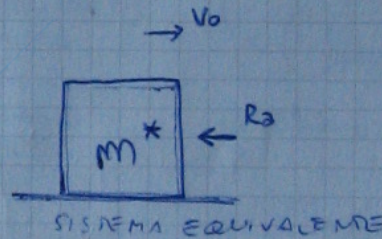
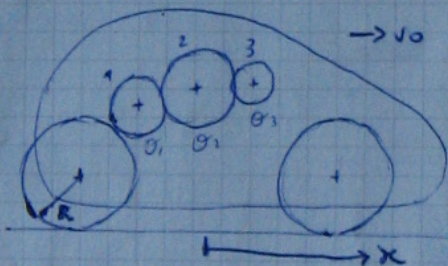
il movimento del  
della il corpo a  
scorre e il centro  
me solo e motore



$$\underline{V}_C = \underline{\omega} \wedge (\underline{CO}_2)$$

$$\rightarrow \omega = \frac{V_C}{|CO_2|}$$

ES



sembrano le due energie cinetiche.

$J_1, J_2, J_3$   $r_1, r_2, r_3$   $m_1, m_2, m_3$

$$R_2 = a + b \dot{x}$$

RESISTENZA AERODINAMICA  $m^* v$  massa veicolo

ECIN dovrebbe avere la stessa legge

$$\frac{1}{2} m^* \dot{x}^2 = \frac{1}{2} \left[ m^* \dot{x}^2 + 4 m r \dot{x}^2 + 4 J_1 \dot{\theta}_1^2 + J_2 \dot{\theta}_2^2 + J_3 \dot{\theta}_3^2 \right]$$

4 QUOTE TRASL. 4 QUOTE ROTATI

è una parte costante e  
controlla si moltiplica  
per la strada frena e  
non a posto.

$$R \theta = x$$

$$R \dot{\theta} = \dot{x}$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{R}{r_1} \dot{\theta}_R \leftarrow r_1 \theta_1 = R \theta_R$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{R}{r_2} \dot{\theta}_R = \frac{1}{r_2} \dot{x}$$

$$\dot{\theta}_3 = \frac{R}{r_3} \dot{\theta}_R = \frac{1}{r_3} \dot{x}$$

$$\dot{\theta}_R = \frac{\dot{x}}{R}$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{x}}{r_1}$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{\dot{x}}{r_2}$$

$$\dot{\theta}_3 = \frac{\dot{x}}{r_3}$$

SOSTITUISCO LE VELOCITA' ANGOLARI

$$\frac{1}{2} m^* \dot{x}^2 = \frac{1}{2} \left[ m^* \dot{x}^2 + 4 m r \dot{x}^2 + 4 J_1 \frac{\dot{x}^2}{R^2} + J_2 \frac{\dot{x}^2}{r_2^2} + J_3 \frac{\dot{x}^2}{r_3^2} \right]$$

$$m^* = m^* + 4 m r + \frac{4 J_1}{R^2} + \frac{J_2}{r_2^2} + \frac{J_3}{r_3^2}$$

IMPOSTO IL BILANCIO

$$m^* \ddot{x} = -a - b \dot{x}$$

$$m \ddot{x} + b \dot{x} = -a$$

CONDIZIONI INIZIALI  
 $x(0) = 0$   
 $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$

FACCIO SOST.  
 $y = \dot{x} + \dot{y} = \dot{x}$   
 $m^* \dot{y} = -by$

$$m^* \frac{dy}{dt} = -by$$

$$\int \frac{m^*}{y} dy = \int -b dt \rightarrow -bt = m^* \ln y + c_1$$

$$\ln y = -\frac{b}{m^*} t + \frac{c_1}{m^*}$$

$$y = y_0 e^{-\frac{b}{m^*} t}$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0 e^{-\frac{b}{m^*} t}$$

$$-bt = m^* \ln y + c_1$$

$$\ln y = -\frac{b}{m^*} t + \frac{c_1}{m^*}$$

$$y = y_0 e^{-\frac{b}{m^*} t}$$

$$- \frac{b}{m^*} t = \ln \frac{\dot{x}}{\dot{x}_0}$$

int. gen. + int. particolare

$$\dot{x}_g = \dot{x}_0 e^{-\frac{b}{m^*} t}$$

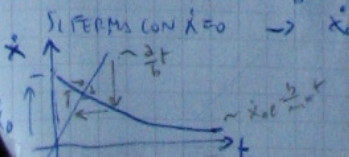
$$\dot{x}_p = -\frac{a}{b}$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0 e^{-\frac{b}{m^*} t} - \frac{a}{b}$$

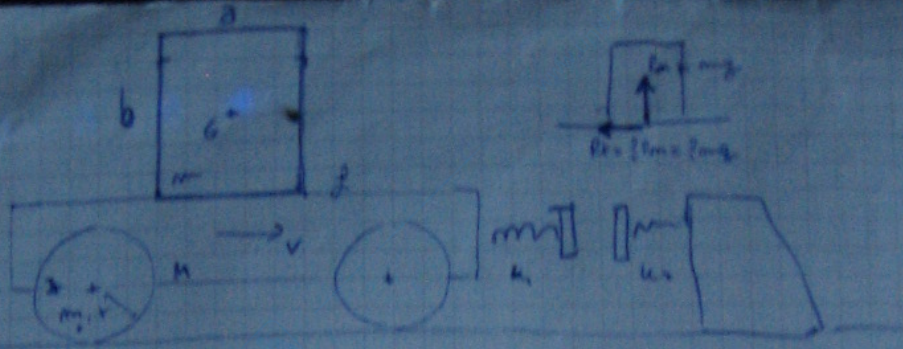
SI FERMA CON  $\dot{x}_0 = 0 \rightarrow \dot{x}_0 e^{-\frac{b}{m^*} t} = \frac{a}{b}$

$$t_k = \frac{b}{a} \ln \frac{a}{b \dot{x}_0}$$

IN MOD ITERATIVO SI TROVA LA FREQUENZA



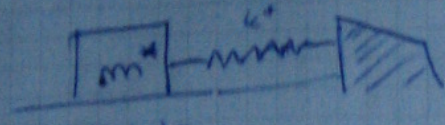
ES



si chiama pendolo  
più o meno a  
meccanica  
due bracci ad un  
angolo

CASO IMMOBILITÀ

sistema equivalente



$k(0) = 0$  caso  
 $\dot{x}(0) = v$  iniz.

~~il sistema~~

$\frac{1}{k^*} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$  serie  
 $k^* = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$

se hanno due molle  
una molto rigida e  
una poco - si riguarda  
ma se da quella meno  
rigida - l'altra non  
si deforma

Eqm

$\frac{1}{2} m^* \dot{x}^2 = \frac{1}{2} [(H + m) + 2Mr] \dot{x}^2 + 2J\alpha \dot{\theta}^2$

le moli del centro  
sono trascurate.

$\dot{x} = r \dot{\theta}$

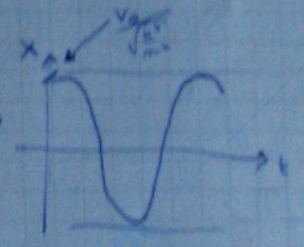
$m^* = H + m + 2Mr + \frac{2J}{r^2}$

$m^* \ddot{x} + k^* x = 0$

$x(0) = 0$   
 $\dot{x}(0) = v_0$

$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \cos \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} t$

non c'è effetto  
smorzante



$\dot{x}(t) = -\frac{v_0}{\omega} \sin \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} t$

$\ddot{x}(t) = -v_0 \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} \cos \left( \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} t \right)$

$m v_0 \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} \leq mg f$

$a_{max} = v_{max} \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$

$v_{max} = \frac{g f}{\sqrt{\frac{k^*}{m^*}}}$

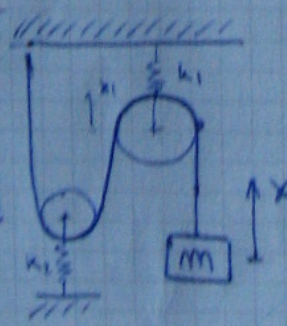
non dipende  
dalla massa

CASO MULTIPUNTO

$m v_{max} \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} \frac{b}{2} \leq \frac{a}{b} \frac{a}{2}$

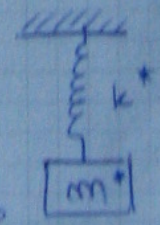
$v_{max} \leq \frac{mg a}{b \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}}$

ES



$\omega_p$  o  $\omega_m$ ?

$x_1 = \frac{x}{2}$   
 $x_2 = \frac{x}{2}$   
se il puledro caduto  
e quindi m si solleva  
di x, allora il centro  
della molla si solleva di  $\frac{x}{2}$



$(m^*) = m$   
 $k^* = \frac{k_1 + k_2}{4}$   
 $\frac{1}{2} k^* x^2 = \frac{1}{2} [k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2]$   
logora  $x, x_1, x_2$   
 $x^2 = 4k_1 \frac{x_1^2}{4} + 4k_2 \frac{x_2^2}{4}$   
 $k^* = \frac{k_1 + k_2}{4}$

$m^* \ddot{x} + k^* x = 0$

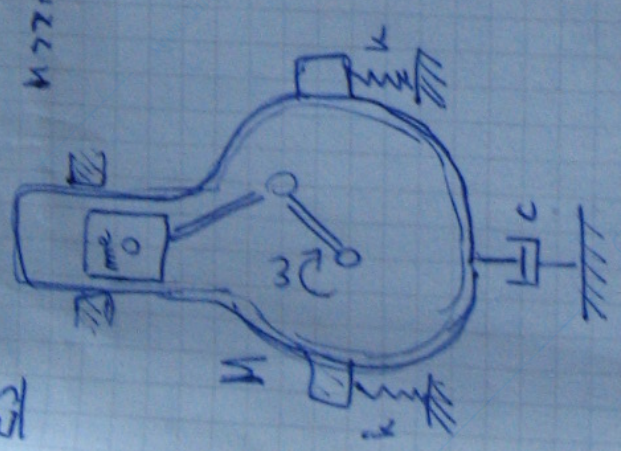
$x = x_0 e^{i\omega t}$   
 $\dot{x} = x_0 \omega e^{i\omega t}$   
 $\ddot{x} = -x_0 \omega^2 e^{i\omega t}$

$-m^* x_0 \omega^2 e^{i\omega t} + k^* x_0 e^{i\omega t} = 0$   
 $-m^* \omega^2 + k^* = 0$

$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$

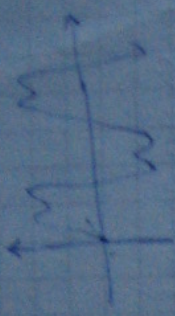
ENERGIA POTENZIALE  
si sommano alle  
termina a destra  
e si equivalgono  
il membro destro

ES



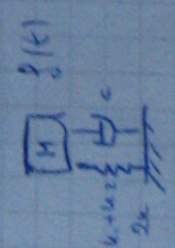
$f(t) = m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = f_1 \cos \omega t + \lambda m a t^2 \cos(\omega t)$

$f(t) = f_1 \cos \omega t + f_2 \cos 2\omega t$



applico la sovrapposizione degli effetti -

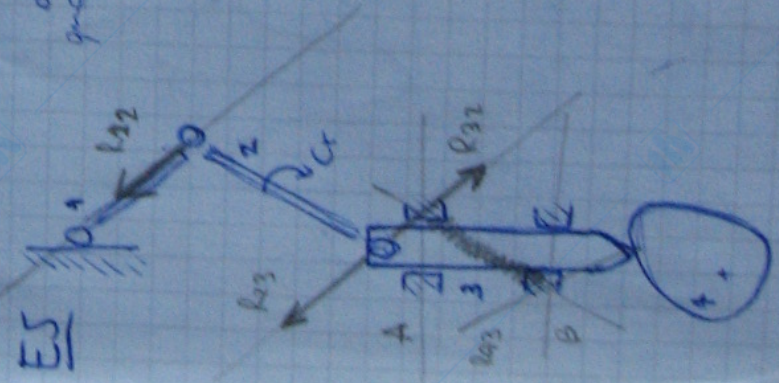
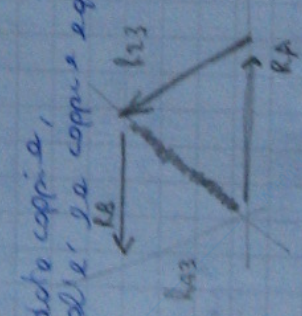
$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = f_1 \cos \omega t$   
 $m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = f_2 \cos 2\omega t$



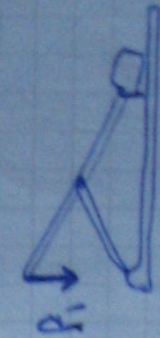
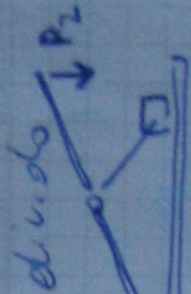
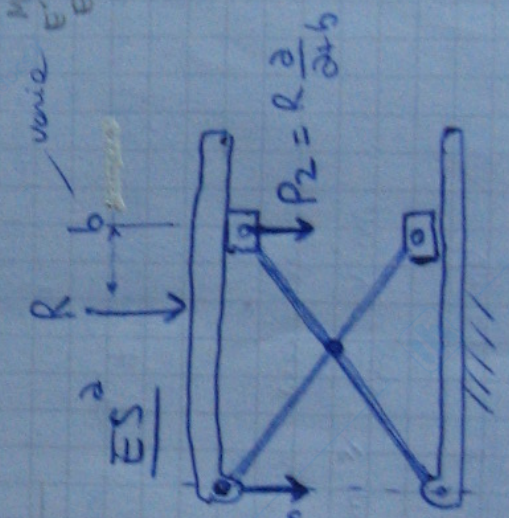
MOVIMENTO IN SEQUENZA  $\frac{1}{k^*} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k^* = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

MOVIMENTO PARALLELO  $k^* = k_1 + k_2$

dato coppia, qual'è la coppia equilibrante?



MA FORSE B E' TUTTO IL PETTO E NON VARIA



$P_1 = R \frac{b}{a+b}$   
 $P_2 = R \frac{a}{a+b}$