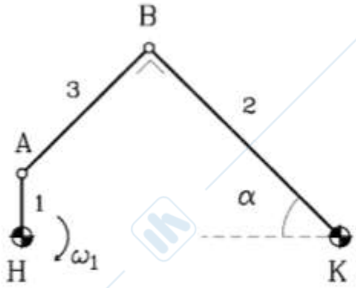
Meccanica delle macchine – 27.06.2016 **A**

Cognome	Nome	matr.

1 Si analizzi il quadrilatero articolato di figura nell'istante in cui la manovella 1 è verticale, il bilanciere 2 è inclinato di $\alpha = 45°$ rispetto all'orizzontale e la biella 3 è perpendicolare al bilanciere.
La manovella 1 sta ruotando in verso orario alla velocità angolare ω_1 costante.



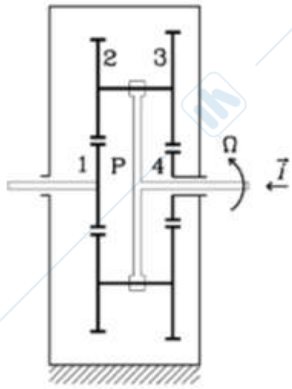
Dati: AH = 10 cm; BK= $30 \cdot \sqrt{2}$ cm; AB= $20 \cdot \sqrt{2}$ cm; ω_1 = 10 rad/s.

Determinare:

1.1 la velocità angolare della biella	ω_3 =	verso:
1.2 la velocità angolare del bilanciere	ω_2 =	verso:
1.3 tracciare **qualitativamente** il poligono delle accelerazioni relativo al punto B, **rispettando direzione e verso delle componenti note**. (NON è richiesto di calcolare i valori delle accelerazioni)		

---

2 E' dato il riduttore epicicloidale di figura.
Il portatreno P muove due gruppi satelliti, ciascuno costituito dalle ruote 2 e 3 solidali tra loro. Le ruote 3 dei satelliti ingranano con la ruota 4, solidale all'involucro fisso. Le ruote 2 dei satelliti ingranano con la ruota 1, solidale all'albero di uscita.
Le ruote dentate hanno tutte lo stesso modulo.
Un motore comanda la rotazione del portatreno, imponendo la velocità $\vec{\Omega}$.



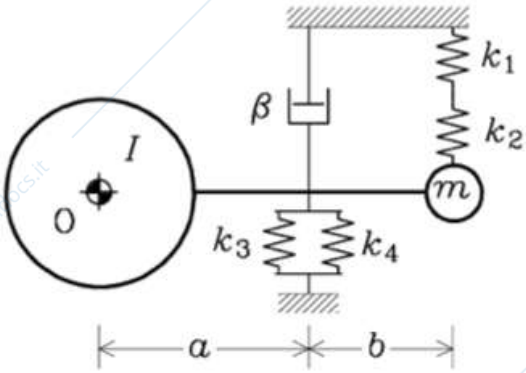
Dati:
z_1=20; z_2=19; z_3=20 (numeri di denti delle ruote 1, 2 e 3);
$\vec{\Omega}$ = 5000 giri/min ($\vec{i}$) (velocità del portatreno);
P_M = 1 kW (potenza erogata dal motore);
η = 0,8 (rendimento del riduttore).

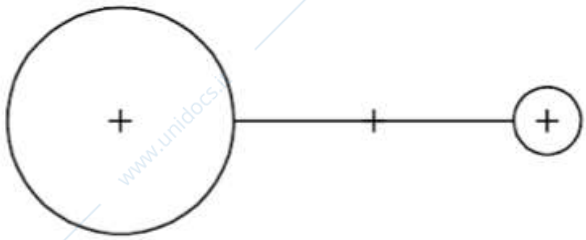
2.1 – Calcolare il numero di denti della ruota 4	z_4 =	
2.2 – calcolare il rapporto di trasmissione Ω/ω_1 del riduttore	Ω/ω_1 = i =	
2.3 - Determinare la velocità dell'albero di uscita	ω_1 =	verso:
2.4 – Determinare la coppia in uscita (sulla ruota 1)	C_U =	verso:
2.5 – Determinare la coppia di reazione sull'involucro fisso	C_R =	verso:

3. Nel sistema in figura un disco (omogeno di massa M e raggio R) è incernierato al punto fisso O. Solidale al disco è posto un braccio di massa trascurabile al cui estremo destro è presente una massa puntiforme *m*.
Il sistema è sospeso ad un telaio fisso per mezzo di quattro molle ed uno smorzatore, come da figura. Si assuma l'ipotesi di piccole oscillazioni.

Dati:

$k_1 = 2000$ N/m
$k_2 = 1000$ N/m
$k_3 = 500$ N/m
$k_4 = 500$ N/m
$\beta = 50$ N·s/m
$M = 20$ kg
$m = 1{,}2$ kg
$R = 0{,}2$ m
$a = 500$ mm
$b = 200$ mm



3.1 – Calcolare il valore delle rigidezze equivalenti $k_{1\text{-}2}$ e $k_{3\text{-}4}$	$k_{1\text{-}2}$ =	$k_{3\text{-}4}$ =
3.2 – Disegnare il diagramma di corpo libero del sistema disco-braccio-massa, distinguendo le forze statiche da quelle dinamiche.		
3.3 – scrivere l'equazione del moto del sistema		
3.4 - Calcolare i valori della pulsazione naturale e del fattore di smorzamento del sistema.	ω_n =	ζ =

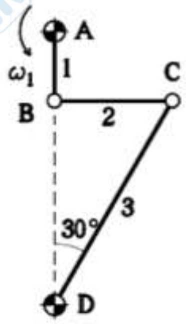
Meccanica Applicata alle Macchine – ing. Meccanica – 05.02.2013

Cognome.. Nome.. Matr. ..... …………

1

Nel meccanismo raffigurato la manovella **1** ruota intorno al punto fisso **A** alla velocità angolare ω_1=100 rad/s nel verso indicato. I membri del meccanismo si trovano nelle posizioni indicate. Sono date le lunghezze dei membri (**AB**, **BC** e **CD**) e il valore dell'accelerazione angolare della manovella. Si determinino le velocità e l'accelerazione richieste.

Dati:	
AB=0,2 m **CD**=0,8 m $\dot{\omega}_1 = -10^4$ rad/s^2	**V**$_B$ =
	V$_C$ =
	ω_2 = verso:
	ω_3 = verso:
	a$_B$ =

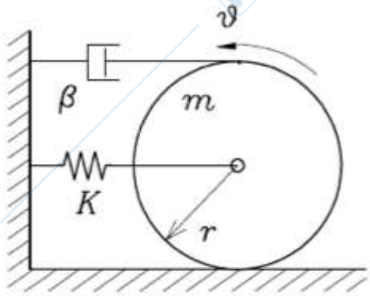


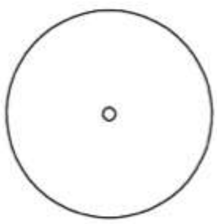
2

Il sistema raffigurato è costituito da un disco pieno omogeneo di raggio r che può compiere piccole oscillazioni angolari rotolando senza strisciare sul piano orizzontale. Una molla è collegata al centro del disco, mentre uno smorzatore viscoso è collegato al vertice superiore del disco.

Dati:
m = 2 kg (massa del disco);
r = 0,1 m (raggio del disco);
$K = 3 \cdot 10^4$ N/m (costante di rigidezza della molla);
β = 75 Ns/m (costante dello smorzatore);

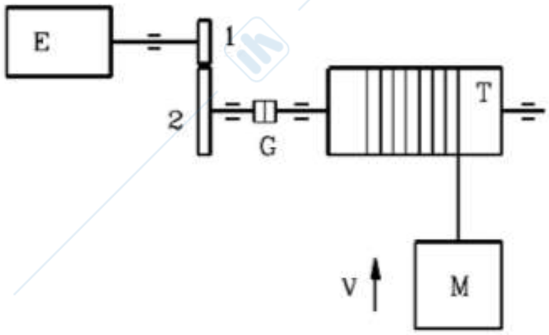
Per il momento d'inerzia baricentrico del disco si assuma: $I_G = \dfrac{mr^2}{2}$



2.1 - Disegnare il diagramma di corpo libero del disco	
2.2 - Scrivere l'equazione del moto del sistema in funzione della coordinata angolare ϑ	
2.3 - Calcolare la pulsazione naturale del sistema	ω_n =
2.4 – Calcolare il fattore di smorzamento del sistema	ζ =

3

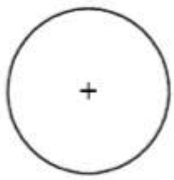
Nel sistema raffigurato il motore E aziona il tamburo T di un argano tramite l'ingranaggio 1-2 e il giunto G.
Alla fune dell'argano è appeso il carico di massa M.
Dati:
z_1=20, z_2=45 (numeri di denti delle ruote 1 e 2);
d=20 cm (diametro del tamburo T);
M=100 kg (massa del carico);
m=40 kg (massa del tamburo T);
I_T=0,2 kg·m^2 (momento d'inerzia del tamburo);
η=0,8 rendimento complessivo del sistema.



a) Supponendo che il motore E ruoti alla <u>velocità costante</u> ω_1 =200 giri/min nel verso tale da sollevare il carico:

3.1 - Calcolare la velocità di salita del carico.	V =
3.2 - Calcolare la potenza utile	P_U =
3.3 - Calcolare la potenza richiesta al motore	P_E =
3.4 - Calcolare la coppia richiesta al motore	C_1 =

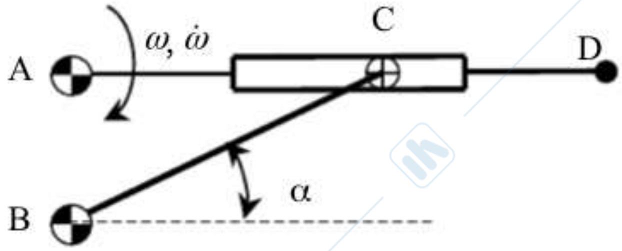
b) Supponendo invece che la coppia erogata dal motore sia C_M=100 Nm:

3.5 - Disegnare il diagramma di corpo libero del tamburo	
3.6 - Calcolare l'accelerazione del carico.	a =
3.7 - Calcolare la reazione vincolare sul tamburo	R_T=

COGNOME **NOME**

CINEMATICA

L'asta AD ruota con velocità angolare ω e accelerazione angolare $\dot{\omega}$ attorno alla cerniera A e comanda il moto del **bottone C SOLIDALE** all'asta BC.
Sono noti AC, AB, BC, AD, α, ω e $\dot{\omega}$.

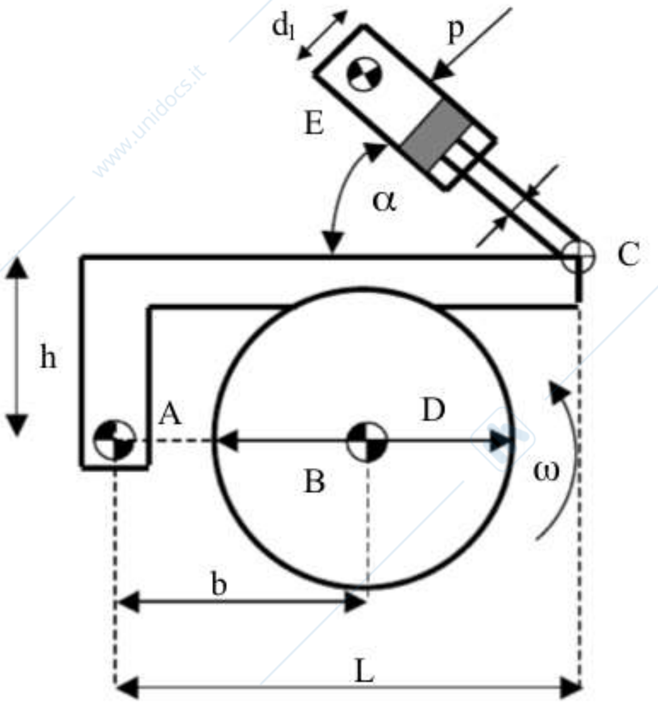


TRACCIARE I POLIGONI e rappresentare in modulo e verso:
la velocità $\vec{v}_C$ del punto C;
la velocità angolare $\vec{\dot{\alpha}}$ dell'asta BC;
la velocità $\vec{v}_D$ del punto D;
l'accelerazione angolare $\vec{\ddot{\alpha}}$ dell'asta BC;
l'accelerazione relativa $\vec{a}_r$ del punto C rispetto alla guida.

INDICARE CHIARAMENTE DIREZIONE E VERSO DI TUTTI I VETTORI, COMPRESE VELOCITÀ E ACCELERAZIONI ANGOLARI.

FRENO A CEPPO

Un tamburo, avente diametro D e momento d'inerzia polare I, ruota attorno alla cerniera B. Il suo moto è rallentato dall'azione di un freno a ceppo esterno ad accostamento rigido, incernierato in A e comandato dal martinetto idraulico EC.



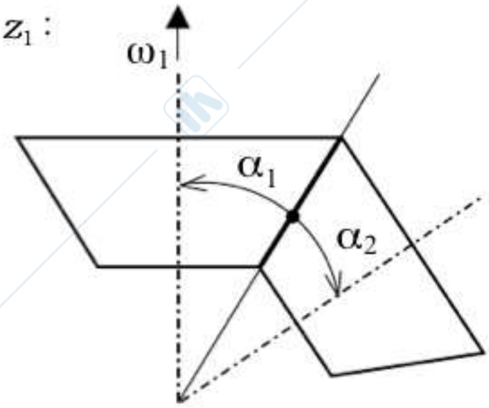
Dati:
d_1, h, b, D, L, α, I, ω_0 (velocità angolare iniziale del tamburo), p (pressione di alimentazione del martinetto), f (coefficiente d'attrito ceppo-tamburo).

Determinare:
i moduli delle componenti della forza applicata **DAL** tamburo **AL** ceppo;
i moduli delle componenti della reazione vincolare in A.
Rappresentare tali forze sul disegno in direzione e verso (diagramma di corpo libero del ceppo).

Calcolare infine:
il tempo di arresto del tamburo;
l'energia dissipata per attrito.

RUOTE CONICHE A DENTI DIRITTI.

Dati gli angoli α_1 e α_2, la potenza W_1, il rendimento $\eta = 1$, la velocità angolare ω_1 della ruota motrice, l'angolo di pressione ϑ, il modulo m e il numero di denti z_1 :



RICAVARE in funzione di α_1 e α_2 il rapporto di trasmissione $\tau = \omega_2/\omega_1$.

Calcolare la forza assiale F_{a2}, radiale F_{r2} tangenziale F_t applicata **DALLA 1 ALLA 2**;
indicare sul disegno i **versi** di tutte le forze.

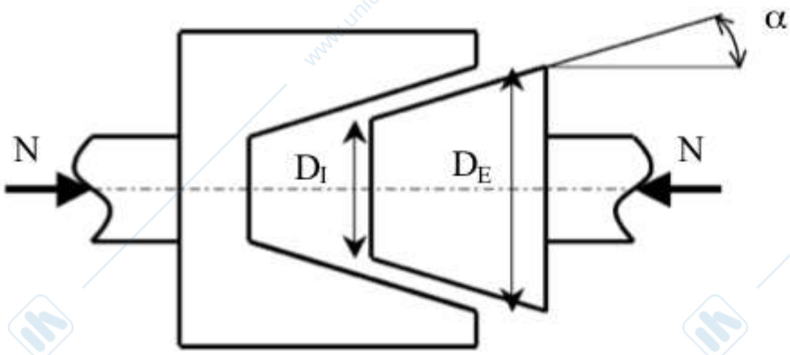
Si ricorda che ¤ indica un vettore USCENTE e ⊗ un vettore ENTRANTE.

Supponendo che W_1=100 W, ω_1 =200 giri/min, m=2 mm, ϑ=20°, z_1 =21, calcolare il **modulo** della forza **F** scambiata tra le ruote.

TEORIA: FRIZIONE CONICA

Utilizzando l'ipotesi di Reye, **RICAVARE** la coppia trasmessa dalla frizione conica schematizzata in figura.

Dati:
D_I: diametro interno;
D_E: diametro esterno;
α: angolo di semiapertura del cono;
f: coefficiente d'attrito;
N: forza di serraggio.



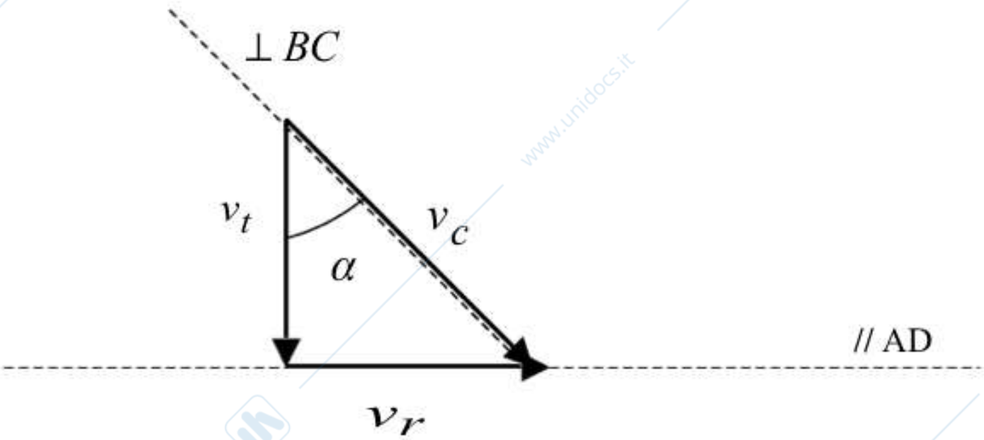
COGNOME **NOME**

CINEMATICA

Il punto C, appartenente al corpo rigido BC, ruota attorno alla cerniera B e pertanto la sua velocità assoluta è $\dot{\alpha}BC$, perpendicolare a BC.
Il punto C , visto come appartenente ad AD , ruota attorno alla cerniera A e contemporaneamente trasla in direzione AD. Pertanto la sua velocità si può esprimere come somma della velocità relativa $\vec{v}_r$ (parallela ad AD) e della velocità di trascinamento $\vec{v}_t$ (perpendicolare ad AC).

$$\vec{v}_c = \vec{v}_r + \vec{v}_t$$

Si ha quindi



Dove $v_t = \omega AC$ e $v_r = v_t tg\alpha$ e dunque $v_c = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}$.

La velocità angolare $\dot{\alpha}$ dell'asta BC è allora $\dot{\alpha} = \dfrac{v_c}{BC}$, con verso orario di rotazione.
La velocità del punto D è $v_D = \omega AD$ e ha direzione normale all'asta AD, verso il basso.
Anche per le accelerazioni il punto C si può considerare appartenente sia a BC che ad AD e si può scrivere

$$\vec{a}_c = \vec{a}_r + \vec{a}_t + \vec{a}_{Coriolis}$$

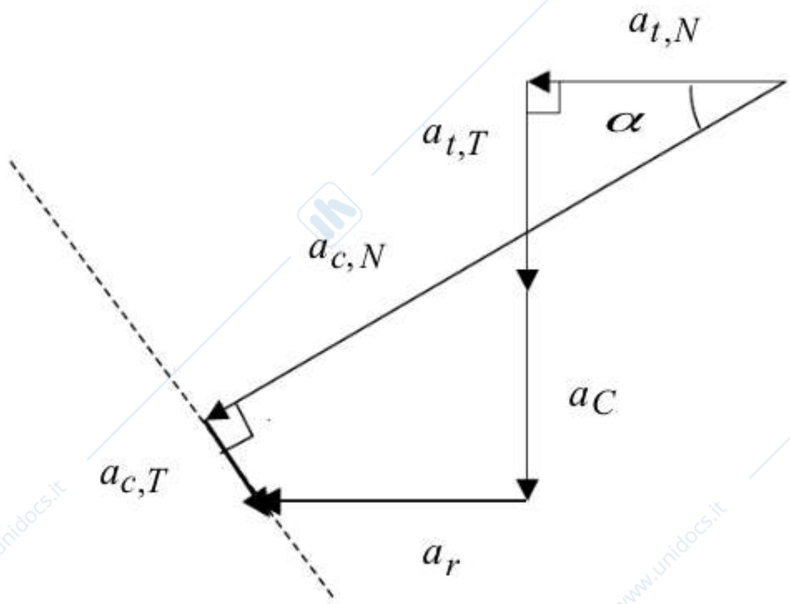
Scomponendo nelle direzioni radiale e tangenziale si ottiene

$$\vec{a}_{c,N} + \vec{a}_{c,T} = \vec{a}_r + \vec{a}_{t,N} + \vec{a}_{t,T} + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r$$

Le direzioni e i moduli delle accelerazioni sono riportate nella tabella seguente

Vettore	$\vec{a}_{c,N}$	$\vec{a}_{c,T}$	$\vec{a}_r$	$\vec{a}_{t,N}$	$\vec{a}_{t,T}$	$\vec{a}_{Coriolis}$
Direzione,verso	$C \rightarrow B$	$\perp BC$	// AC	$C \rightarrow A$	$\perp AC, \downarrow$	$\perp AC, \downarrow$
Modulo	$\dot{\alpha}^2 BC$	$\ddot{\alpha}BC$, ?	?	$\omega^2 AC$	$\dot{\omega}AC$	$2\omega v_r$

Si può ora tracciare il poligono



Si vede dunque che il modulo dell'accelerazione angolare dell'asta BC risulta $\ddot{\alpha} = \dfrac{a_{c,T}}{BC}$, con verso di rotazione orario.

FRENO A CEPPO

In Figura 1 è riportato il diagramma di corpo libero del ceppo.

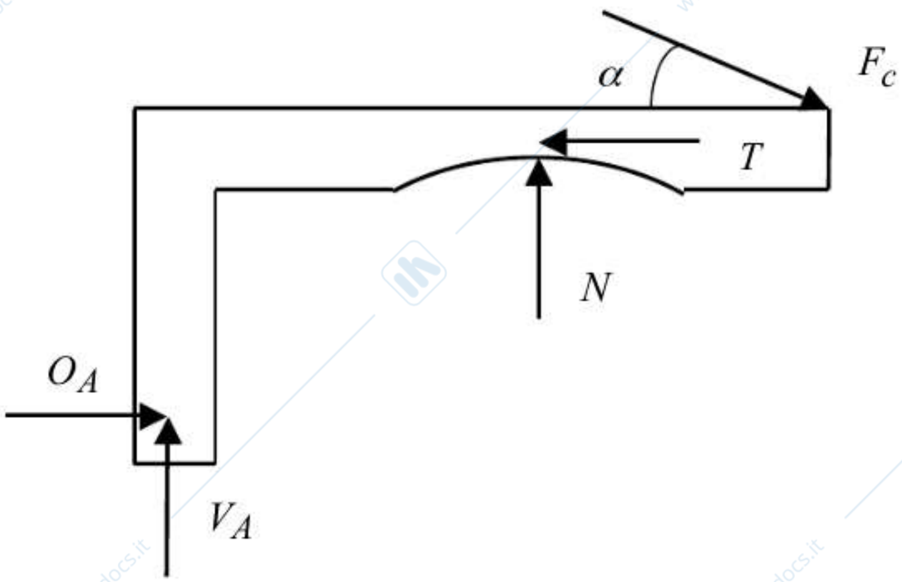


Figura 1

COGNOME **NOME**

Scrivendo l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al punto A si trova

$$Nb + T\frac{D}{2} - F_c \cos\alpha \cdot h - F_c \sin\alpha \cdot L = 0$$

dove $F_c = p\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2$. Essendo $T = fN$ si ha

$$N = \frac{F_c(h\cos\alpha + L\sin\alpha)}{b + \frac{fD}{2}}$$

Le reazioni vincolari in A si ricavano dalle equazioni di equilibrio alla traslazione in direzione verticale ed orizzontale:

$$V_A + N - F_c \sin\alpha = 0$$
$$O_A - T + F_c \cos\alpha = 0$$

Da cui

$$V_A = F_c \sin\alpha - N$$
$$O_A = T - F_c \cos\alpha$$

Dall'equazione di equilibrio alla rotazione attorno a B (Figura 2) si trova l'accelerazione angolare del tamburo.

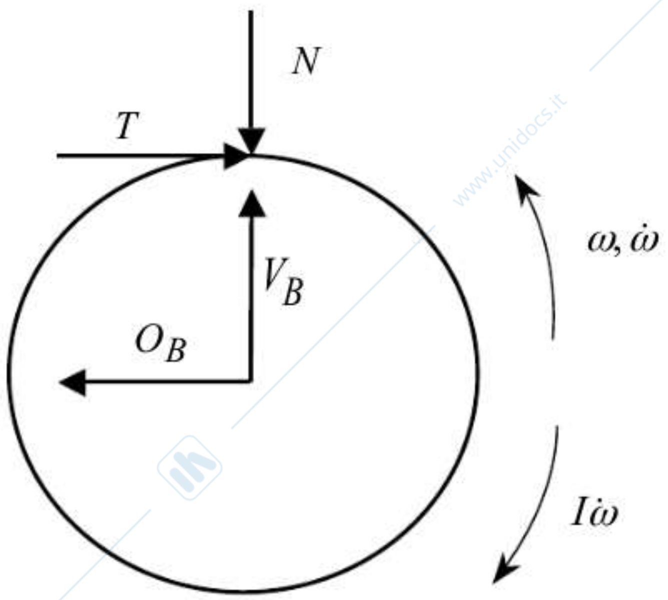


Figura 2

$$I\dot{\omega} + \frac{TD}{2} = 0$$

$$\dot{\omega} = -\frac{TD}{2I}$$

Integrando l'accelerazione nel tempo si trova l'andamento temporale della velocità angolare

$$\omega(t) = \omega_0 + \dot{\omega}t$$

All'istante finale t_F si ha allora

$$\omega(t_F) = 0 = \omega_0 + \dot{\omega}t_F \Rightarrow t_F = \frac{-\omega_0}{\dot{\omega}} = \frac{2\omega_0 I}{TD}$$

L'energia dissipata si può scrivere come l'energia di rotazione iniziale del sistema (equazione dell'energia)

$$\Delta E = \frac{I\omega_0^{\ 2}}{2}$$

Oppure come lavoro compiuto dalla forza di attrito T, cioè

$$L_a = \int_0^{\vartheta_F} T \cdot \frac{D}{2} d\theta = T\frac{D}{2}\vartheta_F$$

Dove ϑ_F è l'angolo spazzato dal tamburo tra l'istante iniziale e finale, e pari a

$$\vartheta_F = \omega_0 t_F + \frac{\dot{\omega}t_F^{\ 2}}{2}$$

RUOTE CONICHE A DENTI DIRITTI

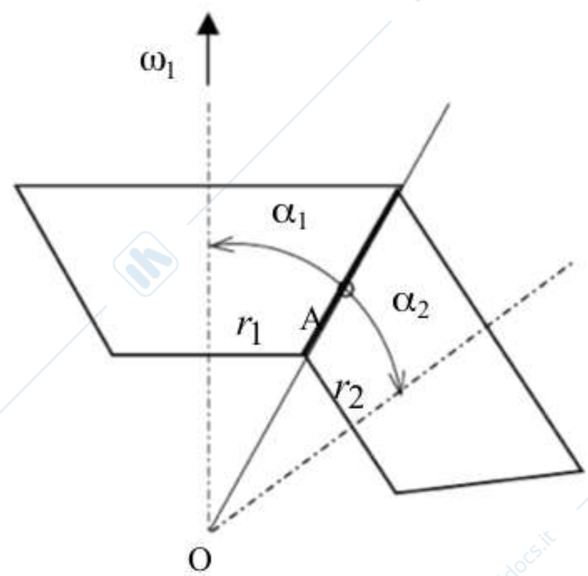


Figura 3

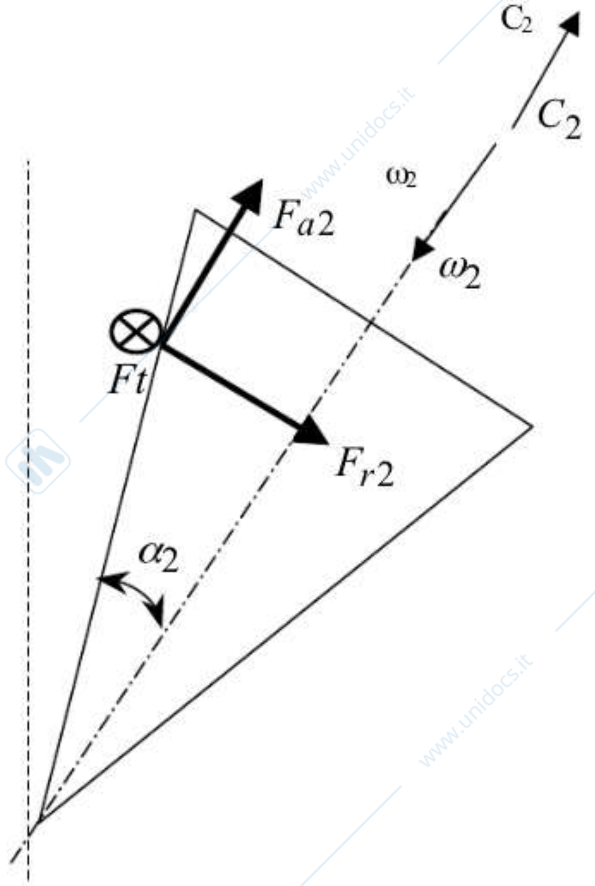
Indicando con A un generico punto di contatto tra i denti , dalla Figura 3 si trova

COGNOME **NOME**

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{V_A}{r_2}\frac{r_1}{V_A} = \frac{OA\sin\alpha_1}{OA\sin\alpha_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$$

La componente tangenziale F_t è quella utile alla trasmissione del moto per cui

$$F_t = \frac{C}{r_1}$$



dove C è la coppia applicata alla ruota 1 cioè $C = \frac{W}{\omega_1} = 4{,}77\,Nm$, e r_1 è il raggio primitivo della ruota 1 dato da $r_1 = \frac{mz_1}{2} = 21mm$; pertanto $F_t = 227{,}4\,N$.

Il modulo della forza totale scambiata $\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_{a2} + \vec{F}_{r2}$ è quindi

$$F = \frac{F_t}{\cos\theta} = 242\,N$$

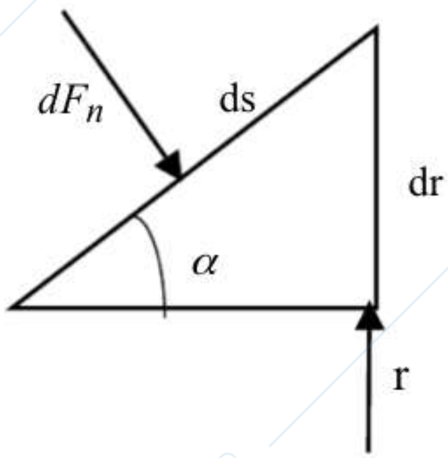
da cui si trovano i valori delle rimanenti forze

$$F_{a2} = F\sin\theta\sin\alpha_2 \quad \text{e} \quad F_{r2} = F\sin\theta\cos\alpha_2$$

TEORIA: FRIZIONE CONICA

Si consideri l'elemento infinitesimo rappresentato di superficie tronco-conica della frizione. La sua area ha espressione

$$dA = 2\pi r ds = 2\pi r \frac{dr}{\sin\alpha}$$



La forza infinitesima normale a tale superficie vale allora $dF_n = pdA$, e l'integrale della sua componente assiale è uguale in modulo a N. Secondo l'ipotesi di Reye risulta inoltre

$$p = \frac{k}{r}$$

dove k è costante e quindi

$$F_a = \int_{r_i}^{r_e} 2\pi r \frac{dr}{\sin\alpha} p \cdot \sin\alpha = 2\pi \int_{r_i}^{r_e} prdr = 2\pi \int_{r_i}^{r_e} \frac{k}{r} rdr = 2\pi k(r_e - r_i) = N$$

Da cui $k = \dfrac{N}{2\pi(r_e - r_i)}$ con $r_e = \dfrac{D_e}{2}$ e $r_i = \dfrac{D_i}{2}$.

La coppia trasmessa dalla frizione dipende dalle componenti di attrito $f \cdot dF_n$ normali al foglio.

$$C = \int_A fpdA \cdot r = \int_{r_i}^{r_e} f \frac{k}{r} r \cdot 2\pi r \frac{dr}{\sin\alpha} = f \frac{k 2\pi}{\sin\alpha} \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} = \frac{f}{2\sin\alpha} N(r_e + r_i) = N \frac{f}{\sin\alpha} r_{medio}$$