

Riassunto

Introduzione alla Statica dei Fluidi

La statica dei fluidi si occupa dell'equilibrio di un sistema fluido, dove è fondamentale che la risultante delle forze esterne sia zero, espressa come $F(e) = 0$. Le forze esterne sui fluidi si dividono in due categorie: **forze a distanza** (come la gravità) e **forze a contatto** (dovute alle interazioni tra le particelle di fluido).

Analisi delle Forze in un Fluido

Consideriamo una superficie chiusa all'interno di un fluido, simile a una scatola. Le forze agenti su questa superficie includono il peso del fluido e le forze dovute alla pressione del fluido circostante. La simmetria cilindrica del sistema implica che le forze laterali si annullano, lasciando solo le forze verticali. L'equazione dell'equilibrio, proiettata sull'asse verticale, è data da:

$$-p g A dx + p(z)A - p(z + dz)A = 0$$

dove p è la densità del fluido e g è l'accelerazione di gravità.

Equazione della Statica dei Fluidi

Sviluppando la pressione in serie di Taylor e sostituendo nell'equazione di equilibrio, si ottiene l'equazione fondamentale della statica dei fluidi:

$$\frac{dp}{dz} = -p g$$

Questa equazione indica che la pressione diminuisce con l'aumentare della profondità z , in direzione opposta alla forza di gravità.

Superfici Isobariche e Energia Potenziale

Le superfici a pressione costante, o **superfici isobariche**, sono anche superfici equipotenziali. In un sistema rotante, come un cilindro che ruota, si devono considerare anche le forze centrifughe. L'energia potenziale complessiva in un elemento di volume è espressa come:

$$\Phi = p g z dV - \frac{1}{2} p \omega^2 r^2 dV$$

dove r è la distanza dall'asse di rotazione. Le superfici isobariche in questo caso assumono la forma di un paraboloide di rotazione.

Legge di Stevino e Principio di Pascal

Nel caso dei liquidi, l'equazione della statica può essere integrata per ottenere la **Legge di Stevino**:

$$p = p_0 + pgh$$

dove p_0 è la pressione alla superficie libera e h è la profondità. Questa legge implica che la pressione è costante a quote uguali e che la variazione di pressione è proporzionale alla densità e alla differenza di quota.

Il **Principio di Pascal** afferma che un incremento di pressione in un punto di un fluido incompressibile si propaga in tutto il fluido. Questo principio è alla base del funzionamento del torchio idraulico, dove una forza applicata su un pistone piccolo genera una forza maggiore su un pistone più grande, mantenendo la conservazione dell'energia meccanica.

Applicazioni del Principio di Pascal

Il torchio idraulico è composto da due cilindri di diverse sezioni comunicanti, dove la forza applicata su un pistone più piccolo si traduce in una forza maggiore su un pistone più grande. La relazione tra le forze è data da:

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

Tuttavia, la corsa del pistone più piccolo è maggiore rispetto a quella del pistone più grande, a causa dell'incompressibilità del liquido. In condizioni ideali, il lavoro eseguito rimane costante, dimostrando la conservazione dell'energia meccanica nel sistema.