

## Controllo statistico della qualità

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

1

Senza il controllo della qualità, sia il produttore che l'acquirente sono nella stessa posizione dell'uomo che scommette in una corsa di cavalli con l'unica eccezione che non hanno alcuna "dritta".  
(*Steadman Frank, M. "Textile World"*)



Il controllo statistico della qualità consiste in una **collezione di strumenti** che sono essenziali nelle attività finalizzate al miglioramento della qualità di prodotti e servizi attraverso l'analisi della loro variabilità.

**QUALITA'=FITNESS PER L'USO**

Per "fitness per l'uso" si intende l'insieme delle esigenze che la clientela si aspetta di vedere soddisfatte dai prodotti o dai servizi che acquista.

Es: un rivenditore compra delle cassette di frutta da un produttore e si aspetta che siano imballate e sistemate opportunamente in modo da facilitare l'esposizione della merce o la sistemazione in magazzino.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

2

### I metodi statistici sono utili per:

- *Confrontare* ingredienti o materiali diversi nello sviluppo e progettazione di un prodotto.
- *Misurare* la capacità di un processo di produzione: tolleranze del sistema e delle sue componenti.
- *Ridurre* la variabilità di un processo di produzione.
- *Verificare* perfezionamenti del processo di produzione.
- *Verificare* affidabilità o altri dati di prestazione del prodotto.

### E tutto cominciò....

**1924:** Shewhart scrive un memorandum su una carta di controllo  
Dodge e Roming (laboratori di Bell) sviluppano tecniche statistiche di campionamento e di monitoraggio.

**1940:** le industrie americane impiegano questi metodi nella produzione di armi.

**1970:** supremazia giapponese

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

3

### Controllo statistico di qualità on-line



### Processo di produzione

Il *controllo statistico di un processo* è un insieme di strumenti per il “problem solving” che comprende:

1. Istogrammi
2. Diagrammi di Pareto
3. Diagrammi di causa ed effetto
4. Schede di controllo
5. Carte di Controllo
6. Diagrammi di Correlazione
7. Test

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

4

## 1. Istogrammi

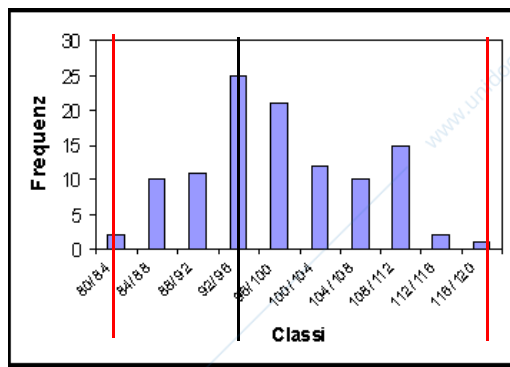
	LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB
8.00	94	97	92	94	106	108	95	98	111	85	109	110
9.00	108	118	92	100	109	92	105	111	96	110	108	97
10.00	105	97	101	102	93	99	97	109	95	96	103	88
11.00	85	96	93	93	94	92	108	99	95	91	88	96
12.00	93	103	95	99	101	80	98	101	106	95	103	83
13.00	111	100	90	98	110	85	111	109	104	97	115	93
14.00	109	92	108	89	103	95	91	99	95	93	105	97
15.00	102	99	86	96	110	92	94	99	87	114	100	102
16.00	99	115	84	89	110	85	93	101	84	89	113	91
17.00	93	104	84	86	109	99	100	100	94	91	113	109

Una azienda farmaceutica decide di effettuare un controllo sul processo di iniezione di un farmaco, per le cure tumorali, all'interno di appositi flaconi. L'azienda assume come tollerabili un quantitativo minimo di medicinale nei flaconi pari a 82 ml e uno massimo di 118 ml e in fase di progetto stabilisce un quantitativo obbiettivo di 95 ml. Gli operatori addetti a tale compito hanno a disposizione le misure del contenuto dei flaconi del prodotto medicinale riportate nella tabella

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

5

CLASSI	FREQUENZE
80/84	2
84/88	10
88/92	11
92/96	25
96/100	21
100/104	12
104/108	10
108/112	15
112/116	2
116/120	1

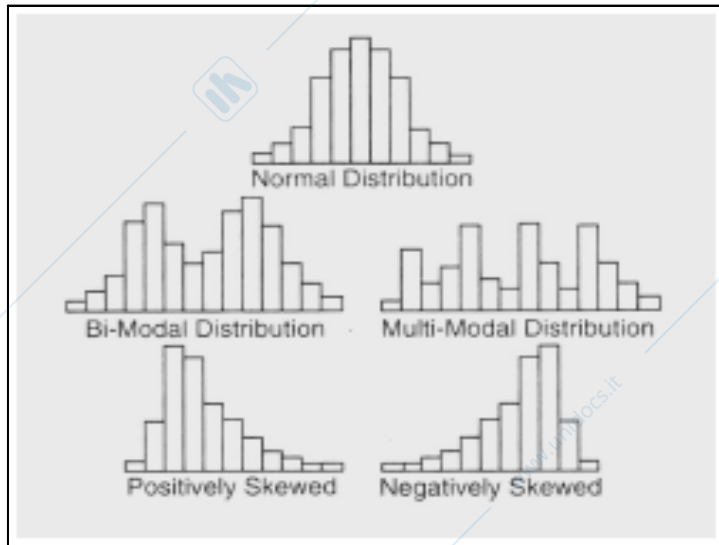


Dall'istogramma si può subito notare come i dati seguano approssimativamente una distribuzione normale, con una piuttosto accentuata variabilità dei dati. Rispetto al target aziendale il processo è abbastanza centrato, mentre in termini dei limiti di tolleranza il processo sembra non avere margini per cui potrebbe essere necessaria una azione correttiva sulla variabilità del processo.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

6

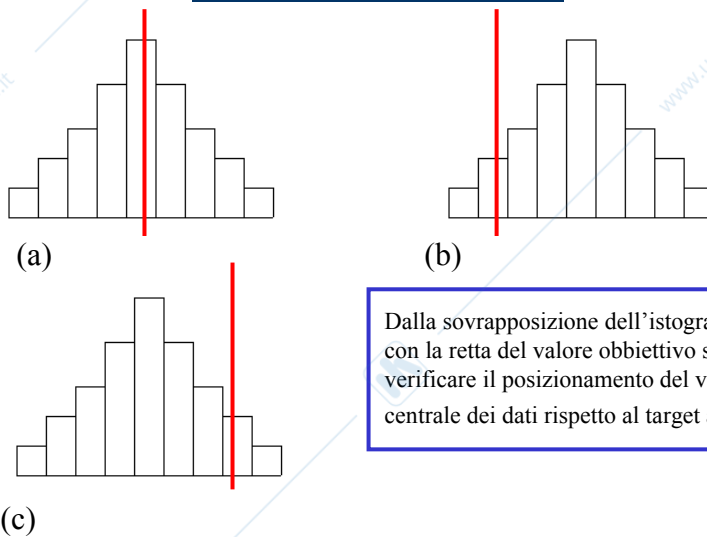
### La forma dell'istogramma



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

7

### TENDENZA CENTRALE

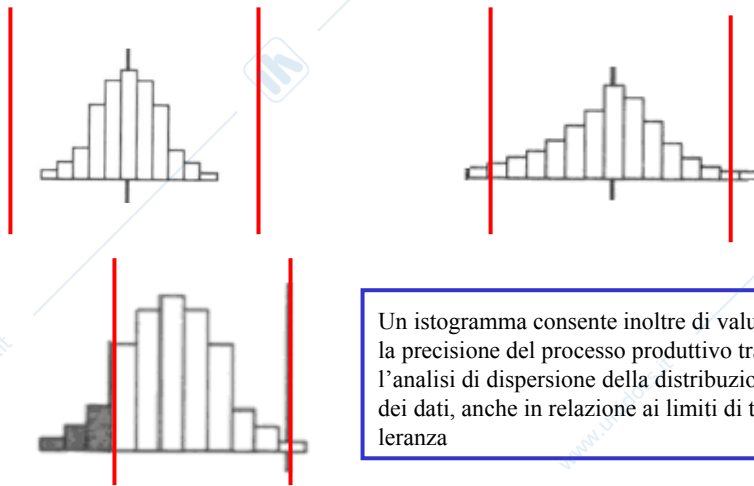


Dalla sovrapposizione dell'istogramma con la retta del valore obiettivo si può verificare il posizionamento del valore centrale dei dati rispetto al target assegnato

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

8

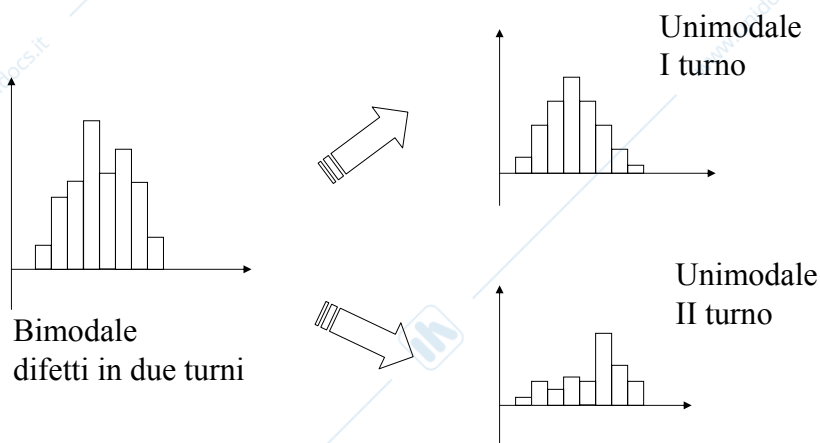
### VARIABILITA'



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

9

### STRATIFICAZIONE'



Nel caso di istogrammi bimodali, la distribuzione può essere composta da due o più distribuzioni aventi valori medi diversi.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

10

## 2. I diagrammi di Pareto

Si supponga che nel controllo di qualità effettuato su 2165 bottiglie di olio se ne siano riscontrate 416 difettose, secondo la seguente tabella:

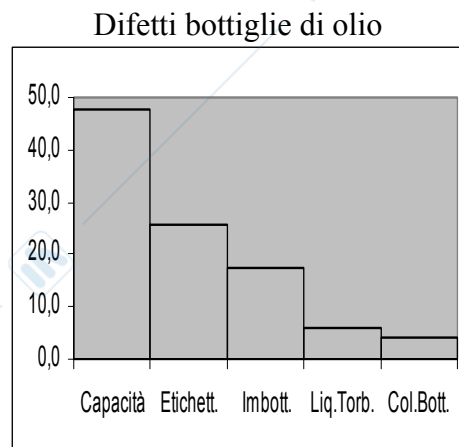
Tipi di difetti (classe di difetti)	Numero pezzi difettosi per tipo	% per tipo di difetto
Imbottigliamento	72	17.3
Etichettatura	103	24.7
Liquido torbido	18	4.3
Capacità	198	47.6
Colore bottiglia	25	6.0

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

11

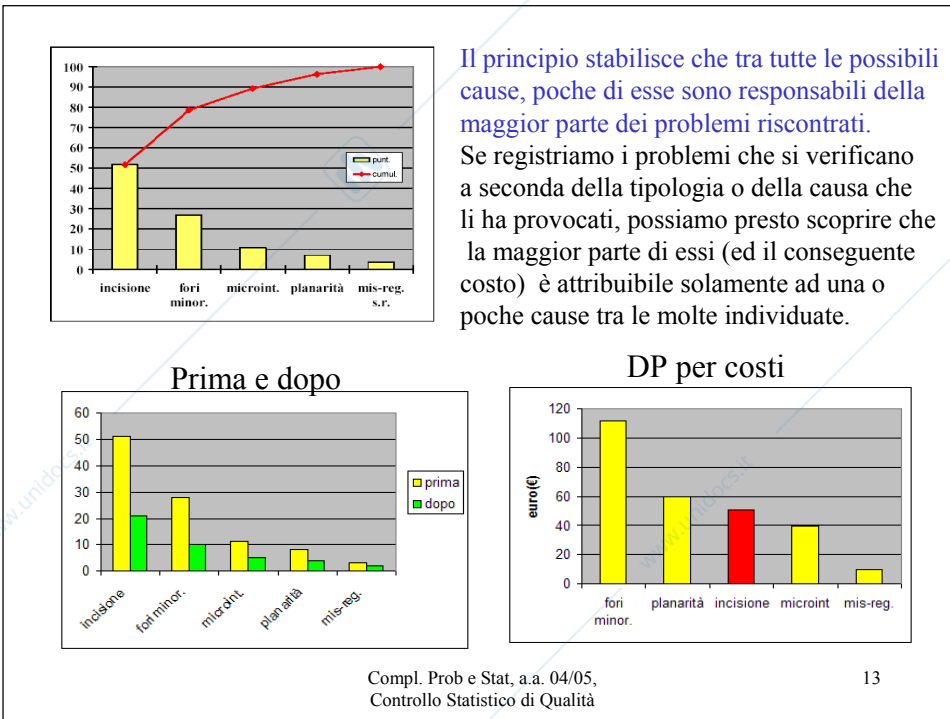
**Un diagramma di Pareto è un istogramma le cui colonne sono ordinate in ordine decrescente**

- Indica i difetti in ordine di importanza
- Ogni barra rappresenta una voce di difettosità
- L'esperienza insegna che è più facile ridurre a metà una barra alta che non ridurre a zero una barra corta!



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

12



### 3. Diagrammi di Causa Effetto

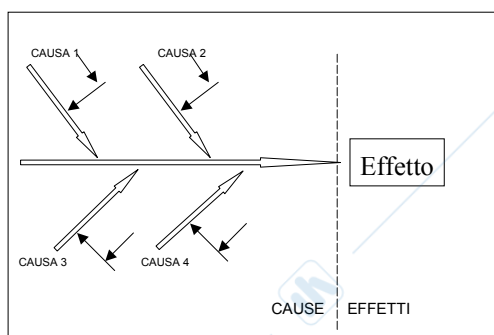
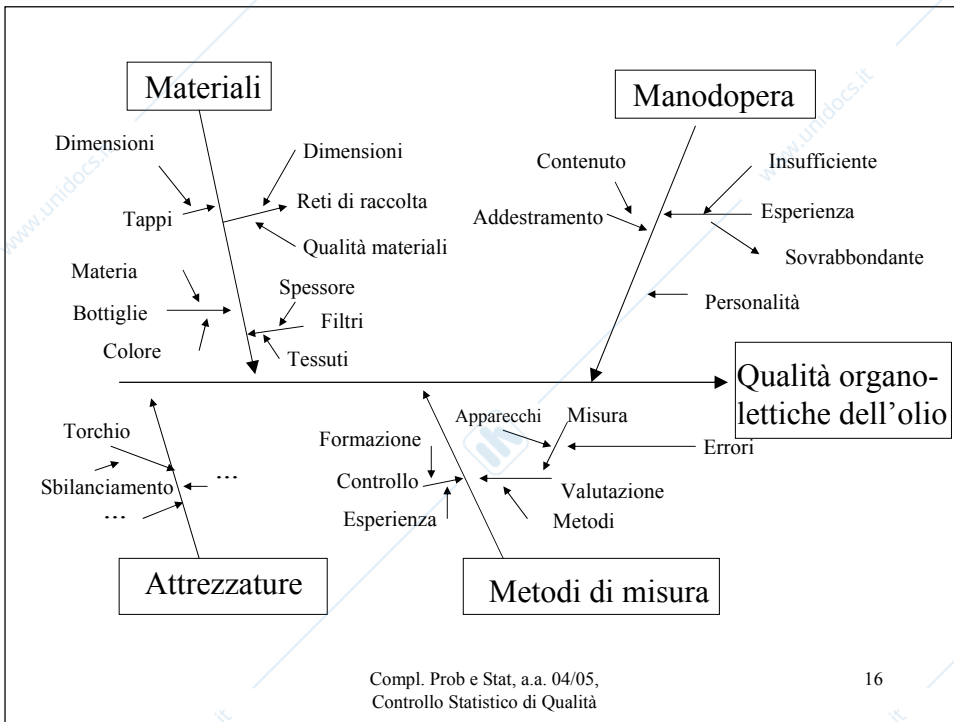
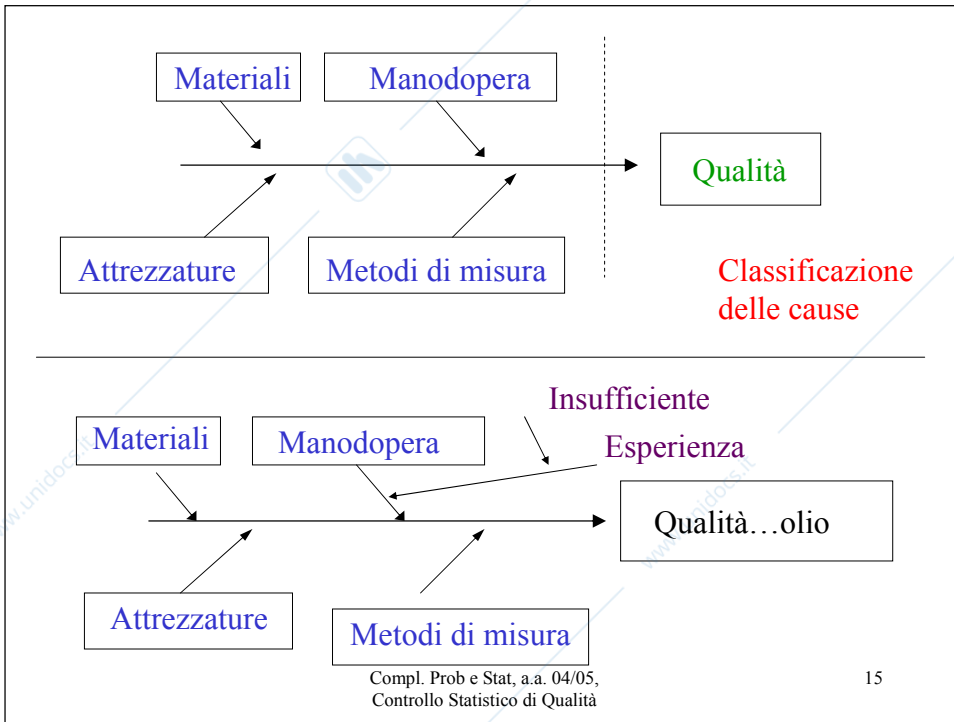


Figura 4.1



### Metodo per fasi del processo

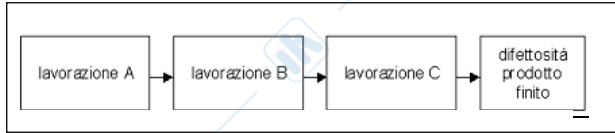
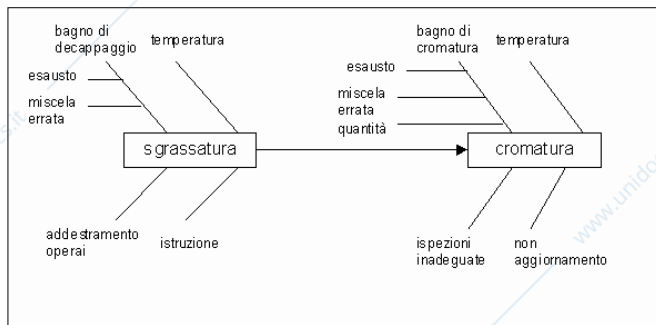


Figura 4.2



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

## 4. Schede di controllo

Scopo: consente di riportare i dati in modo facile e con una disposizione tale da rendere agevole il loro uso

- Localizzare ed analizzare le cause di dispersione dei processi produttivi
- Localizzare ed analizzare le cause dei difetti
- Riconoscere le unità difettose
- Elencare le verifiche da effettuare

Intestazione della scheda di controllo

PRODOTTO:	DATA:
TRATTAMENTO:	SETTORE:
SPECIFICHE:	REPARTO:
N. PEZZI ISPEZIONATI:	OPERATORE:
N. TOTALE PEZZI:	TURNO:
N. LOTTO:	NOTE:

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

### Controllo unità difettose (dati numerabili)

Scheda di controllo n. \_\_\_\_\_

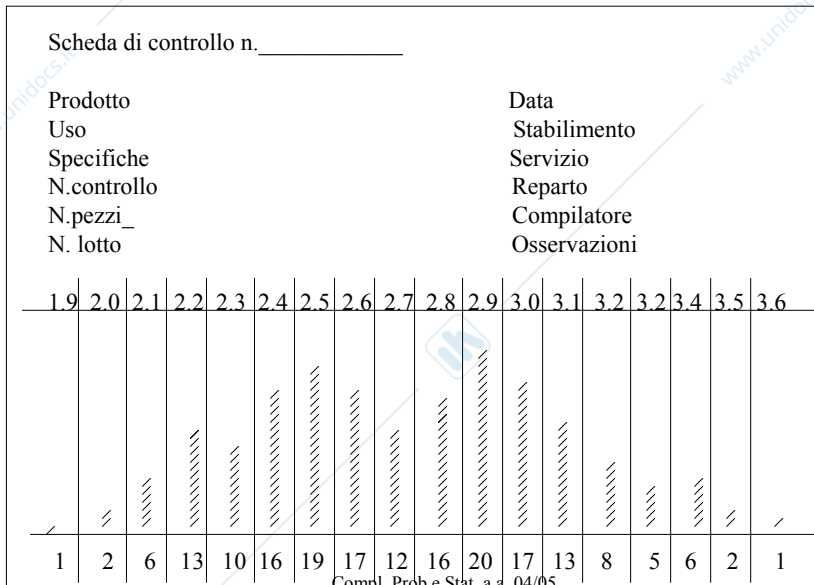
Prodotto	Data
Fase	Stabilimento
N.pezzi	Reparto
N.lotto	N.ordine
Compilatore	

Tipo di difetto	Esito controllo	Subtotale
Difetti superficiali	////////////////////	32
Tagli	////////////////////	23
Incompleto	////////////////////	48
Deformato	////	4
Altri	///////	8
Totale pezzi		115
Totale scartati		86

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

### Controllo misure difettose (dati misurabili)



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

## Foglio di sintesi

- tagli
- ★ incompleti
- deformazioni
- altri
- ▲ difetti di finitura

Macchina	Operaio	Lunedì		Martedì		Mercoledì		Giovedì		Venerdì	
		am	pm	am	pm	am	pm	am	pm	am	pm
Macchina A	A	○●★	○★	○	○★	○	○★	○	○★	○	○
	B	○●★	○★	○	○★	○	○★	○	○★	○	○
Macchina B	C	○	○★	○	●	○	○★	○	○●	○	○▲
	D	○	○★	○	○●	○▲	○★	○	○●	○▲	○●

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

21

## Lista di controllo

DA CONTROLLARE	OGGETTO DEL CONTROLLO	NOTE
FUSIBILE	1 Condizione di apertura/chiusura	
	2 Il pannello è caldo?	
	3 Fusibile idoneo?	
	4 Nessuna ostruzione alla manovra?	
INTERRUTTORE	1 E' visibile la manopola?	
	2 Si è perso il bullone di chiusura?	
	3 Verifica punto di contatto	
INDICATORI	1 Condizione di flusso corrente	
	2 Quanti ampere?	
	3 Quanti volt?	
	4 Lampada di spia rotta o fulminata?	
ALTRO	1 Suona l'allarme?	
	2 Si muove l'interruttore frontale?	
	3 Rumori insoliti?	
	4 Il magnete è guasto?	

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

22

## 5. Carte di controllo

In ogni processo di produzione c'è un "rumore di fondo" dovuto a cause inevitabili ma di effetto ridotto.

Un processo la cui fonte di variabilità è dovuta solo al "rumore di fondo" è detto **sotto controllo statistico**.



Altre fonti di variabilità: - macchinari non funzionanti propriamente  
- errori degli operatori  
- difetti nelle materie prime

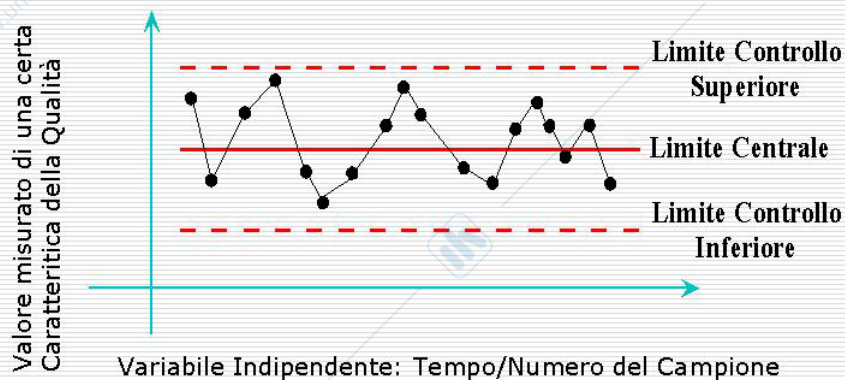
Un processo la cui fonte di variabilità non è dovuta solo al "rumore di fondo" è detto **fuori controllo statistico**.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

23

Le carte di controllo sono lo strumento più idoneo a segnalare queste "anomalie" nel monitoraggio di un processo di produzione.

### Le carte di controllo...un esempio



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

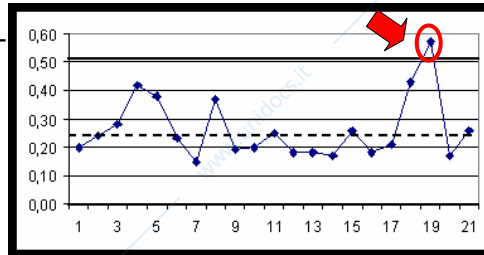
24

## Come si usa una carta di controllo?

Sia  $W$  una statistica campionaria che misura qualche caratteristica di qualità di interesse e sia  $E[W] = \mu_W$  e  $Var[W] = \sigma_W^2$ . Allora

$$\left. \begin{aligned} \text{Limite superiore} &= \mu_W + k\sigma_W \\ \text{Limite centrale} &= \mu_W \\ \text{Limite inferiore} &= \mu_W - k\sigma_W \end{aligned} \right\} \text{ Per qualche } k$$

Viene dunque selezionato un campione casuale, viene costruita la carta di controllo e se i valori medi registrati cadono all'interno dei limiti di controllo e/o non esibiscono particolari andamenti, si conclude che il processo è sotto controllo statistico al livello indicato dalla carta.

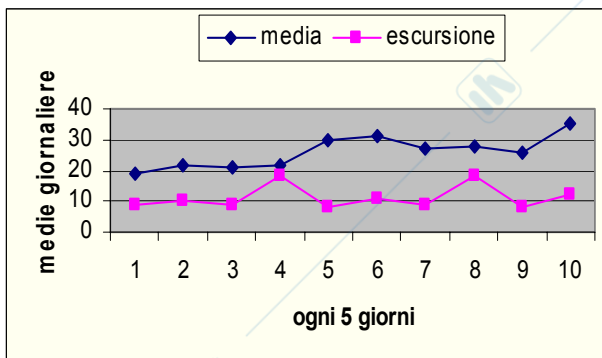
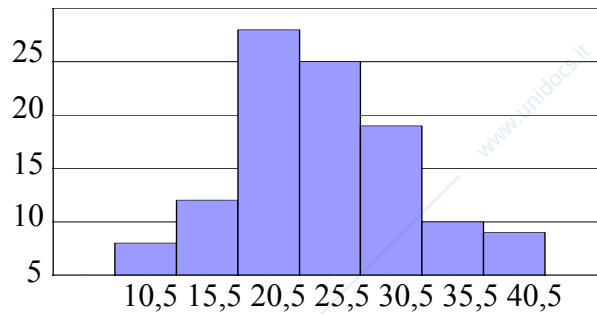


Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

25

### ESEMPIO:

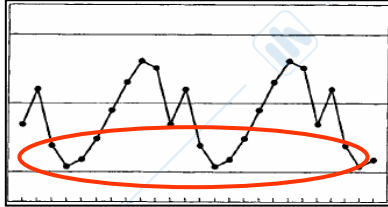
Lunghezza di un certo materiale di plastica registrata 5 volte al giorno.



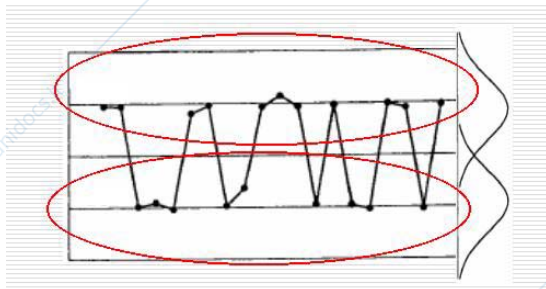
*C'e' una tendenza della media a crescere nel tempo. I punti del diagramma possono considerarsi nella norma?*

26

## Come si leggono le carte di controllo?



Una sequenza di lunghezza superiore a 8 che ha la stessa tendenza è molto improbabile.

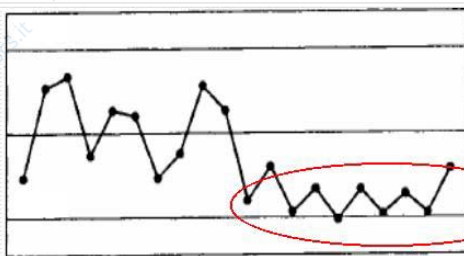


Due popolazioni distinte= due operatori?

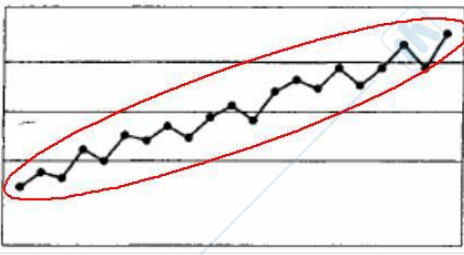
Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

27

## Come si leggono le carte di controllo?



Cambio di un utensile in corso d'opera?

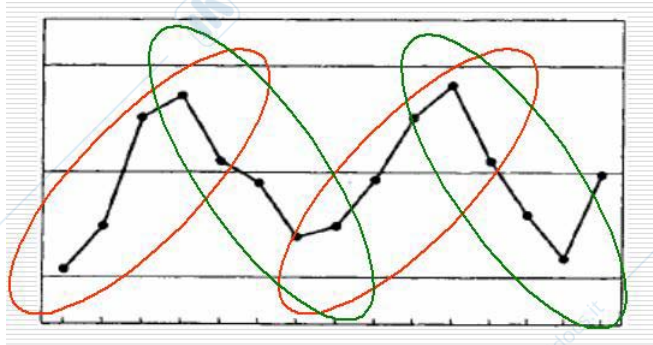


Utensile che degrada nel tempo?

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

28

## Come si leggono le carte di controllo?



Si evidenzia un andamento ciclico dei dati dovuto sicuramente a delle cause ricorrenti, un ambiente climaticamente non controllato durante le stagioni estreme può essere un esempio di causa

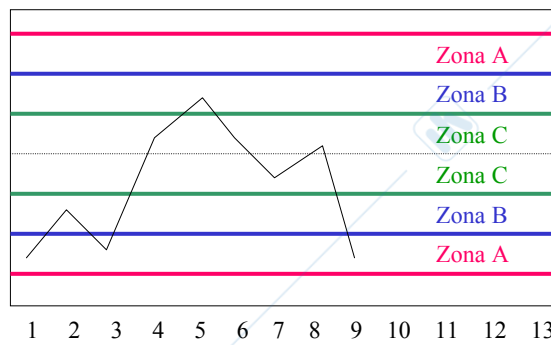
Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

29

## Alcune regole per il riconoscimento di sequenze non casuali

Il processo è fuori controllo se:

1. Un punto cade al di sopra (o al di sotto) della zona A
2. Due o tre punti consecutivi cadono nella zona B
3. Quattro o cinque punti consecutivi cadono nella zona C
4. Otto punti consecutivi cadono al di sopra o al di sotto della linea centrale



$3\hat{\sigma}_X$   
 $2\hat{\sigma}_X$   
 $1\hat{\sigma}_X$   
 $1\hat{\sigma}_X$   
 $2\hat{\sigma}_X$   
 $3\hat{\sigma}_X$

Regole di zona

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

30

## Come si costruisce una carta di controllo?

- 1) Raccogliere i dati ( $N > 100$ )
- 2) Raggruppare i dati in sottogruppi:
  - criterio: ordine di esecuzione delle misure
  - ordine di produzione dei lotti
  - numerosità: da due a cinque elementi ciascuno
- 3) Registrare i dati su di un foglio, in modo da rendere facile la visualizzazione dei sottogruppi.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

31

Verificare la presenza di eventuali anomalie nel tasso di umidità di sacchi di farina conservati in un certo magazzino.

- **N=100**  
(numerosità totale)

- **n=5**  
(numerosità di ogni sottogruppo)

- **k=25**  
(numero di sottogruppi)

	6:00 am	10:00am	2:00pm	6:00pm	10:00pm
14	12,6	13,2	13,1	12,1	
13,2	13,3	12,7	13,4	12,1	
13,5	12,8	13	12,8	12,4	
13,9	12	13,3	13,1	13,2	
13	13	12,1	12,2	13,3	
13,7	12	12,5	12,4	12,4	
13,9	12,1	12,7	13,4	13	
13,4	13,6	13	12,4	13,5	
14,4	12,4	12,2	12,4	12,5	
13,3	12,4	12,6	12,9	12,8	
13,3	12,8	13	13	13,1	
13,6	12,5	13,3	13,5	12,8	
13,4	13,3	12	13	13,1	
13,9	13,1	13,5	12,6	12,8	
14,2	12,7	12,9	12,9	12,5	
13,6	12,6	12,4	12,5	12,2	
14	13,2	12,4	13	13	
13,1	12,9	13,5	12,3	12,8	
14,6	13,7	13,4	12,2	12,5	
13,9	13	13	13,2	12,6	
13,3	12,7	12,6	12,8	12,7	
13,9	12,4	12,7	12,4	12,8	
13,2	12,3	12,6	13,1	12,7	
13,2	12,8	12,8	12,3	12,6	
13,3	12,8	12	12,3	12,2	

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

32

4) Determinare il valor medio  $\bar{x}$  per ciascun sottogruppo con la formula

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{n}$$

5) Determinare l'escursione

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

per ciascun sottogruppo.

						$\bar{x}$	$R$
	14	12,6	13,2	13,1	12,1	13	1,9
	13,2	13,3	12,7	13,4	12,1	12,94	1,3
	13,5	12,8	13	12,8	12,4	12,9	1,1
	13,9	12	13,3	13,1	13,2	13,18	1,5
	13	13	12,1	12,2	13,3	12,72	1,2
	13,7	12	12,5	12,4	12,4	12,6	1,7
	13,9	12,1	12,7	13,4	13	13,02	1,8
	13,4	13,6	13	12,4	13,5	13,18	1,2
	14,4	12,4	12,2	12,4	12,5	12,78	2,2
	13,3	12,4	12,6	12,9	12,8	12,8	0,9
	13,3	12,8	13	13	13,1	13,04	0,5
	13,6	12,5	13,3	13,5	12,8	13,14	1,1
	13,4	13,3	12	13	13,1	12,96	1,4
	13,9	13,1	13,5	12,6	12,8	13,18	1,3
	14,2	12,7	12,9	12,9	12,5	13,04	1,7
	13,6	12,6	12,4	12,5	12,2	12,66	1,4
	14	13,2	12,4	13	13	13,12	1,6
	13,1	12,9	13,5	12,3	12,8	12,92	1,2
	14,6	13,7	13,4	12,2	12,5	13,28	2,4
	13,9	13	13	13,2	12,6	13,14	1,3
	13,3	12,7	12,6	12,8	12,7	12,82	0,7
	13,9	12,4	12,7	12,4	12,8	12,84	1,5
	13,2	12,3	12,6	13,1	12,7	12,78	0,9
	13,2	12,8	12,8	12,3	12,6	12,74	0,9
	13,3	12,8	12	12,3	12,2	12,72	1,1

6) Determinare la media generale  $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_k}{k} = 12,940$$

7) Determinare il valore medio  $\bar{R}$  dell'escursione:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k} = 1,35$$

8) Calcolare le linee limite di controllo secondo la seguente tabella

Subgroup	A	C	B	$d_2$
2	1.880		3.267	1.128
3	1.023		2.574	1.693
4	0.729		2.282	2.059
5	0.577		2.114	2.326
6	0.483		2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.864	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.970
10	0.308	0.223	1.777	3.078

linea centrale  $LC = \bar{x} = 12,94$

linea superiore  $LSC = \bar{x} + A\bar{R} = 13,7$

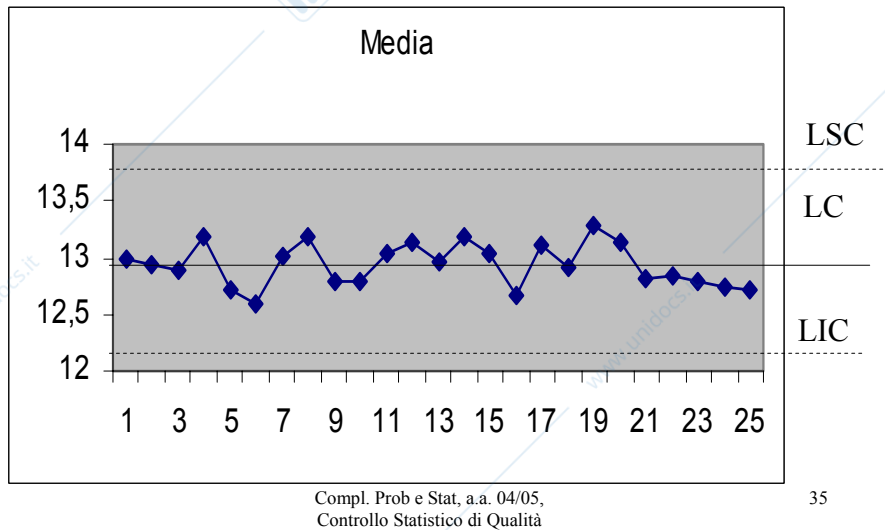
linea inferiore  $LIC = \bar{x} - A\bar{R} = 12,16$

linea centrale  $LC = \bar{R}$

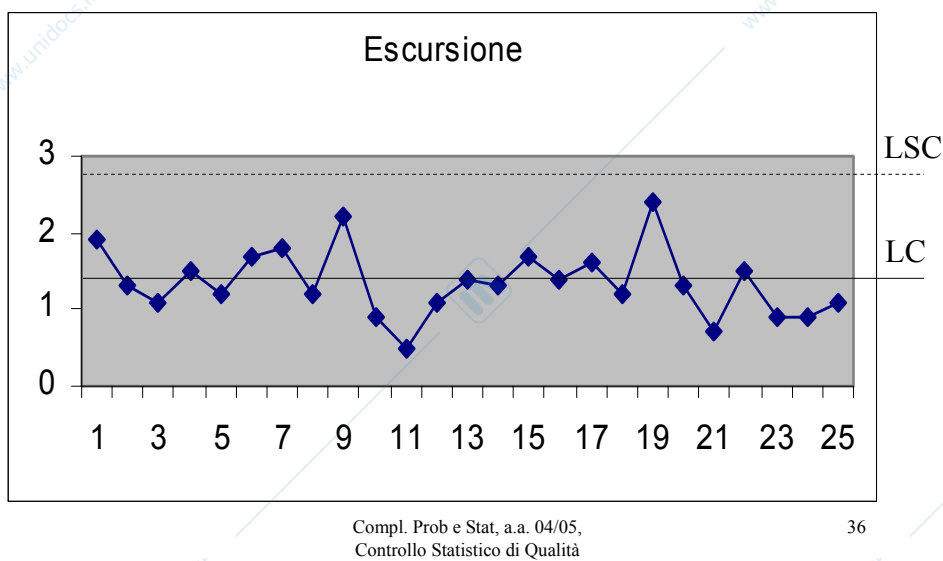
linea superiore  $LSC = B\bar{R} = 2,86$

linea inferiore  $LIC = C\bar{R} = \text{manca}$

9) Costruire la carta di controllo riportando  
 -- per la media le coppie  $(i, \bar{x}_i), i = 1, 2, \dots, k$  interpolate da linee,  
 la linea LC continua, le linee LSC e LIC a tratti



-- per l'escursione le coppie  $(i, R_i), i = 1, 2, \dots, k$  interpolate da linee  
 la linea LC continua, la linea LSC a tratti.



Se della popolazione si conoscessero media e varianza allora

$$\text{linea centrale LC} = \mu$$

$$\text{linea superiore LSC} = \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{linea inferiore LIC} = \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Ma questa situazione non è facilmente realizzabile!!!

$$\rightarrow E[\bar{X}] = \mu \quad \rightarrow \sigma ? \quad \text{Le taglie dei campioni sono troppo piccole per poter pensare di stimare la deviazione standard dai dati!}$$

La variabile aleatoria  $W$  definita come:

$$W = \frac{R}{\sigma} \begin{cases} \text{dove } R \text{ è il campo di variazione della popolazione} \\ \text{dove } \sigma \text{ è la deviazione standard della popolazione} \end{cases}$$

prende il nome di *escursione relativa* ed esistono delle tavole statistiche per il calcolo della sua media  $E[W] = d_2$  e della sua deviazione standard  $D[W] = d_3$ , a partire dalla conoscenza di  $n$ .

$$\sigma = \frac{\mu_R}{d_2} \Rightarrow \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \Rightarrow 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = A\bar{R}$$

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

37

Per i limiti dell'escursione si osservi che:

$$\sigma_R = \sigma d_3 \Rightarrow \hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \Rightarrow 3 \hat{\sigma}_R \approx 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Da cui:

$$\text{linea centrale LC} = \bar{R}$$

$$\text{linea centrale LC} = \mu_R$$

$$\text{linea superiore LSC} = \mu_R + 3\sigma_R \Rightarrow \text{linea superiore LSC} = \bar{R} \left( 1 + 3 \frac{d_3}{d_2} \right) = B\bar{R}$$

$$\text{linea inferiore LIC} = \mu_R - 3\sigma_R$$

$$\text{linea inferiore LIC} = \bar{R} \left( 1 - 3 \frac{d_3}{d_2} \right) = C\bar{R}$$

In generale, quando si osserva che il processo è fuori controllo, perché qualche punto cade al di fuori dei limiti (e se ne conoscono) le cause, nel costruire una nuova carta, vengono eliminati i punti "out" ed è quindi necessario ricalcolare tutti gli stimatori presenti nei limiti.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

38

## La scelta dei parametri di campionamento

### • Taglia del campione N

- campioni grandi servono a determinare piccole variazioni

### • Frequenza di campionamento

- piccoli campioni a brevi intervalli
- grandi campioni a lunghi intervalli

### • Scelta dei sottogruppi

- all'interno di ogni sottogruppo la variabilità delle osservazioni dovrebbe essere attribuita al caso e non a una specifica causa
- principio: ordine temporale "opportuno" cadenzato
- possibili approcci:

*Blocchi di unità prodotti contemporaneamente*

- massimizza la variabilità tra blocchi
- minimizza la variabilità nei blocchi

*Campionamento su tutto il processo*

- per accettare tutte le unità di un lotto di produzione

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

39

## MISURE SINGOLE: $n=1$

- Ispezione automatica
- Processo di produzione lento
- Misure ripetute non significative

$R_i$  (escursione nel sottogruppo)  $\Leftarrow MR_i = |X_{i+1} - X_i|$  (escursione movente)

### Carta MR

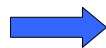
$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} MR_i}{k-1}$$



$$\begin{aligned} UCL &= B \overline{MR} \\ CL &= \overline{MR} \\ LCL &= 0 \end{aligned}$$

### Carta media

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$$



$$UCL = \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = \bar{X} - \frac{3}{1.128} \overline{MR}$$

$$CL = \bar{X}$$

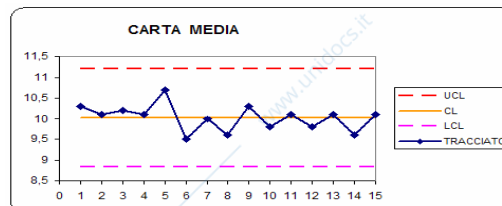
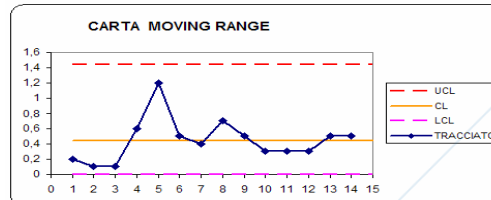
$$LCL = \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = \bar{X} + \frac{3}{1.128} \overline{MR}$$

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

40

Esempio: consideriamo una azienda manifatturiera produttrice di bulloni. Il management decide di effettuare un monitoraggio della media e della varianza del processo. L'azienda dispone, in uscita dalla catena di montaggio, di un meccanismo di ispezione automatica di ciascuno dei pezzi prodotti. Il monitoraggio viene condotto sulla misura del diametro esterno dei pezzi in uscita. I dati a disposizione degli addetti al controllo sono riportati nella seguente tabella, in cui sono riportati i diametri interni dei primi 15 bulloni in uscita dal processo.

k	x	mr
1	10,3	
2	10,1	0,2
3	10,2	0,1
4	10,1	0,1
5	10,7	0,6
6	9,5	1,2
7	10	0,5
8	9,6	0,4
9	10,3	0,7
10	9,8	0,5
11	10,1	0,3
12	9,8	0,3
13	10,1	0,3
14	9,6	0,5
15	10,1	0,5



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

41

## Carte di controllo per attributi

- **Carte  $p$ :** per proporzioni (difettoso/non difettoso)

### Come si costruisce una carta di controllo $p$ ?

- 1) Raccogliere i dati
- 2) Raggruppare i dati in sottogruppi:  
criterio: per lotti o per tipo di dato  
numerosità: superiore a 50  
num. Medio di unità difettose: superiore a 3
- 3) Registrare i dati su di un foglio, in modo da rendere facile la visualizzazione dei sottogruppi.

**Problema:** Sono stati selezionati  $m=20$  campioni di  $n=100$  unità di uova e si vuole stabilire se appartengono al tipo "grandi" oppure no.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

42

**DATI**

- **N=2000**  
(numerosità totale)
- **n=100**  
(numerosità di ogni sottogruppo)
- **k=20**  
(numero di sottogruppi)
- La percentuale media difettosa totale:

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i}{k} = 0,35$$

Sottogr.	D	p
1	44	0,44
2	48	0,48
3	32	0,32
4	5	0,05
5	29	0,29
6	31	0,31
7	46	0,46
8	52	0,52
9	44	0,44
10	48	0,48
11	36	0,36
12	52	0,52
13	35	0,35
14	41	0,41
15	42	0,42
16	3	0,03
17	46	0,46
18	38	0,38
19	26	0,26
20	3	0,03

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

**I limiti di controllo sono:**

linea centrale LC =  $\bar{p} = 0,35$

linea superiore LSC =  $\bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0,50$

linea inferiore LIC =  $\bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0,20$

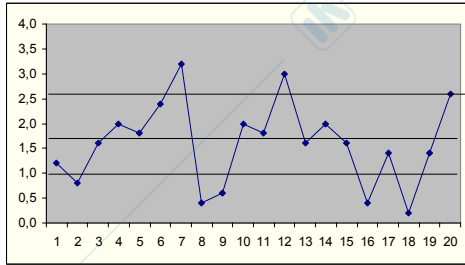
Approssimazione della binomiale con la normale.  
Se  $p$  è piccolo questa approssimazione potrebbe non essere valida!

**Con taglie diverse**

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i}{k}$$

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità

- **Carte  $u$ :** numero di difetti  $u$  per ciascun sottogruppo rapportato al numero di unità per sottogruppo



Sono stati selezionati  $m=20$  campioni di  $n=5$  cestini di fragole e sono stati contati il numero di unità difettose in ciascun campione.

$$u_i = \frac{c_i}{n} \text{ numero medio di difetti per sottogruppo}$$

Approssimazione della poissoniana con la normale. Se  $u$  è piccolo questa approssimazione potrebbe non essere valida!

linea centrale  $LC = \bar{u} = 1,6$

linea superiore  $LSC = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 3,3$  →

linea inferiore  $LIC = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \approx 0$

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05, Controllo Statistico di Qualità

45

## Carte di controllo cumulative

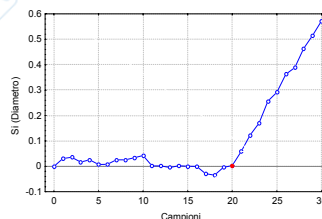
- Tiene in considerazione la storia del processo.
- Rileva piccole deviazioni del processo da un livello medio.
- Valori di  $n$  piccoli

Viene effettuato il plot di

$$S_j = \sum_{i=1}^j (\bar{X}_i - \mu_0)$$

↓  
Valore di riferimento del processo in esame

Se non ci sono deviazioni  $E[S]=0$ , e quindi il grafico dei valori dovrebbe fluttuare intorno al valore 0. Se c'è uno shift verso l'alto ci sarà un trend della carta verso l'alto.

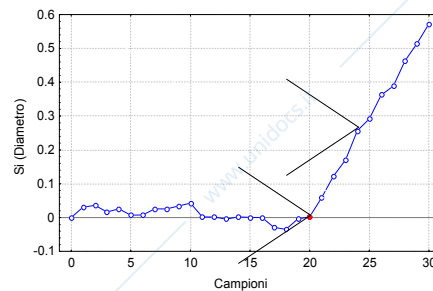
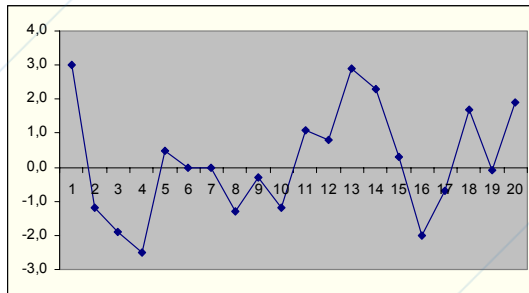


Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05, Controllo Statistico di Qualità

46

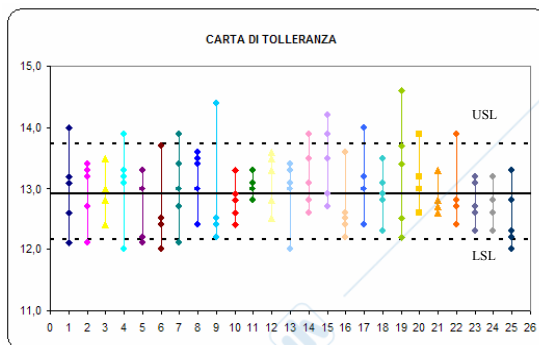
**Esempio:**

Dati	Dati-99	Somma Cum.
102,0	3,0	3,0
94,8	-4,2	-1,2
98,3	-0,7	-1,9
98,4	-0,6	-2,5
102,0	3,0	0,5
98,5	-0,5	0,0
99,0	0,0	0,0
97,7	-1,3	-1,3
100,0	1,0	-0,3
98,1	-0,9	-1,2
101,3	2,3	1,1
98,7	-0,3	0,8
101,1	2,1	2,9
98,4	-0,6	2,3
97,0	-2,0	0,3
96,7	-2,3	-2,0
100,3	1,3	-0,7
101,4	2,4	1,7
97,2	-1,8	-0,1
101,0	2,0	1,9



Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05, Controllo Statistico di Qualità 47

**Carta di tolleranza**



Il grafico riporta in corrispondenza di ciascun sottogruppo i dati relativi a ciascun elemento ispezionato al suo interno, uniti da una linea verticale.

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05, Controllo Statistico di Qualità 48

## Analisi della capacità di un processo

Centrato sulla dimensione nominale

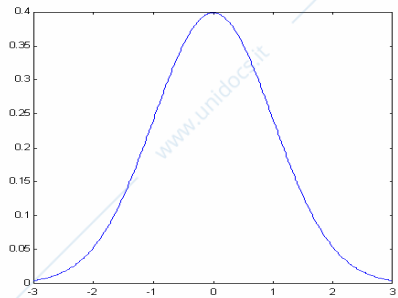
Si definisce **indice di capacità del processo**  $PCR = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$

USL → limite di tolleranza superiore } Specifiche richieste dal manager  
 LSL → limite di tolleranza inferiore }

$6\sigma$  → Peso del processo

$\frac{1}{PCR} * 100 \rightarrow$   
 Percentuale del peso di specifica usata dal processo

$$PCR = \begin{cases} > 1 \\ = 1 \\ < 1 \end{cases}$$



Compl. Prot  
Controllo S

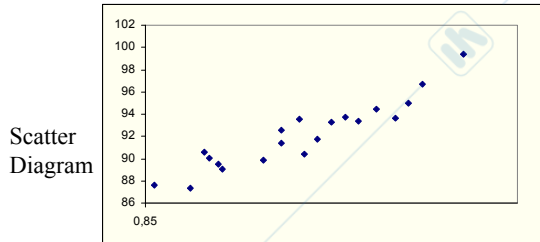
## 6. Diagrammi di correlazione

Relazione tra due tipi di dati:

- causa ed effetto
- tra due cause
- tra una causa ed altre

Nella tavola sono stati riportati dati relativi al livello di colore verde (chiaro-scuro) di un certo tipo di olio e il coefficiente di purezza stimato per esso.

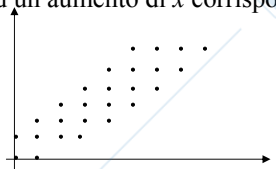
Osservazioni	Colore	Purezza
1	0,99	90,01
2	1,02	89,05
3	1,15	91,43
4	1,29	93,74
5	1,46	96,73
6	1,36	94,45
7	0,87	87,59
8	1,23	91,77
9	1,55	99,42
10	1,4	93,65
11	1,19	93,54
12	1,15	92,52
13	0,98	90,56
14	1,01	89,54
15	1,11	89,85
16	1,2	90,39
17	1,26	93,25
18	1,32	93,41
19	1,43	94,98
20	0,95	87,33



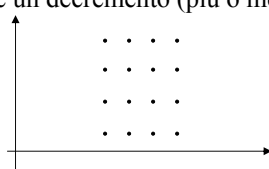
Scatter Diagram

Andamenti comuni:

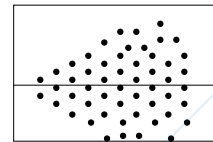
- in funzione di un aumento della  $x$  si riscontra un aumento della  $y$ ;
- quando  $x$  cresce più o meno cresce anche la  $y$ ;
- non c'è alcuna correlazione;
- ad un aumento di  $x$  corrisponde un decremento (più o meno) della  $y$ ;



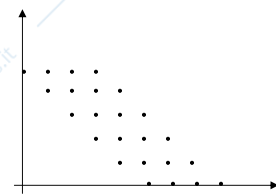
(A) Correlazione positiva



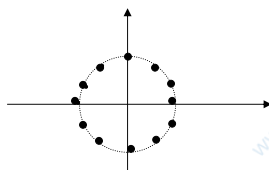
(C) Correlazione nulla



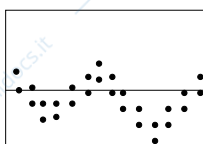
(E) Dubbio



(B) Correlazione negativa



(D) Correlazione nulla



(F) Dubbio

**Attenzione alla natura dei dati! (stratificazione)**

Compl. Prob e Stat, a.a. 04/05,  
Controllo Statistico di Qualità