

Metodi di Ottimizzazione della Ricerca Operativa

Facoltà di Ingegneria della Produzione Industriale Polimi-Lecco

(A) 05/09/2016

Studente.....
matricola.....

(Punti 7) 1) Dato il seguente Problema di P.L. :

$$\begin{cases} \max & z = 4x_1 + 3x_3 \\ & 2x_2 + x_3 = 5 \\ & x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 6 \\ & x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Risolvere mediante l'algoritmo del simplesso a due fasi riportando le matrici tableau.
b) Verificare **analiticamente** se la soluzione $(0, 16/7, 3/7)$ è una **soluzione ammissibile di base** per il problema.

(Punti 7) 2) Si consideri il seguente problema di P.L.

$$\begin{cases} \min & z = 5x_1 - x_2 \\ & 3x_1 - x_2 \geq -9 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 + 4x_2 \geq 0 \\ & x_1 = \text{libera}, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Si ponga in forma standard; si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima;
b) Si determini **graficamente** tra quali valori può oscillare il coefficiente di costo C_2 (uguale a -1) senza che la composizione della base ottima cambi.
c) Si indichino, le basi dei due vertici adiacenti al vertice ottimo.

Punti 4) 3) Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio (2).

- a) Si riporti il modello duale (**senza modificare il primale**);
b) Si determini la soluzione ottima del duale e il **sistema** che è stato risolto per ricavarla.

Punti 5) 4) Una famosa ditta di cosmetici produce tre tipi di shampoo: Normal, De luxe e Ultra. Ognuna delle produzioni comporta l'emissione di sostanze inquinanti per l'ambiente (acido nitrico, acido fosforico, ammoniaca). Nella seguente tabella sono riportate le unità di inquinante (in grammi) per ogni unità di produzione (in quintali), oltre alla produzione massima giornaliera consentita dal sistema di raccolta utilizzato (in quintali).

	Acido nitrico	Acido fosforico	Ammoniaca	Produzione max
Normal	4g	5 g	4 g	15 q
De luxe	4 g	2 g	6 g	25 q
Ultra	1 g	8 g	5 g	13 q

Sapendo che complessivamente, per vincoli ambientali, non possono essere introdotti nell'ambiente più di 20 grammi di acido nitrico, 15 grammi di acido fosforico e 11 grammi di ammoniaca, e sapendo inoltre che il prezzo di vendita dei tre prodotti è di € 5 per un kg Shampoo Normal, € 10 per un kg di Shampoo De Luxe e € 12 per un kg di Shampoo Ultra, formulare come PL il problema di determinare il mix ottimale di produzione giornaliera.

Punti 5) 5) Nella seguente tabella sono riportate le capacità di flusso associate agli archi:

A(i,j)	(S,1)	(S,2)	(2,1)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(2,5)	(4,3)	(5,4)	(3,t)	(4,t)	(5,t)		
capacità	25	35	20	15	20	14	10	20	15	35	15	17		

- a) Si trovi, con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso di valore massimo da s a t a partire dal massimo flusso ammissibile da inviare nella prima iterazione lungo il cammino **S, 1,3,t**.
b) Si riporti, il flusso massimo e tutti i cammini aumentanti, come sequenze di nodi, ed il corrispondente incremento di flusso.
c) Si riporti il modello (funzione obiettivo e vincoli) di ottimizzazione lineare.

Metodi di Ottimizzazione della Ricerca Operativa

Facoltà di Ingegneria della Produzione Industriale Polimi-Lecco

(B) 01/02/2016

Studente.....
matricola.....

(Punti 7) 1) Dato il seguente Problema di P.L. :

$$\begin{cases} \min z = 2x_1 - 6x_2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ -x_1 + 6x_2 \geq -3 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Risolvere mediante l'algoritmo del simplesso a due fasi riportando le matrici tableau.
- b) Verificare analiticamente se la soluzione (63/5, 8/5) è una **soluzione ammissibile di base** per il problema.

(Punti 11) 2) Si consideri il seguente problema di P.L.

$$\begin{cases} \max z = -3x_1 + x_2 \\ x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ 4x_1 + x_2 \geq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ 2x_1 - x_2 \geq -4 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 = \text{libera} \end{cases}$$

- a) Si ponga in forma standard; Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima;
- b) Si determini **analiticamente** tra quali valori può oscillare il termine noto del terzo vincolo (attualmente uguale a 18) senza che la composizione della base ottima cambi.
- c) Si determini **graficamente** tra quali valori può oscillare il coefficiente di costo c2 (attualmente uguale a 1) senza che la composizione della base ottima cambi.
- d) Si indichino, le basi dei vertici adiacenti al vertice ottimo.

Punti 4) 3) Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio (2).

- c) Si riporti il modello duale (**senza modificare il primale**);
- d) Si determini la soluzione ottima del duale e il **sistema** che è stato risolto per ricavarla.

Punti 5) 4) Una famosa ditta di cosmetici produce tre tipi di shampoo: Normal, De luxe e Ultra. Ognuna delle produzioni comporta l'emissione di sostanze inquinanti per l'ambiente (acido nitrico, acido fosforico, ammoniaca). Nella seguente tabella sono riportate le unità di inquinante (in grammi) per ogni unità di produzione (in quintali), oltre alla produzione massima giornaliera consentita dal sistema di raccolta utilizzato (in quintali).

	Acido nitrico	Acido fosforico	Ammoniaca	Produzione max
Normal	5 g	4 g	6 g	18 q
De luxe	4 g	3 g	7 g	27 q
Ultra	2 g	5 g	6 g	20 q

Sapendo che complessivamente, per vincoli ambientali, non possono essere introdotti nell'ambiente più di 20 grammi di acido nitrico, 15 grammi di acido fosforico e 11 grammi di ammoniaca, e sapendo inoltre che il prezzo di vendita dei tre prodotti è di € 5 per un kg Shampoo Normal, € 10 per un kg di Shampoo De Luxe e € 12 per un kg di Shampoo Ultra, formulare come PL il problema di determinare il mix ottimale di produzione giornaliera.

Punti 5) 5) Nella seguente tabella sono riportate le capacità di flusso associate agli archi:

A(i,j)	(S,1)	(S,2)	(2,1)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(2,5)	(4,3)	(5,4)	(3,t)	(4,t)	(5,t)		
capacità	33	30	25	18	22	18	14	24	17	30	18	20		

- a) Si trovi, con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso di valore massimo da s a t a partire dal massimo flusso ammissibile da inviare nella prima iterazione lungo il cammino **S, 1,3,t**.
- b) Si riporti, il flusso massimo e tutti i cammini aumentanti, come sequenze di nodi, ed il corrispondente incremento di flusso.
- c) Si riporti il modello (funzione obiettivo e vincoli) di ottimizzazione lineare.