Max: $x^2 - 20x + y^2 - 4y + 104$
s.a.
$x^2 - 12x + y^2 + 4y + 32 = 0$

Funcion lagrangiana: $L(x,y,\lambda) = x^2 - 20x + y^2 - 4y + 104 + \lambda(x^2 - 12x + y^2 + 4y + 32)$

Condiciones de lagrange (c necesarias)
$\frac{dL(x,y,\lambda)}{dx} = 0$
$\frac{dL(x,y,\lambda)}{dx} = 2x - 12\lambda + 2x\lambda - 20 = 0$
$\frac{dL(x,y,\lambda)}{dy} = 0$
$\frac{dL(x,y,\lambda)}{dy} = 2y + 4\lambda + 2y\lambda - 4 = 0$
$g(x,y) = 0$
$g(x,y) = x^2 - 12x + y^2 + 4y + 32 = 0$

$$\begin{array}{c} 2x - 12\lambda + 2x\lambda - 20 = 0 \\ 2y + 4\lambda + 2y\lambda - 4 = 0 \\ x^2 - 12x + y^2 + 4y + 32 = 0 \end{array}, \text{ Solution is:}$$

$x = 8$
$y = 0$
$\lambda = 1$
$x = 4$
$y = -4$
$\lambda = -3$

vectores ortogonales al gradiente
$x^2 - 12x + y^2 + 4y + 32$, Gradient is $\begin{pmatrix} 2x-12 \\ 2y+4 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{c} 2x-12 \\ 2y+4 \end{array} = \begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array}$$

$\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} = 4u + 4v = 0$
$4u + 4v$, Solution is: $-u$
Los vectores ortogonales al gradiente de la restriccion para el punto $x = 8, y = 0, \lambda = 1$ son $\begin{pmatrix} u & -u \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{c} 2x-12 \\ 2y+4 \end{array} = \begin{array}{c} -4 \\ -4 \end{array}$$

$\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix} = -4u - 4v = 0$
$-4u - 4v$, Solution is: $-u$
los vectores ortogonales al gradiente de la restriccion para el punto $[x = 4, y = -4, \lambda = -3]$

son $\begin{pmatrix} u & -u \end{pmatrix}$

CONDICIONES SUFICIENTES

$L(x, y, \lambda) = x^2 - 20x + y^2 - 4y + 104 + \lambda(x^2 - 12x + y^2 + 4y + 32)$, Hessian is

$$\begin{array}{cc} 2\lambda+2 & 0 \\ 0 & 2\lambda+2 \end{array}$$

$\nabla^2 L(x, y, \lambda) = \begin{pmatrix} 2\lambda+2 & 0 \\ 0 & 2\lambda+2 \end{pmatrix}$, eigenvalues: $2\lambda + 2$

para el punto 1. $x = 8, y = 0, \lambda = 1$

$2\lambda + 2 = 4$

para el punto 2. $[x = 4, y = -4, \lambda = -3]$

$2\lambda + 2 = -4$

en el primer punto la matriz es definida positiva siendo una funcio convexa, por lo que el punto es un minimo local.

el segundo punto al ser el autovalor negativo la matriz hessiana es definida negativa, funcion concava siendo el punto maximo local