

Metodi Quantitativi per le Decisioni d'Impresa
 II PARTE - Attività finanziarie in ambito stocastico
 Prova scritta del 19 dicembre 2019

Cognome	Nome	Matricola
---------	------	-----------

SOLUZIONI

1	2	3	4
.....X....

Una e una sola delle quattro risposte è corretta: indicarla con una crocetta. E' consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare la risposta considerata errata racchiuderla in un cerchio. **Riportare infine nel riquadro le lettere corrispondenti alle risposte date usando le lettere maiuscole.** **N.B.** Tutte le risposte devono essere giustificate in modo chiaro e completo sul foglio protocollo. Inoltre, i passaggi più rilevanti e le soluzioni degli esercizi a domanda con risposta aperta vanno riportate sull'elaborato.

1) (3 Punti) Sia $X \sim N(1, 4)$ la v.a. normale del guadagno di un investimento. Il Valore a Rischio (VaR) di tale investimento a livello 0.01 è:

- (A) $VaR = 8.32$ (B) $VaR = -3.66$ (C) $* VaR = 3.66$ (D) $VaR = 0.33$

2) (3 Punti) Il prezzo $S(t)$ di un titolo è governato da un moto browniano geometrico $dS(t) = \mu \cdot S(t)dt + \sigma \cdot S(t)dz$ con $\mu = 0.4$, $\sigma = 0.1$ e prezzo iniziale $S(0) = 1$. Il valore atteso $E[\ln S(2)]$ è:

- (A)* $E[\ln S(2)] = 0.79$ (B) $E[\ln S(2)] = 0.395$
 (C) $E[\ln S(2)] = 0.04$ (D) $E[\ln S(2)] = 0.81$

3) (3 Punti) Siano date un'opzione europea call e un'opzione europea put sullo stesso sottostante con prezzi oggi $C = 3.75$ e $P = 2.3$ rispettivamente. Entrambe hanno scadenza 4 mesi e prezzo d'esercizio 100. Se il tasso annuo di rendimento (TAN convertibile mensilmente) del titolo privo di rischio è del 3%, dalla relazione di parità put-call il prezzo S del sottostante è:

- (A) $S = 100.71$ (B) $S = 97.56$ (C) $S = 98.54$ (D)* $S = 100.46$

DOMANDA A RISPOSTA APERTA (Scrivere le risposte nello spazio sottostante)

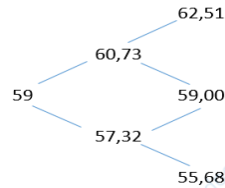
4) (6 Punti) Si consideri un titolo che non paga dividendi con prezzo corrente 59€. La volatilità del logaritmo del prezzo è pari a $\sigma = 0.10$. Si consideri un'opzione call (europea) su tale titolo con prezzo di esercizio di 60€ e scadente tra 2 mesi. Il tasso annuo (TAN convertibile mensilmente) sia del 10%. Si utilizzi l'approccio binomiale per determinare il prezzo teorico dell'opzione.

- Si determinino i parametri del modello binomiale per la dinamica dei prezzi.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{0.10\sqrt{\frac{1}{12}}} = 1.0293$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{-0.10\sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{1}{u} = \frac{1}{1.0293} = 0.9715$$

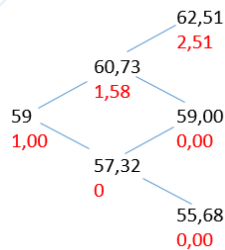
- Si costruisca il reticolo binomiale corrispondente al prezzo del titolo nei prossimi due mesi.



- Si calcoli il prezzo odierno dell'opzione call.

$$R = 1 + \frac{0.1}{12} = 1.0083$$

$$q = \frac{R-d}{u-d} = \frac{1.0083-0.9715}{1.0293-0.9715} = 0.6367 \quad 1-q = 1 - 0.6367 = 0.3633$$



$$C = 1.00$$

- Si determini la composizione del portafoglio di replica specificando quanti euro x devono essere investiti nel titolo rischioso e quanti euro b nel titolo privo di rischio.

$$x = \frac{C_u - C_d}{u - d} = \frac{1.58 - 0}{1.0293 - 0.9715} = 27.34$$

$$b = \frac{u \cdot C_d - d \cdot C_u}{R \cdot (u - d)} = \frac{1.0293 \cdot 0 - 0.9715 \cdot 1.58}{1.0083 \cdot (1.0293 - 0.9715)} = -26.34$$

$$x + b = 27.34 - 26.34 = 1.0$$