Terzo appello estivo Microeconomia p.l.f.
Prof. Ferdinando Colombo, 16 luglio 2019

Giustificate opportunamente tutte le affermazioni. Ricordatevi di riportare i passaggi matematici principali che vi hanno condotto al risultato.
Tempo a disposizione: 90 minuti.

1. Rispondete alle tre domande brevi seguenti.
(a) Utilizzando la disuguaglianza di Tchebychev, ricavate matematicamente la “legge debole dei grandi numeri”. Utilizzate poi tale relazione per spiegare *quando* può aver senso valutare le lotterie in base al valore atteso. Discutete infine approfonditamente la “fallacia dei grandi numeri” di Samuelson. Commentate adeguatamente, tenendo anche conto del teorema (di calibrazione) di Rabin.
(b) Il titolo A assicura un rendimento netto del 5%, mentre il rendimento netto del titolo B è il 15% con probabilità 0.6 e il -5% con probabilità 0.4. Individuate il portafoglio ottimo di un individuo con una ricchezza iniziale $W_o = 4$ le cui preferenze sulla sua ricchezza finale W possano essere descritte dalla funzione di utilità $u(W) = -e^{-W}$. Senza fare calcoli, siete in grado di dire come varierebbe il suo portafoglio ottimo se la sua ricchezza iniziale fosse $W_0 = 2$? Giustificate *opportunamente* la risposta.
(c) Considerate un individuo con una ricchezza iniziale $W_0 = 1.000$ le cui preferenze sulla sua ricchezza finale W possano essere descritte dalla funzione di utilità $u(W) = W^a$. Individuate i valori di a che assicurano che l'individuo abbia preferenze monotone e sia avverso al rischio. Definite poi e calcolate il premio di probabilità nel caso in cui $h = 1.000$. È crescente oppure decrescente in a? Che cosa succede quando a tende a uno? Giustificate opportunamente le due risposte dal punto di vista economico.

2. Considerate un individuo con preferenze monotone e avverso al rischio la cui ricchezza iniziale sia $W_0 = 8$. Sul mercato sono presenti due titoli, A e B, i cui prezzi sono $p_A = 2$ e $p_B = 2$. Sia A sia B pagano 1 euro con probabilità 0.5 e 4 euro con probabilità 0.5. I due titoli sono quindi *uguali*, ma tra di loro *stocasticamente indipendenti*.
(a) Ipotizzate che l'individuo debba necessariamente investire *tutta la sua ricchezza* in un portafoglio costituito dai titoli A e B, nella proporzione da lui preferita. *Mostrate* che egli sceglierà razionalmente di acquistare 2 unità del titolo A e 2 unità del titolo B.
(b) Verificate che c'è dominanza stocastica del secondo ordine del portafoglio ottimo rispetto a un portafoglio costituito unicamente dal titolo A.
(c) Ipotizzate che le preferenze dell'individuo sulla sua ricchezza finale W possano essere descritte dalla funzione di utilità $u(W) = \ln W$. Verificate che l'individuo in esame è indifferente tra investire *tutta la sua ricchezza* nel titolo A e rimanere con la sua ricchezza iniziale. A quanto ammonterà in questo caso il «premio per il rischio» dell'individuo? Giustificate la risposta.
(d) Scrivete la relazione approssimata tra premio per il rischio e varianza di una lotteria caratterizzata da «puro rischio» (*Non* dovete scrivere i passaggi matematici necessari per ottenere tale relazione). Oltre che dalla varianza, da che cosa dipende il premio per il rischio? Utilizzate tale risultato per individuate una funzione di utilità che potrebbe indurre l'individuo a rimanere con la sua ricchezza iniziale piuttosto che investire *tutta la sua ricchezza* nel titolo A. Giustificate opportunamente la risposta.
(e) Continuando a ipotizzare che le preferenze dell'individuo sulla sua ricchezza finale W possano essere descritte dalla funzione di utilità $u(W) = \ln W$, calcolate il *vantaggio monetario per l'individuo* derivante dalla possibilità di diversificare il suo portafoglio.