

## Secondo appello estivo Microeconomia p.l.f. Prof. Ferdinando Colombo, 25 giugno 2019

*Giustificate opportunamente tutte le affermazioni. Ricordatevi di riportare i passaggi matematici principali che vi hanno condotto al risultato.*

*Tempo a disposizione: 90 minuti.*

1. Rispondete alle tre domande brevi seguenti.

(a) Ricavate matematicamente la relazione approssimata tra premio per il rischio, coefficiente di avversione al rischio e varianza. Utilizzate poi tale relazione per ricavare matematicamente il risultato noto come *local risk neutrality*.

(b) Sapete che (i) il 3% della popolazione ha l'AIDS; (ii) c'è una probabilità del 10% che una persona sana risulti positiva al test dell'AIDS; (iii) c'è una probabilità del 30% che una persona malata di AIDS risulti negativa al test. Avete preso un individuo a caso dalla popolazione, l'avete sottoposto al test ed è risultato negativo. Qual è la probabilità che abbia l'AIDS? Spiegate con precisione perché e in quale direzione la probabilità *a posteriori* differisce dalla probabilità *a priori*.

(c) Illustrate le caratteristiche principali della *Prospect Theory* di Kahneman e Tversky.

2. Ipotizzate che esistano due stati del mondo:  $\hat{\theta}$  e  $\tilde{\theta}$ , con  $P(\hat{\theta}) = \frac{1}{3}$  e  $P(\tilde{\theta}) = \frac{2}{3}$ .  $A$  ha una dotazione  $\hat{\omega}^A = 8$  nello stato  $\hat{\theta}$  e  $\tilde{\omega}^A = 8$  nello stato  $\tilde{\theta}$ . Le sue preferenze possono essere descritte dalla funzione di utilità  $u_A(W) = \ln W$ .  $B$  ha una dotazione  $\hat{\omega}^B = 4$  nello stato  $\hat{\theta}$  e  $\tilde{\omega}^B = 10$  nello stato  $\tilde{\theta}$ . Le sue preferenze possono essere descritte dalla funzione di utilità  $u_B(W) = \sqrt{W}$ .

(a) *Verificate* che  $\hat{p}^* = 0.6582$  e  $\tilde{p}^* = 1$  sono prezzi di equilibrio concorrenziale.

(b) Spiegate *con precisione perché*  $A$ , sebbene sia più avverso al rischio di  $B$  e abbia inizialmente la stessa dotazione nei due stati del mondo, sceglie di avere quantità diverse di ricchezza finale nei due stati del mondo.

(c) *Mostrate* che nell'equilibrio concorrenziale  $A$  avrà una *quota* della ricchezza totale superiore nello stato  $\hat{\theta}$  che nello stato  $\tilde{\theta}$ . Giustificate tale risultato dal punto di vista economico.

(d) Ipotizzate ora che  $A$  abbia le stesse preferenze di  $B$ . Senza fare calcoli, spiegate *perché*  $\hat{p} = 0.6582$  e  $\tilde{p} = 1$  non sarebbero più prezzi di equilibrio. Se in questo caso  $\tilde{p}^* = 1$ , allora  $\hat{p}^*$  sarà maggiore o minore di 0.6582? Giustificate opportunamente la risposta.

3. [Rispondete a questa domanda solo se *non* avete risposto alla domanda 2] Considerate un individuo con una ricchezza  $W_0 = 8$ , il quale deve decidere se investire *tutta* la sua ricchezza in un titolo  $A$ , caratterizzato da un prezzo  $p_A = 2$ , il quale paga 0 con probabilità  $1/3$  e 4 con probabilità  $2/3$ . Le preferenze dell'individuo sulla sua ricchezza finale  $W$  possono essere descritte dalla funzione di utilità  $u(W) = \sqrt{W}$ .

(a) *Mostrate* che l'investimento di *tutta* la ricchezza nel titolo  $A$  ha un valore atteso positivo, ma l'individuo in esame preferisce *non* effettuare tale investimento. Giustificate economicamente il risultato ottenuto.

(b) Ipotizzate ora che esista un titolo  $B$ , in tutto e per tutto uguale al titolo  $A$  (stessi prezzi, stessi rendimenti, stesse probabilità). I titoli  $A$  e  $B$  sono tra di loro *stocasticamente indipendenti*. Identificate la scelta di portafoglio ottimo per l'individuo in esame.

(c) *Mostrate* che c'è dominanza stocastica del secondo ordine del portafoglio individuato rispetto a un portafoglio costituito dal solo titolo  $A$ . Qual è il significato economico di questo risultato?

(d) Calcolate il beneficio monetario dell'individuo in esame derivante dalla possibilità di diversificare il suo portafoglio (rispetto alla possibilità di investire tutta la sua ricchezza nel titolo  $A$  oppure di non investire).