FONDAMENTI DELLA MISURAZIONE **mercoledì 11 luglio 2018**

Prof. Michele Norgia **Secondo appello AA 2017/2018**

Tempo a disposizione 1h40min TOT, 1h5min II P **Aula 5.1.1 ore 15.00**

COGNOME: ______________________________ **Nome:** _________________________ *(stampatello)*

CL e anno: ___________ **Matricola e firma** __ __ __ __ __ __ _______________ *(firma leggibile)*

Crocettare la scelta e gli esercizi svolti **(almeno parzialmente)**

ESAME INTERO (1 2 3) ☐ SOLO SECONDA PARTE(2 3) ☐

Punteggi: (precompito **8**+ESE1 **10**+ESE2 **6**+ESE3 **9**=**33** p)

N.B. gli esercizi non crocettati potranno non essere corretti; quelli crocettati ma neanche iniziati comporteranno una penalità.

SOLUZIONI

(35 min) **Esercizio 1**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1) Il tachimetro di un'automobile ricava la velocità dal rotolamento del diametro della ruota. Il rapporto tra il numero di giri al secondo del motore (frequenza f_M) e il numero di giri al secondo della ruota (frequenza f_R) è $\boldsymbol{R_{M/R}=3}$, noto con incertezza estesa del 3 % per k=3. Nel momento della misura il motore sta girando a $\boldsymbol{f_M}$**=4987 giri/minuto**, frequenza di rotazione contata tramite un frequenzimetro digitale con incertezza trascurabile.

1a) Il diametro della ruota viene misurato 3 volte in diverse condizioni di temperatura e pressione, ottenendo **D = 47.5 cm; 48.4 cm; 48.1 cm**

Si ricavi il diametro D e la sua incertezza tipo.

1b) Si ricavi l'equazione della misura per la velocità dell'auto ricavata dalla frequenza di rotolamento della ruota e il corrispondente valore di velocità in km/h.

Si ricavi l'incertezza relativa e assoluta sulla velocità v misurata.

1c) Il tachimetro ha la **risoluzione di 5 km/h**; quanto vale l'incertezza totale sul valore di velocità v_T indicato dal tachimetro?

1d) In contemporanea alla lettura del tachimetro, un autovelox della polizia rileva la velocità $\boldsymbol{v_P}$**=144.4 km/h** con una incertezza di misura $\boldsymbol{U_r(v_P)}$**=10 %** con livello di confidenza del 95 %. Si discuta la compatibilità tra le due misure.

Si ricavi la miglior stima della velocità dell'auto e la sua incertezza.

1e) Con quanti gradi di libertà è stato misurato il diametro della ruota nel punto a)? Che cosa implica questo numero?

1a) Il diametro della ruota è ricavato da una misura ripetuta, per cui il suo valor medio vale

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D_i = \mathbf{48.00\ cm}$$

L'incertezza della misura è la stima della deviazione standard del valor medio, che vale:

$$u(\boldsymbol{D}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(D_i - \overline{D}\right)^2} = \mathbf{0.27\ cm}$$

In conclusione **D = 48.00(27) cm**.

1a) La velocità dell'auto calcolata dal rotolamento della ruota dipende dalla circonferenza della ruota (πD) e dalla sua frequenza di rotazione (f_R) come $v = (\pi D)\cdot f_R$. Questo porta a un'equazione della misura:

$\boldsymbol{v=(\pi D)\cdot(f_M/R_{M/R})}\cong(3.1416\cdot0.48)\cdot(4987/60)/3\cong$ **41.78 m/s** $\cong$**150.4 km/h**

L'incertezza relativa della velocità v si può esprimere come

$$u_r(v)=\sqrt{u_r^2(D)+u_r^2(f_M)+u_r^2(R_{M/R})}$$

dove $\boldsymbol{u_r(D) = 0.27/48 \cong 0.56\%}$; $\boldsymbol{u_r(f_M)\cong 0}$; $\boldsymbol{u_r(R_{M/R})} = U_r(R_{M/R}) / k = \mathbf{1\%}$, quindi

$\boldsymbol{u_r(v)\cong 1.1\%}$

$\boldsymbol{u(v)}=u_r(v)\cdot v \cong$ **0.46 m/s** $\cong$ **1.7 km/h**

1b) Il visualizzatore digitale del tachimetro mostrerà $\boldsymbol{v_T}$**=150 km/h**, con una incertezza di quantizzazione $\boldsymbol{u_q(v_T)}=(\Delta v_T/\sqrt{12})\cong$ **1.4 km/h** $\cong$ **0.40 m/s**.

Questo contributo di incertezza si somma quadraticamente all'incertezza del fattore di scala, determinata nel punto a), per cui

$\boldsymbol{u(v_T)}=\sqrt{u_q^2(v_T)+u^2(v)}\cong$**0.61 m/s** $\cong$ **2.2 km/h**

1c) L'incertezza relativa sulla velocità misurata dalla polizia è

$u_r(v_P)=U_r(v_P)/2=5\cdot10^{-2}$

$u(v_P)=u_r(v_P)\cdot v_P$=7.2 km/h

Si è in presenza di due misure indipendenti della stessa velocità: v_T=150.4(22) km/h e v_T=144.4(72) km/h

Per valutare la compatibilità tra le due misure, adottiamo il **criterio di compatibilità standard**:

$$|v_T - v_P| \le k\sqrt{u^2(v_T)+u^2(v_P)} \qquad |150.4-144.4| \le k\sqrt{2.2^2+7.2^2}$$

che in questo caso è verificata per ***k*=1**, garantendo una **forte compatibilità tra le due misure**.

La miglior stima del valore di misura si ottiene dalla media pesata delle due misure compatibili:

$$\boldsymbol{v_{MP}}=\frac{\dfrac{v_T}{u^2(v_T)}+\dfrac{v_P}{u^2(v_P)}}{\dfrac{1}{u^2(v_T)}+\dfrac{1}{u^2(v_P)}}=\textbf{149.9 km/h} \cong \textbf{41.6 m/s}$$ (valore intermedio tra v_T e v_P)

con una incertezza della media pesata:

$$\boldsymbol{u(v_{MP})}=\sqrt{\frac{1}{\dfrac{1}{u^2(v_T)}+\dfrac{1}{u^2(v_P)}}}=\textbf{2.1 km/h} \cong \textbf{0.58 m/s}$$ (valore naturalmente più basso delle due incertezze di partenza)

1d) Il numero di gradi di libertà ν è pari al numero di misure ripetute meno uno, quindi in questo caso è pari a 2. Un così basso numero di gradi di libertà indica che la stima di incertezza (di varianza) non è molto accurata. In prima approssimazione la deviazione standard relativa dell'incertezza vale $\sqrt{\frac{1}{2\nu}}$=50% in questo caso. In conclusione, il valore di incertezza stimato al punto a) potrebbe essere sbagliato più di un fattore 2 (1 sigma).

(25 min) **Esercizio 2**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2) Un voltmetro integratore a doppia rampa opera con tensione di riferimento $V_r = 10$ V e dinamica unipolare.
2a) Si calcoli il minimo tempo di salita T_{up} per avere completa reiezione a un disturbo a frequenza 200 Hz e ad un altro a 700 Hz.
2b) Si descrivano brevemente le proprietà del voltmetro a doppia rampa che lo rendono adatto per l'impiego nei multimetri.
2c) Il voltmetro dispone di n = 18 bit, ma a causa dell'unico contributo di rumore elettronico presente, pari a 50 µV efficaci, i suoi bit equivalenti diventano 17. Si stimi la risoluzione dimensionale di questo voltmetro.
2d) Si stimi la frequenza del *clock* interno e la frequenza massima di conversione del voltmetro utilizzando come tempo d'integrazione il valore calcolato al punto a).

2a) Per avere reiezione ideale (infinita) dei disturbi, il tempo di integrazione deve essere un multiplo intero dei periodi dei due disturbi. $T_{up}=n_1 T_{d,1}=n_2 T_{d,2}$ con n_1 e n_2 numeri interi e

$T_{d,1}=1/f_{d,1}\cong 5$ ms Periodo del primo disturbo

$T_{d,2}=1/f_{d,2}=1.1$ ms Periodo del secondo disturbo

Quindi $n_1/f_{d,1}= n_2/f_{d,2}$ da cui $n_1/n_2=f_{d,1}/ f_{d,2}=200/700=2/7$; occorre dunque scegliere $n_1=2$ e $n_2=7$. Il tempo di integrazione vale dunque

$T_U=n_1/f_{d,1}=n_2/f_{d,2}=10$ ms.

2b) Il voltmetro a doppia rampa trova applicazione nei multimetri per diverse ragioni. Prima di tutto è indicato per la misura di tensioni continue, con ottima reiezione ai disturbi grazie alla tecnica a integrazione. Inoltre la tecnica a doppia rampa consente di cancellare il contributo dei componenti passivi, semplificando notevolmente i requisiti per ottenere buone accuratezze e consentendo quindi bassi costi. Un'ulteriore ragione riguarda la tecnica a doppia rampa, che ben si applica anche alla misura di resistenze: il voltmetro effettua un confronto tra due tensioni, che si può facilmente ricondurre a un confronto tra due resistenze in serie (percorse dalla stessa corrente).

2c) La risoluzione del voltmetro può essere calcolata sapendo che i bit equivalenti valgono:

$$n_e = n - \frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{\sigma_n^2}{\sigma_q^2}\right)$$

dove σ_q non è altro che la deviazione standard di quantizzazione pari a:

$$\sigma_q = u_q(V_x) = \frac{\Delta V}{\sqrt{12}} \square = \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{2^{2(n-n_e)}-1}} \cong 29\ \mu\text{V}$$

Quindi la risoluzione vale: $\Delta V = 100$ µV

2d) Per calcolare la frequenza del *clock* interno del voltmetro, si deve applicare la relazione che lega la tensione in ingresso con il tempo di misura. Alla minima tensione misurabile, ΔV, corrisponde un singolo periodo di *clock* dell'oscillatore interno e quindi possiamo calcolare f_{clock} come:

$$f_{clock} = \frac{1}{T_{clock}} = \frac{V_r}{\Delta V \cdot T_{up}} = 10\ \text{MHz}$$

La frequenza massima di conversione corrisponderà all'inverso del tempo minimo in cui il voltmetro può produrre una conversione all'interno della sua dinamica di misura. Nel voltmetro a doppia rampa il tempo di conversione dipende direttamente dalla tensione misurata in ingresso ed il caso peggiore è quello in cui debba essere convertita la tensione di fondo scala. Il fondo scala vale:

$V_{max} = \Delta V \times N_{Dmax} = 0.1\ \text{mV} \times 2^{18} \cong 26.2$ V

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

a cui corrisponde un tempo di discesa di:

$$T_{\mathrm{d,max}} = \frac{T_{\mathrm{up}}}{V_{\mathrm{r}}} V_{\mathrm{max}} = \frac{10\ \mathrm{ms}}{10\ \mathrm{V}} 26.21\ \mathrm{V} \cong 26.2\ \mathrm{ms}$$

a cui corrisponde una frequenza di conversione di:

$$f_{\mathrm{conv}} = T_{\mathrm{d,max}} = \frac{1}{T_{\mathrm{up}} + T_{\mathrm{down,max}}} = \frac{1}{(10 + 26)\ \mathrm{ms}} \cong 27.6\ \mathrm{Hz}$$

(40 min)

Esercizio 3

(svolgere su questo foglio e sul retro)

3a) In un schema di oscilloscopio digitale in tempo reale, quali proprietà determinano la limitazione in frequenza dello strumento?

3b) Con un oscilloscopio analogico a 2 canali e con banda B=40 MHz si osserva un segnale sinusoidale $V=V_0\cos(\omega_0 t+\varphi)$ e la sua versione squadrata TTL (0-5 V) ottenuta da un comparatore invertente, con soglia a 0 V e tempo di salita pari a 20 ns.

V_0=2.5 V; ω_0=31.4×10^6 rad/s; φ=73 mrad.

Si scelgano (motivando le proprie decisioni) tutte le impostazioni dell'oscilloscopio per visualizzare entrambi i segnali, con lo scopo di avere lo scatto del comparatore esattamente a inizio schermo.

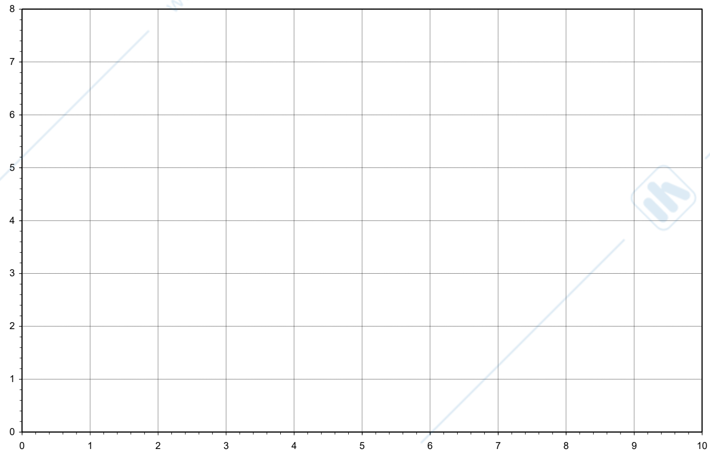
3c) Si stimi il tempo di salita dell'onda quadra visualizzata sullo schermo dell'oscilloscopio.

3d) Si mostri la schermata oscillografica corrispondente alla misura dei due segnali (sinusoide e onda quadra).

3e) Si intende visualizzare lo spettro dell'onda quadra TTL con un analizzatore di spettro supereterodina. Si scelgano delle impostazioni sensate per visualizzare le armoniche dell'onda quadra.

N.B. Si ricorda che lo sviluppo in serie di Fourier (monolatera, $f\geq 0$) di un segnale a onda quadra con livelli 0÷1 è dato da:

$$v(t)=0.5+\frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{2n+1}\sin\left[2\pi(2n+1)ft\right]$$



3a) In un oscilloscopio digitale si hanno due principali limiti alla massima frequenza di misura in tempo reale: la banda analogica dello strumento e la massima frequenza di campionamento (si ricordi il teorema del campionamento, che richiede di campionare a più del doppio della massima frequenza contenuta nello spettro del segnale da misurare).

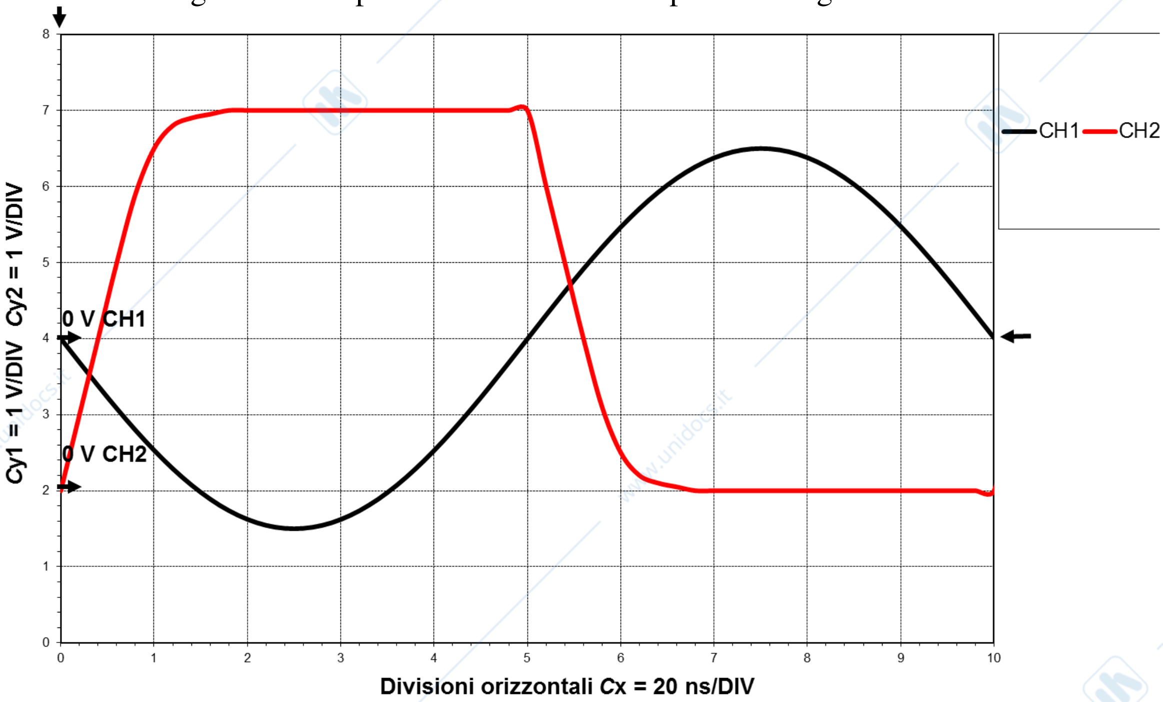
3b) Per visualizzare correttamente l'intera dinamica verticale del segnale sinusoidale di ampiezza 2.5 V è necessario impostare il CH1 dell'oscilloscopio con una deflessione verticale di $C_{y,1}$ = 1 V/DIV, con livello di 0 V a centro schermo. Per quanto riguarda il segnale TTL si può ancora impostare un'amplificazione verticale di $C_{y,2}$ = 1 V/DIV, abbassando il livello di 0V, ad esempio alla seconda divisione verticale. I segnali sono accoppiati in DC, anche se per il segnale sinusoidale l'accoppiamento AC non varierebbe la visualizzazione oscillografica. Per quanto concerne l'amplificazione orizzontale, decidiamo di visualizzare almeno un periodo dei due segnali (ovviamente isofrequenziali), che hanno frequenza $f \cong 5$ MHz e dunque periodo $T = 0.2$ µs. Possiamo quindi scegliere come deflessione C_x=20 ns/div, in modo da visualizzare esattamente un periodo.
Nonostante l'onda quadra abbia una maggiore pendenza, in questo caso preferiamo impostare il *trigger* su CH1 a livello 0V, in modo da coincidere con il livello di scatto del comparatore, come richiesto dal test. Scegliamo ad esempio una pendenza negativa. La modalità multitraccia è sicuramente Alternate, date le frequenze in gioco.
Un commento: la fase del segnale non ha significato, perché dipende dal riferimento scelto per l'asse dei tempi, che nel caso dell'oscilloscopio è dato dall'istante di trigger.

3c) Il tempo di salita visualizzato è dato dalla combinazione dei tempi di salita del segnale da misurare (t_{comp}=20 ns) e dell'oscilloscopio (t_{osc}=0.35/40 MHz= 8.7 ns):

$$t_{meas} = \sqrt{t_{comp}^2 + t_{osc}^2} \cong 21.8\,\text{ns}$$

Quindi l'errore dovuto alla banda limitata dell'oscilloscopio in questo caso è molto limitato.

3d) La schermata oscillografica corrispondente alla misura è riportata in figura.



3e) Il segnale da visualizzare è un'onda quadra con frequenza di 5 MHz, ampiezza picco-picco di 5 V e tempo di salita di 20 ns.
Come si legge dalla sua serie di Fourier riportata nel testo, l'onda quadra ha solo le armoniche dispari.
Dal tempo di salita si può stimare una banda pari a circa 0.35/20 ns= 17.5 MHz, per cui può essere sensato scegliere f_{STOP} pari ad esempio a **20 MHz** (o anche 50 MHz, non si hanno informazioni precise sull'ampiezza delle armoniche successive, sicuramente fino ai 17.5 MHz le armoniche saranno visibili).
Come f_{START} si può scegliere ad esempio **1 MHz** (la prima armonica è a 5 MHz).
Le richieste sulla ***RBW*** sono di poter distinguere bene le varie armoniche, quindi *RBW* << 5 MHz. Un valore sensato potrebbe essere **100 kHz** (non conviene scegliere un valore troppo piccolo per non far crescere notevolmente i tempi di scansione).

Per scegliere il valore di Reference Level calcoliamo la potenza dell'armonica fondamentale a 5 MHz: dallo sviluppo in serie si ottiene che l'ampiezza di picco è 2/π per un'onda quadra ampia 1. In questo caso (5 V di ampiezza), l'armonica fondamentale ha ampiezza V= 10/ π V ≅ 3.18 V, che sui 50 Ω di impedenza dell'analizzatore di spettro forniscono una potenza P

$$P = \frac{V^2}{2R} \cong 100\,\text{mW}, \ (+20\ \text{dBm})$$

Per cui può essere sensato scegliere ***RL*= +30 dBm**, con ad esempio **10 dB/DIV** (non si hanno informazioni sul fondo di rumore, ma è presumibile che sia molto al di sotto del livello dei segnali).