FONDAMENTI DELLA MISURAZIONE **sabato 28 aprile 2018**

Prof. Michele Norgia **Prova in itinere AA 2017/2018**

Tempo a disposizione 1h **Aula T.1.1 ore 10.00**

Cognome e nome: ______________________________________ _______________________ ***(stampatello)***

Matricola e firma __ __ __ __ __ __ _____________________ *(firma leggibile)*

N.B. Si richiede di **crocettare tutti i sottopunti**, ad es. 1c), 1d), degli esercizi ai quali si è dato risposta.

SOLUZIONI

(60 min) **Esercizio 1**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1) La gittata di un mortaio si calcola come $G = \frac{v^2}{g}\sin 2\alpha$, dove α è l'alzo, v è la velocità di partenza del proiettile e g**=9.81(1) m/s²** è l'accelerazione di gravità.

1a) La massa del proiettile del mortaio viene ricavata da 5 misure ripetute con una bilancia analogica: m_i**=1.03; 1.07; 1.01; 1.09; 1.05 kg**
Si ricavi la miglior stima della massa m del proiettile e la sua incertezza.

1b) L'energia dell'esplosione nel mortaio, stimata dalla quantità di polvere da sparo, è pari a **1300 J**, nota con **incertezza estesa di 60 J al 99.7%** di confidenza. Si stimi la velocità di uscita del proiettile e la sua incertezza relativa, nell'ipotesi che tutta l'energia dell'esplosione si trasformi in energia cinetica.

1c) Impostando un alzo α **=45°** del mortaio con un'incertezza $u(\alpha)$**=1°**, si stimi la gittata teorica G e la sua incertezza.

1d) Si misura la reale distanza D raggiunta dal proiettile attraverso il tempo di volo di un impulso sonoro (andata e ritorno), misurato con un cronografo con **risoluzione di 0.01 s**, che fornisce **1.37 s**. (La velocità del suono v_S nell'aria **può variare da 330 m/s a 350 m/s** in funzione di temperatura, pressione e umidità). Si calcoli la distanza D e la sua incertezza.

1e) Si valuti la compatibilità tra la gittata impostata e la distanza misurata, commentando il risultato ottenuto.

1a) Il valor medio vale

$$\mu \overset{s}{=} \overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} m_k = \mathbf{1.050\ kg}$$

L'incertezza della misura è la stima della deviazione standard del valor medio, che vale:

$$u_A(m) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n}\left(m_k - \overline{m}\right)^2} = 14\ \text{g}$$

Per cui m**=1.050(14) kg**.

1b) L'energia cinetica vale $E = \frac{1}{2}mv^2$, da cui ricaviamo

$$v = \sqrt{2\frac{E}{m}} \cong \mathbf{49.76\ m/s}$$

L'incertezza relativa della velocità si trova come somma quadratica delle incertezze relative, pesate per il quadrato degli esponenti:

$$u_r(v) = \sqrt{\frac{1}{4}u_r^2(E) + \frac{1}{4}u_r^2(m)} \cong \mathbf{0.99\times10^{-2}} \qquad u(v) = u_r(v)\times v = 0.49 \text{ m/s}$$

Con $u_r(m)=u(m)/m=(14\text{ g})/(1.05\text{ kg})=1.3\times10^{-2}$ e $u_r(E)=u(E)/E=(20\text{ J})/(1300\text{ J})=1.5\times10^{-2}$, avendo considerato che l'incertezza estesa di E è a 3 sigma.

1c) La gittata vale:

$$G = \frac{v^2}{g}\sin 2\alpha = \mathbf{252.40\ m}$$

Per calcolare l'incertezza della gittata media impostata è necessario impiegare la formula generale di propagazione dell'incertezza, nel caso di misure scorrelate:

$$\boldsymbol{u(G)} = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial v}\right)^2 u^2(v) + \left(\frac{\partial G}{\partial g}\right)^2 u^2(g) + \left(\frac{\partial G}{\partial \alpha}\right)^2 u^2(\alpha)} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2v}{g}\sin 2\alpha\right)^2 u^2(v) + \left(-\frac{v^2}{g^2}\sin 2\alpha\right)^2 u^2(g) + \left(2\frac{v^2}{g}\cos 2\alpha\right)^2 u^2(\alpha)} =$$

$$= \sqrt{24.7 + 0.066 + 0}\text{ m} = \mathbf{5.0\,m}$$

Si noti come il contributo di incertezza su α sia annullato dal coefficiente di sensibilità nullo in corrispondenza di α=45°.

1d) La distanza si ricava come $D=v_S\times t\,/\,2$.

Il tempo di volo t vale 0.01 s, con incertezza dovuta alla sola quantizzazione del cronografo, pari a

$\boldsymbol{u(t)=\Delta t/\sqrt{12} = 2.9}$ **ms** $\qquad u_r(t)=u(t)/t=(2.9\text{ ms})/(1.37\text{ s})=2.1\times10^{-3}$

Alla velocità del suono possiamo attribuire una distribuzione uniforme di probabilità tra 330 m/s e 350 m/s, per cui il suo valor medio è 340 m/s, con incertezza

$\boldsymbol{u(v_S)=\Delta v_S/\sqrt{12} = 5.8}$ **m/s** $\qquad u_r(v_S)=u(v_S)/v_S=(5.8\text{ m/s})/(340\text{ m/s})=17\times10^{-3}$

La misura di distanza vale dunque $\boldsymbol{D= v_S\times t / 2= 232.9}$ **m**

Essendo l'equazione della misura una produttoria delle variabili d'ingresso e assumendo che queste non siano correlate tra loro, l'incertezza relativa dell'uscita è legata molto semplicemente alle incertezze relative degli ingressi:

$$u_r(D) = \sqrt{u_r^2(v_S) + u_r^2(t)} \cong \mathbf{1.7\times10^{-2}}$$

Pertanto l'incertezza assoluta è $u(G)= G\,u_r(G)$=60 cm con un risultato della misurazione indiretta

***D*= 232.9(40) m**.

1e) La compatibilità si valuta attraverso la formula

$|D-G| \le k\sqrt{u^2(D)+u^2(G)}$ con un fattore di copertura ragionevole (k=1, 2, o 3).

In questo caso non è verificata, di poco, neanche per k = 3 (3.05). Un risultato di questo genere indica che è probabilmente stato commesso un errore, in questo caso l'approssimazione di assenza di perdite del mortaio non è verosimile (l'energia di detonazione non può trasformarsi interamente in energia cinetica, senza perdite).