

**ESERCIZIO SU VOLTMETRO A DOPPIA RAMPA** (da tema d'esame 25/06/2001)

8) Nel caso di un voltmetro integratore a doppia rampa (con dinamica bipolare), se la tensione di riferimento è  $V_r = \pm 5V$ , la frequenza dell'orologio interno è  $f_c = 2 \text{ MHz}$ , il tempo di integrazione (salita) è  $T_u = 2 \text{ s}$ , determinate:

- il minimo tempo di misura della tensione di fondo scala  $V_{fs} = 10 \text{ V}$
- quanto valgono la risoluzione teorica assoluta e la risoluzione teorica relativa
- l'espressione dell'incertezza associata a una misura "ideale", o teorica, effettuata con questo strumento.

Inoltre, se all'ingresso del voltmetro integratore, accanto alla tensione continua incognita  $V_x = 2 \text{ V}$ , si aggiungono due disturbi, uno alla seconda armonica della frequenza di rete e uno alla frequenza di  $425 \text{ Hz}$ , determinare:

- il minimo tempo di integrazione  $T_{u,\min}$  affinché entrambi questi disturbi siano teoricamente eliminati.
- l'attenuazione di un disturbo alla frequenza  $f_d = (425 \pm 0.425) \text{ Hz}$
- il rapporto S/N in dB se tale disturbo ha una ampiezza  $V_d = 100 \text{ mV}$ .

## SOLUZIONE

8) Dalla relazione che fornisce il valore di una tensione incognita  $V_x$  in funzione del tempo di discesa e di altri parametri del voltmetro

$$V_x = V_{fs} = \frac{T_d}{T_u} |V_r|$$

otteniamo il valore del tempo di discesa corrispondente a una tensione d'ingresso  $V_x = V_{fs}$ :

$$T_{d,fs} = T_u \frac{V_{fs}}{|V_r|} = 2T_u$$

e quindi il tempo totale di misura:

$$T_{mis} = T_d + T_u = 3T_u = 6 \text{ s}$$

La risoluzione dimensionale è determinata dalla risoluzione di conteggio di intervalli elementari di durata  $T_c$  (dunque con  $\Delta T_d = T_c$ )

$$\Delta V_{fs} = \frac{|V_r|}{T_u} T_c = \frac{5\text{V}}{2\text{s}} \times 0.5 \times 10^{-6} \text{ s} = 1,25 \mu\text{V}$$

e a questa consegue la risoluzione relativa

$$\frac{\Delta V_{fs}}{V_{fs}} = \frac{T_c}{T_{d,fs}} = \frac{5 \times 10^{-7}}{4} = 1,25 \times 10^{-7}$$

Per quanto riguarda l'incertezza sulla tensione  $V_x$  misurata, dalla prima espressione di  $V_x$ , si ha

$$u(V_x) = |V_x| \sqrt{\frac{u^2(T_d)}{T_d^2} + \frac{u^2(V_r)}{V_r^2}}$$

Il tempo di integrazione deve soddisfare contemporaneamente le due condizioni

$$n_1 = f_1 T, \text{ dove } f_1 = 100 \text{ Hz, e anche } n_2 = f_2 T, \text{ dove } f_2 = 425 \text{ Hz, quindi } \frac{n_1}{n_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{100}{425} = \frac{4}{17}$$

e dunque  $n_1 = 4$  e  $n_2 = 17$ , essendo numeri tra loro primi.

Di qui deduciamo

$$T = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2}{f_2} = \frac{4}{100 \text{ Hz}} = 40 \text{ ms}$$

L'attenuazione a  $f_0 \pm \Delta f = (425 \pm 0.425) \text{ Hz}$  si calcola come

$$\frac{1}{\alpha} = \left| \frac{\sin[\pi(f_0 \pm \Delta f)T]}{\pi(f_0 \pm \Delta f)T} \right| = \left| \frac{\sin[\pi\Delta f T]}{\pi(f_0 \pm \Delta f)T} \right|$$

essendo  $\pi f_0 T = n\pi$ . Verifichiamo la possibilità di approssimare numeratore e denominatore :

$\pi\Delta f T = \pi \times 0.425 \times 40 \times 10^{-3} \cong \pi \times 1.7 \times 10^{-2} \sim 0.05 \ll 1$  e anche  $\ll \pi f_0 T$ , e quindi:

$$\frac{1}{\alpha} \cong \left| \frac{\sin[\pi\Delta f T]}{\pi f_0 T} \right| \cong \frac{\pi\Delta f T}{\pi f_0 T} = \frac{\Delta f}{f_0} = 0.001$$

da cui

$$\alpha = 10^3 \quad \text{e} \quad \alpha_{\text{dB}} = 60 \text{ dB}$$

Per il rapporto segnale rumore, sappiamo che l'incertezza di misura dovuta al disturbo vale  $V_d / \sqrt{2}$  e quindi

$$20 \log_{10} \frac{S}{N} = 20 \log_{10} \frac{2V}{(10^{-1} / \sqrt{2})V} + \alpha_{\text{dB}} = 20 \log_{10} (2\sqrt{2} \times 10) + \alpha_{\text{dB}} = 9 \text{ dB} + 20 \text{ dB} + 60 \text{ dB} = 89 \text{ dB}$$