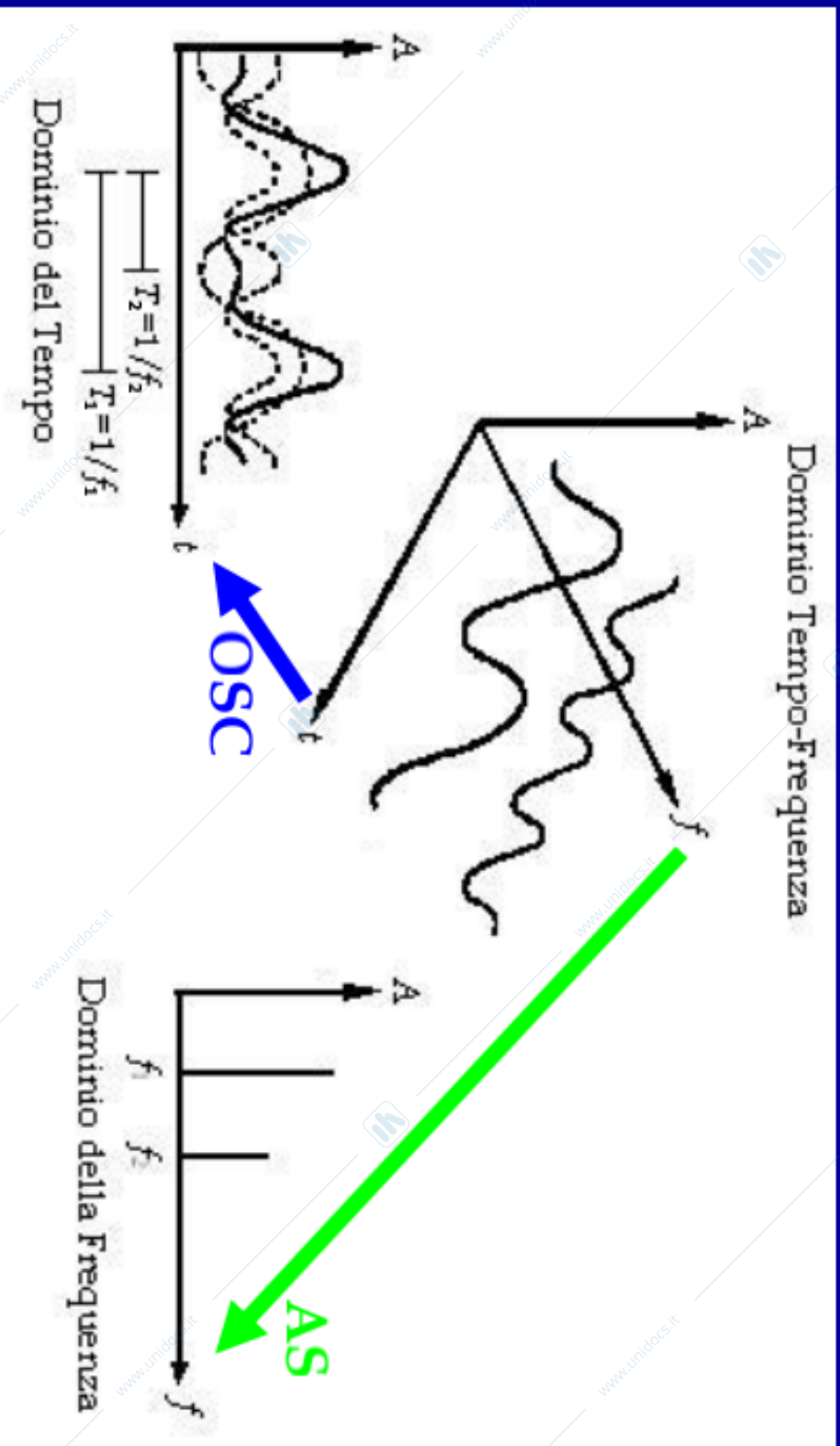


ANALIZZATORI DI SPETTRO

Analisi spettrale



Trasformata di Fourier (1/2)

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j\omega t) dt$$

$\omega = 2\pi f$ pulsazione angolare



Trasformata di Fourier (2/2)

Lo spettro di un segnale $s(t)$ reale è

$S(f)$ complesso (ampiezza e fase)

Nella realtà si possono misurare solo spettri di segnali **troncati**, ossia osservati su un **tempo T finito** (e poi integrati secondo Fourier)

$$S_T(\omega) = \int_{t_0}^{t_0+T} s(t)e^{-j\omega t} dt$$

Gamme spettrali ("segnali")

SUBSONICI < 20 Hz

AUDIO 20 Hz ÷ 20 kHz

*Intervallo dove
l'orecchio riesce a
sentire*

HF 3 MHz ÷ 30 MHz

RF 30 MHz ÷ 3 GHz

MICROONDE 3 GHz ÷ 30 GHz

MICROONDE 30 GHz ÷ 300 GHz

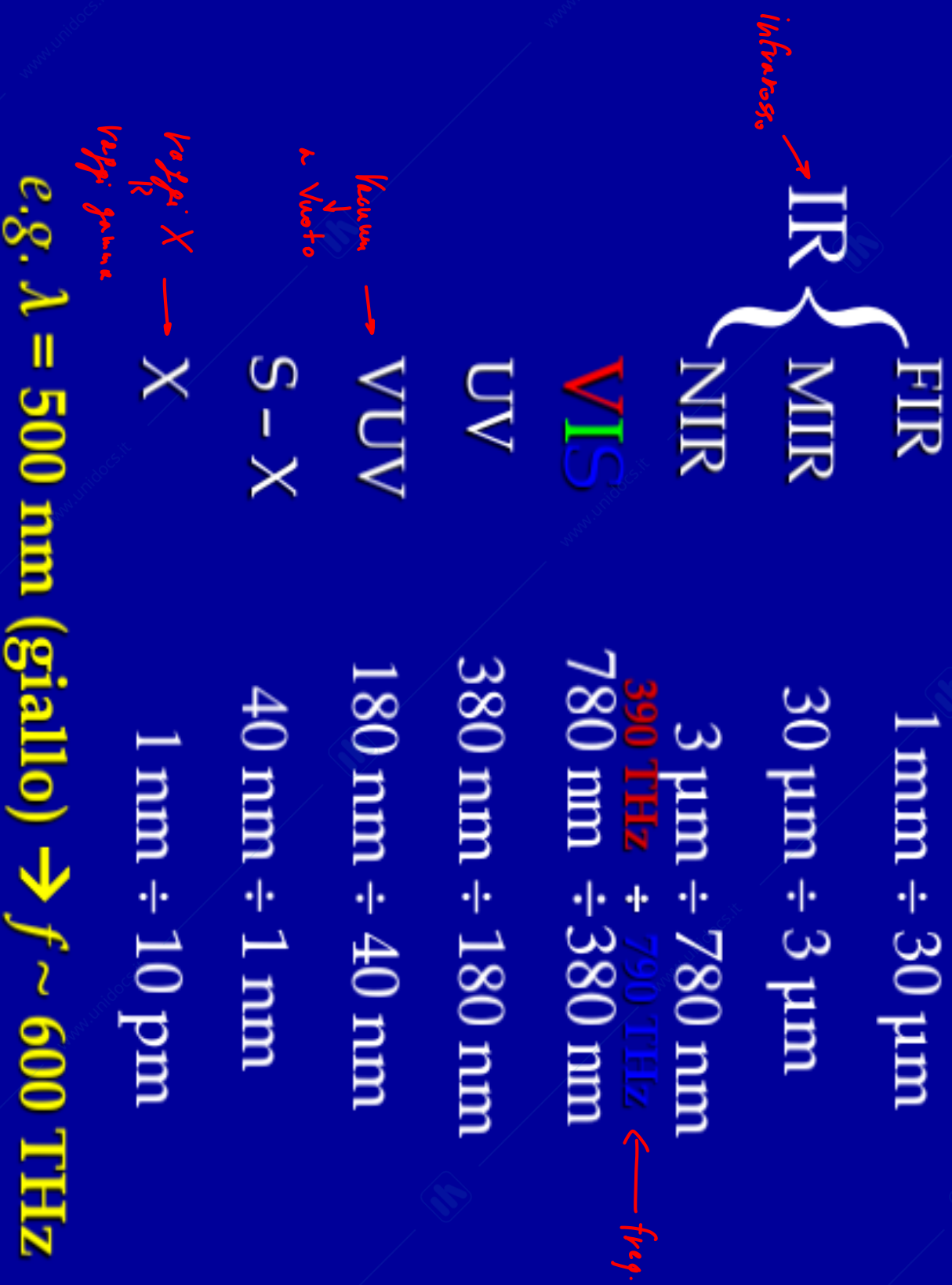
Frequency	Band
<u>10 kHz to 30 kHz</u>	Very Low Frequency (VLF)
<u>30 kHz to 300 kHz</u>	Low Frequency (LF)
<u>300 kHz to 3 MHz</u>	Medium Frequency (MF)
<u>3 MHz to 30 MHz</u>	High Frequency (HF)
<u>30 MHz to 144 MHz</u> <u>144 MHz to 174 MHz</u> <u>174 MHz to 328.6 MHz</u>	Very High Frequency (VHF)
<u>328.6 MHz to 450 MHz</u> <u>450 MHz to 470 MHz</u> <u>470 MHz to 806 MHz</u> <u>806 MHz to 960 MHz</u> <u>960 MHz to 2.3 GHz</u> <u>2.3 GHz to 2.9 GHz</u>	Ultra High Frequency (UHF)
<u>2.9 GHz to 30 GHz</u>	Super High Frequency (SHF)
<u>30 GHz and above</u>	Extremely High Frequency (EHF)

A più alte frequenze è comune
l'uso della lunghezza d'onda

$$\lambda = c / f$$

Spettro ottico e raggi X

dopo le microonde ci sono le onde millimetriche → non molto usate



Intero spettro e.m. e sue sigle

→ Si misura l'energia in eV

Per ogni tipo di freq. sono stabiliti di misura diversi

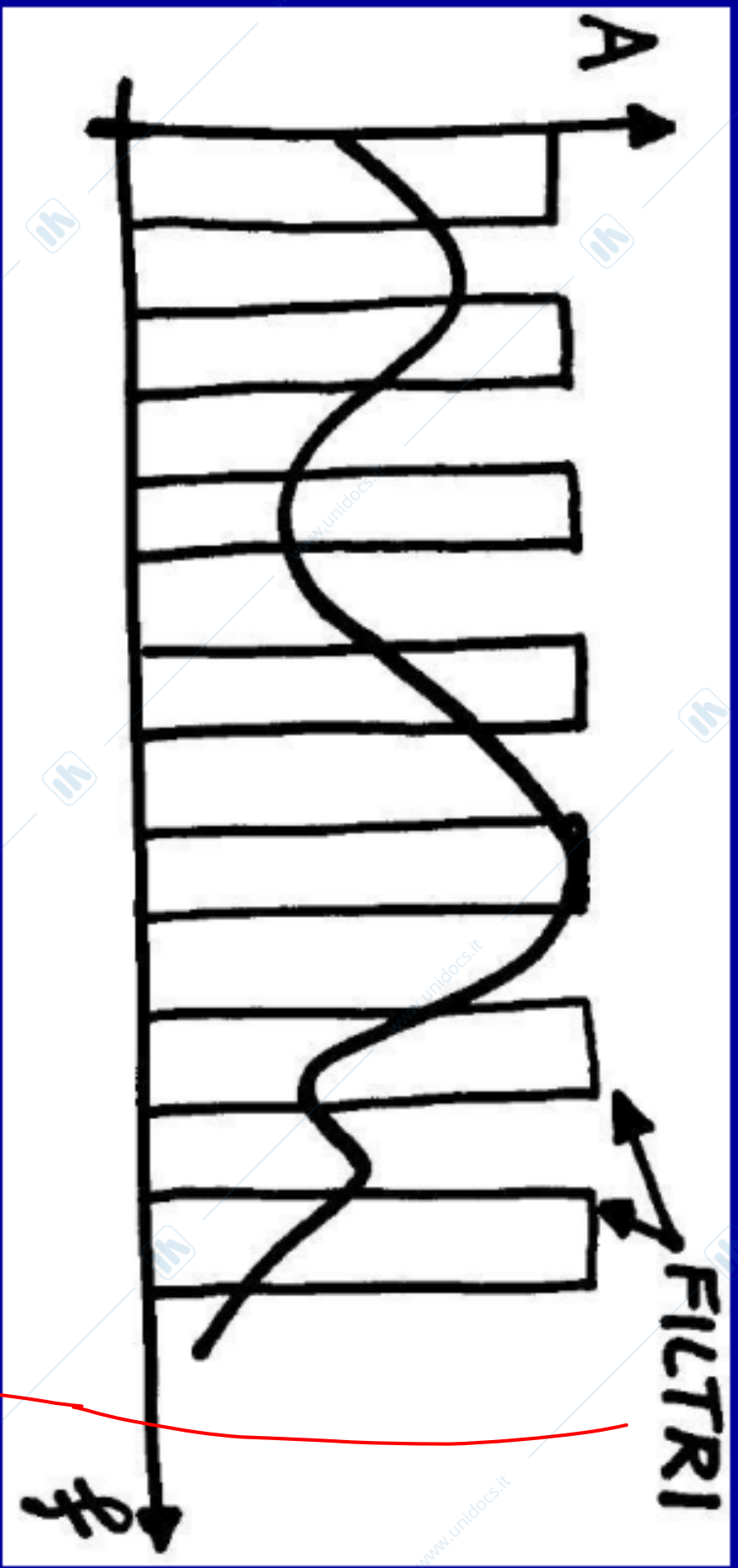
CLASS	FREQUENCY	WAVELENGTH	ENERGY
γ	300 EHz	1 pm	1.24 MeV
HX	30 EHz	10 pm	124 keV
SX	3 EHz	100 pm	12.4 keV
NUV	300 PHz	1 nm	1.24 keV
EUV	30 PHz	10 nm	124 eV
NUV	3 PHz	100 nm	12.4 eV
NIR	300 THz	1 μ m	1.24 eV
MIR	30 THz	10 μ m	124 meV
FIR	3 THz	100 μ m	12.4 meV
EHF	300 GHz	1 mm	1.24 meV
SHF	30 GHz	1 cm	124 μ eV
UHF	3 GHz	1 dm	12.4 μ eV
VHF	300 MHz	1 m	1.24 μ eV
HF	30 MHz	1 dam	124 neV
MF	3 MHz	1 hm	12.4 neV
LF	300 kHz	1 km	1.24 neV
VLF	30 kHz	10 km	124 peV
VF	3 kHz	100 km	12.4 peV
ELF	300 Hz	1 Mm	1.24 peV
ELF	30 Hz	10 Mm	124 feV

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$E = h\nu$$

- γ = Gamma rays
 - HX = Hard X-rays
 - SX = Soft X-Rays
 - EUV = Extreme ultraviolet
 - NUV = Near ultraviolet
 - Visible light
 - NIR = Near infrared
 - MIR = Moderate infrared
 - FIR = Far infrared
- Radio waves:**
- EHF = Extremely high frequency (Microwaves)
 - SHF = Super high frequency (Microwaves)
 - UHF = Ultrahigh frequency
 - VHF = Very high frequency
 - HF = High frequency
 - MF = Medium frequency
 - LF = Low frequency
 - VLF = Very low frequency
 - VF = Voice frequency
 - ELF = Extremely low frequency

Principio dell'AS a banco di filtri



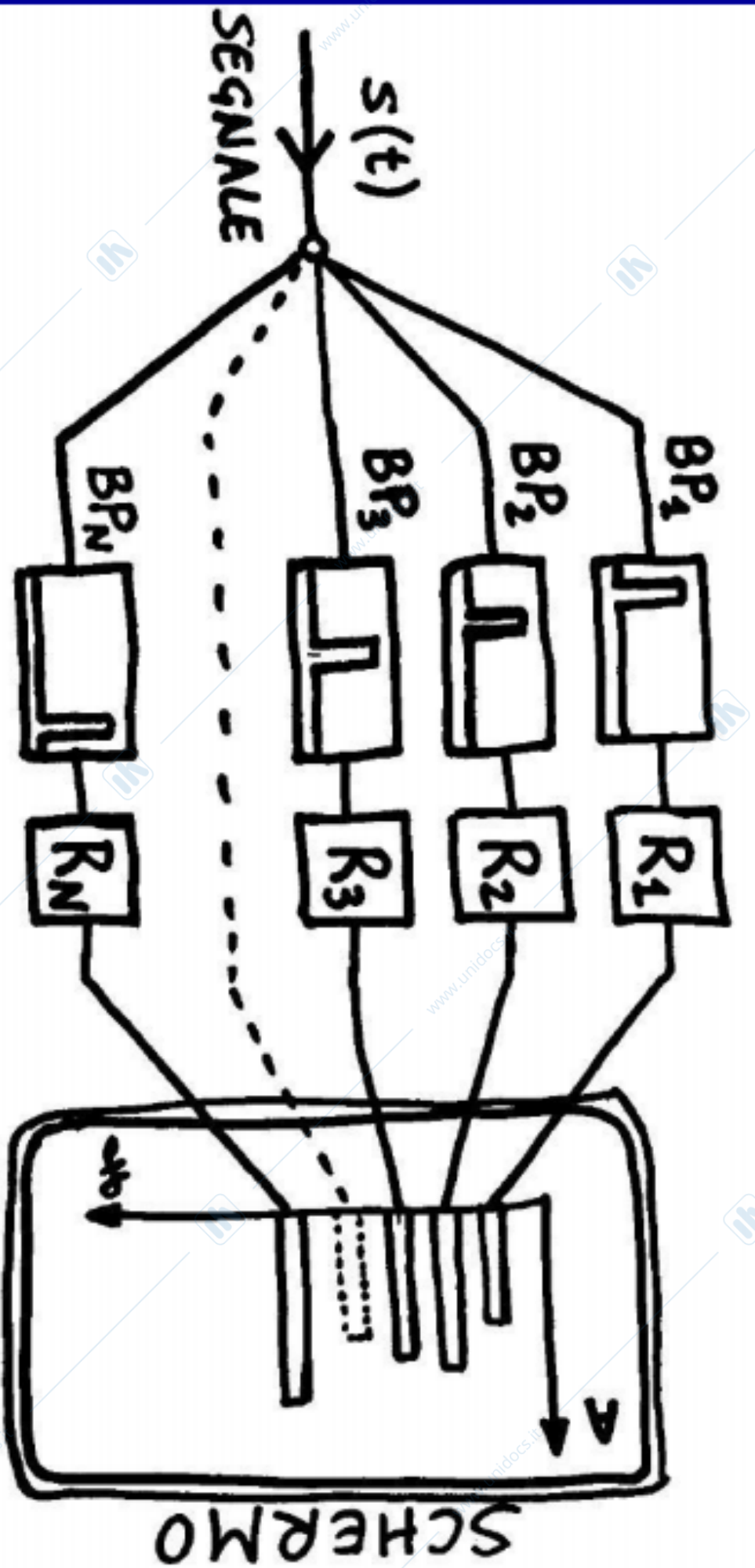
la velocità

di Stazionarie
della essenza +
velocità della
velocità di
variazione dello
spazio

- **Analisi parallela** ("simultanea")
- **Impiego in banda audio**
- **Misura segnali "non stazionari"**

filtra per vedere
quanto segnale c'è
in quelle porzioni di temp.

AS a banco di filtri (con più Riv.)

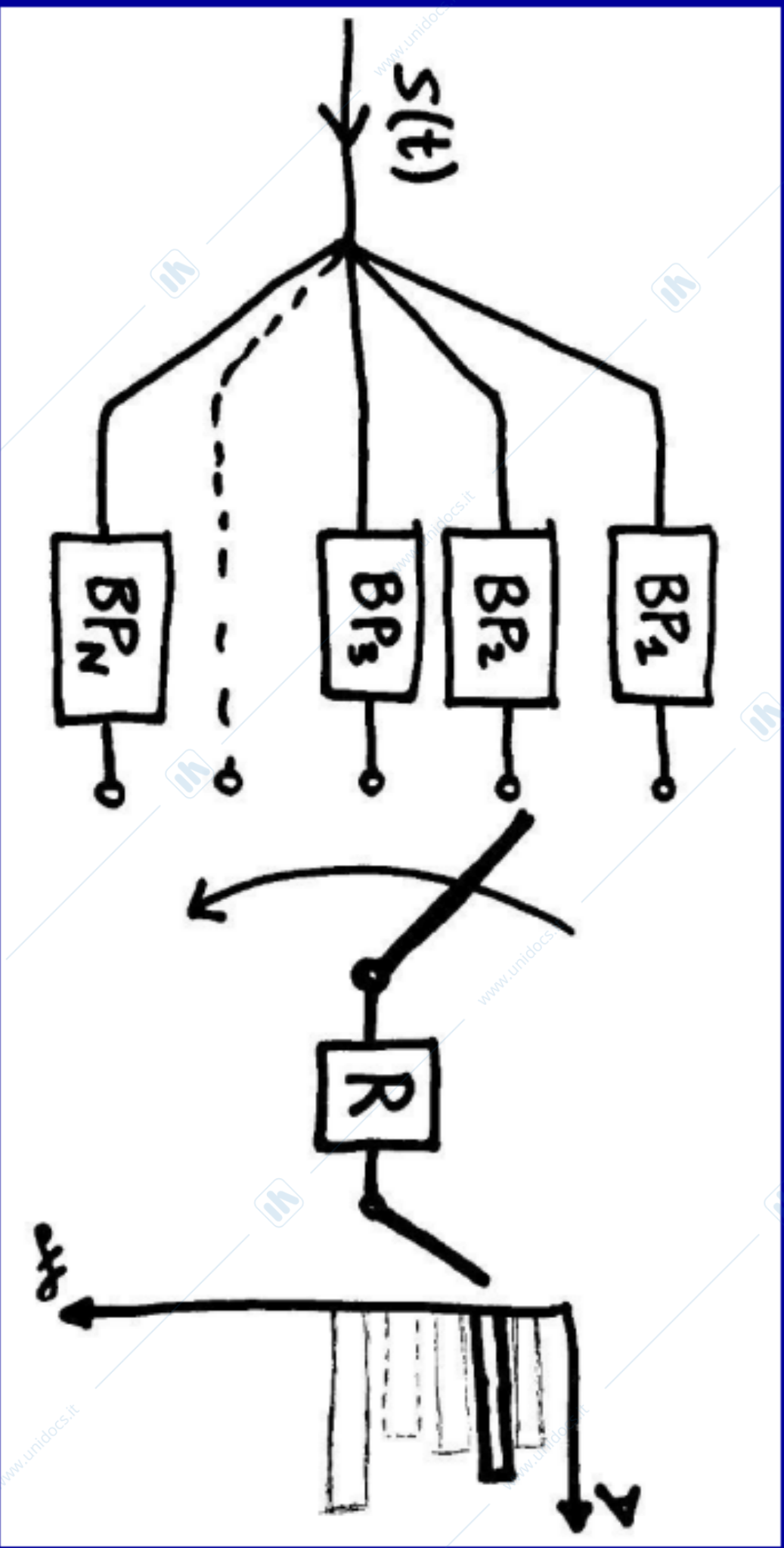


"equalizzatore grafico dello stereo"

$S'(f)$

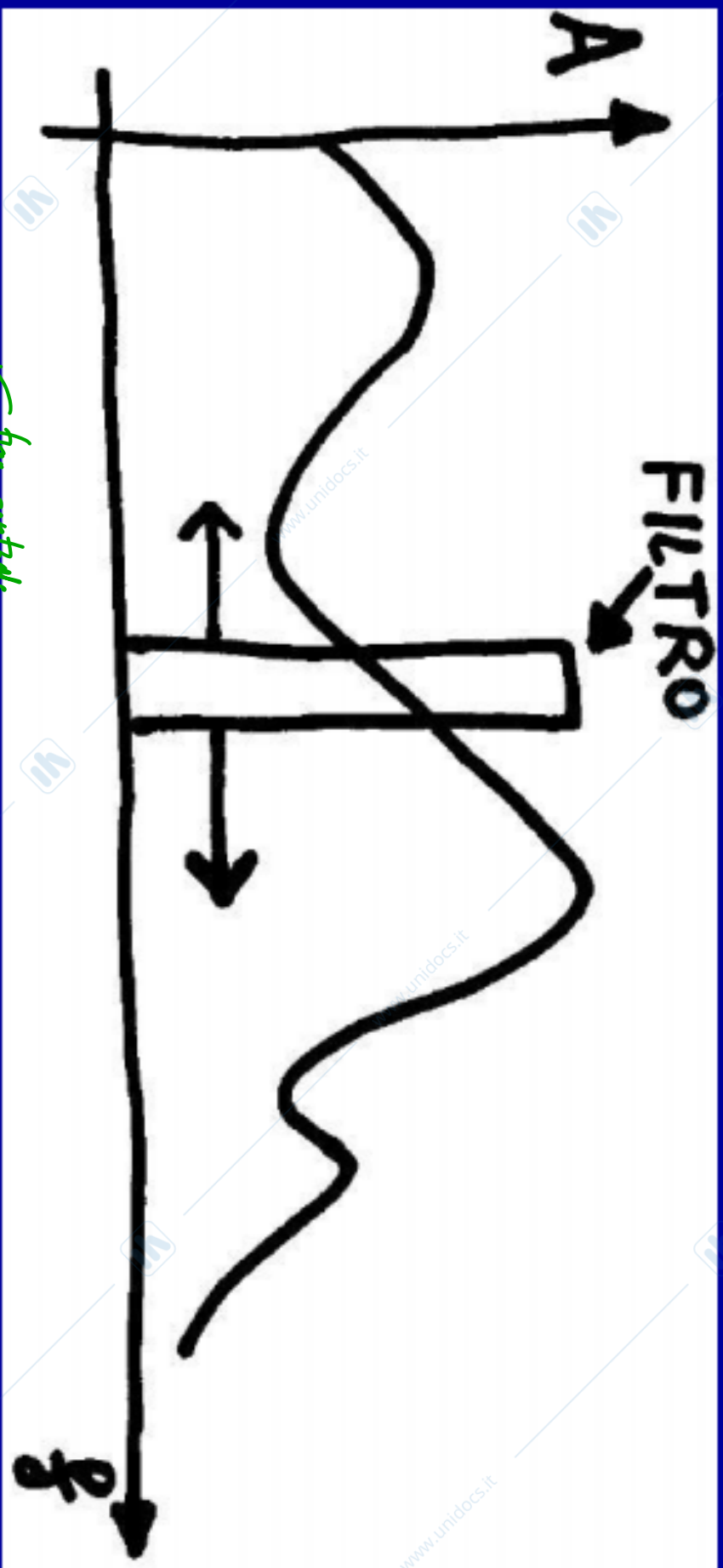
50 "barre" su Windows MediaPlayer... SPETTRO

AS a banco di filtri (un solo Riv.)



"ANALISI SEQUENZIALE"

AS a filtro accordato (1/2)

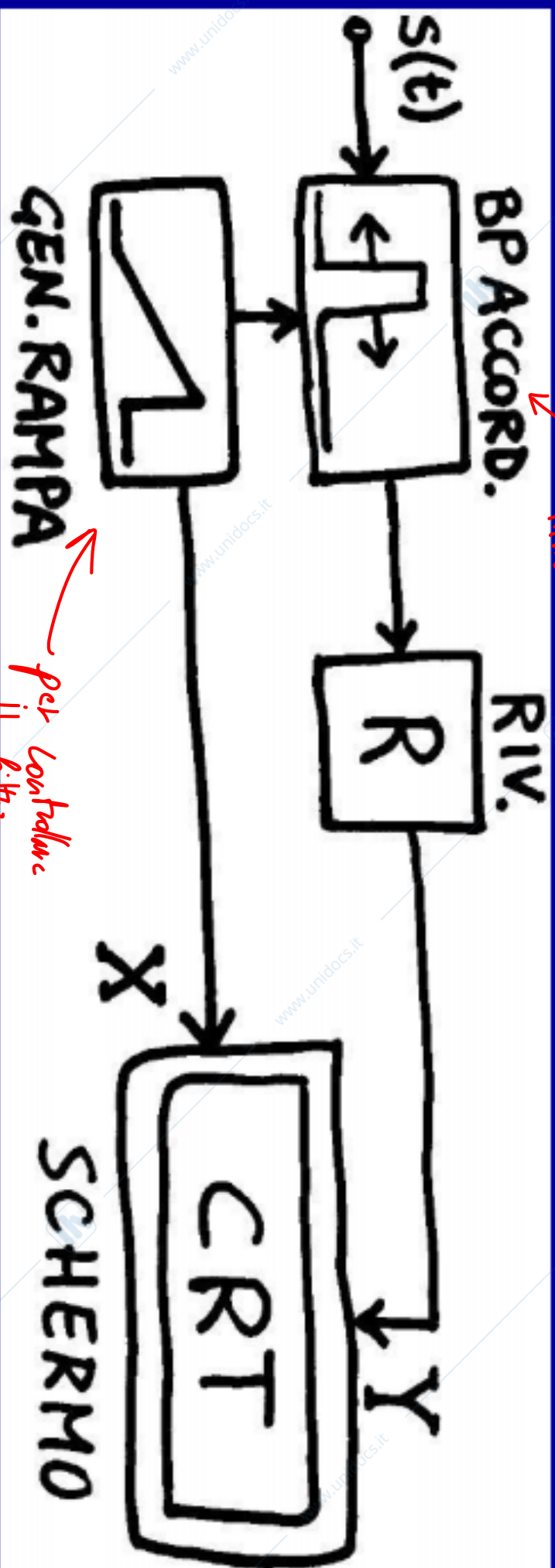


fattore di merito
(dipende dalla frequenza)

$$Q = \frac{f}{\Delta f} \approx \text{COSTANTE per un dato filtro}$$

ANALISI SEQUENZIALE (si muove il filtro lungo lo spettro, osservando una frequenza alla volta)

AS a filtro accordato (2/2)

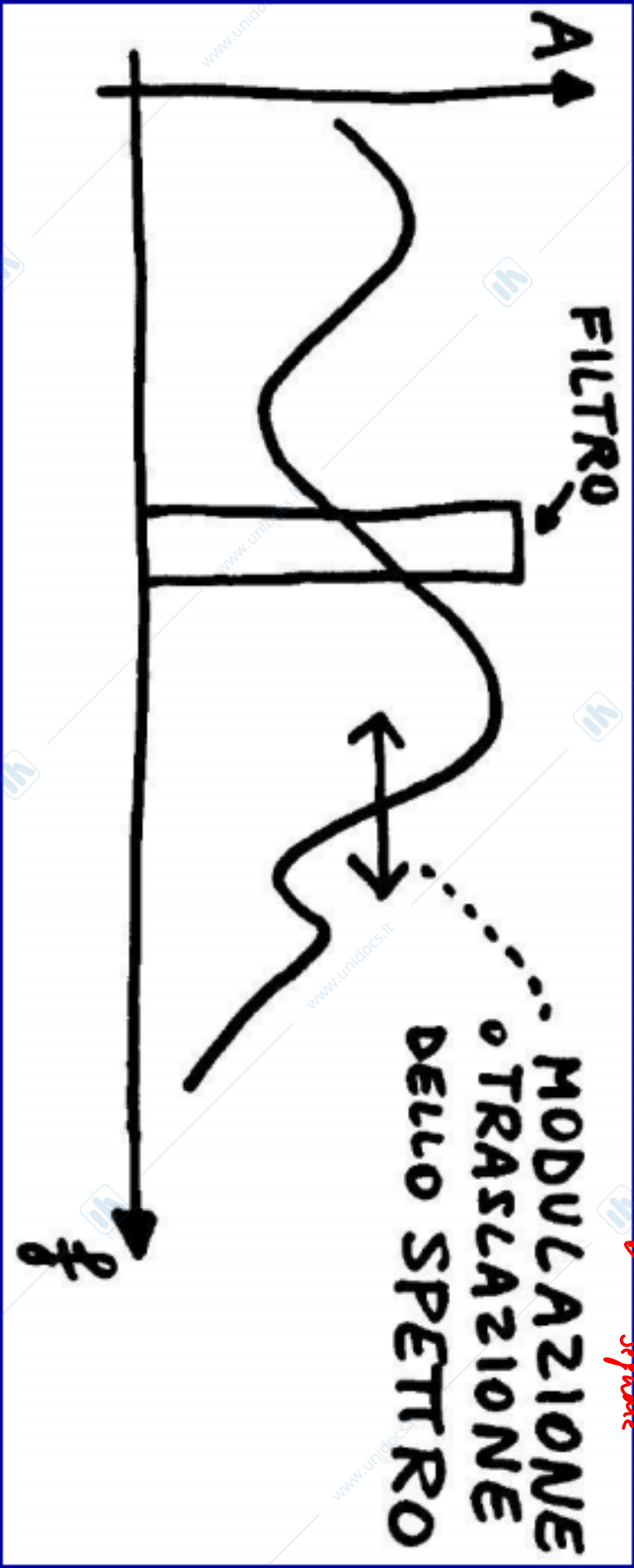


- Semplicità di comando del CRT
- **Minimo numero di filtri e rivelatori**
- **Problema: RBW varia con f**

Resolution Band Width

AS a eterodina (1/2)

*Pratiche che far
muovere il t. l'ho
facile muovere il
separate*



FILTRO A SINTONIA FISSA

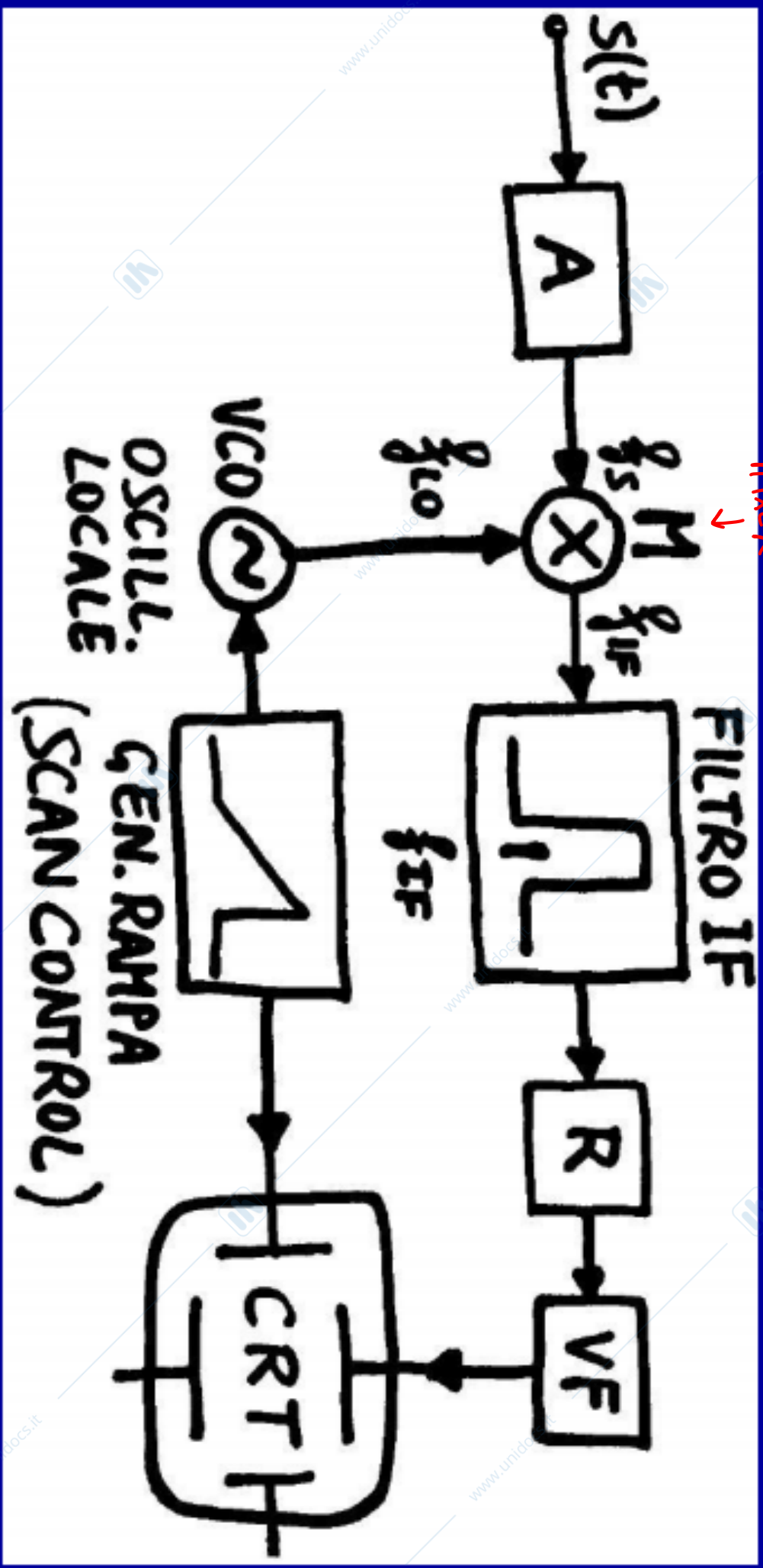
$$Q = \frac{f}{\Delta f} = \text{cost.}$$

$$\Rightarrow \Delta f = RBW = \text{cost.}$$

ANALISI SEQUENZIALE (si muove / modula lo

spettro facendolo passare attraverso il filtro)

AS a eterodina (2/2)



$f_{IF} = |f_{LO} \pm f_s| \quad ? \rightarrow f_{IF} = f_{LO} - f_s$

Pb. della **frequenza immagine** (es. $f_s^* = f_{IF} + f_{LO}$)

Modulazione (1/2)

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \quad \text{Eulero}$$

$$\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad \sin\beta = \frac{e^{j\beta} - e^{-j\beta}}{2j}$$

$$\begin{aligned} \cos\alpha \cos\beta &= \frac{1}{4} (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})(e^{j\beta} + e^{-j\beta}) = \\ &= \frac{1}{4} [e^{j(\alpha+\beta)} + e^{j(\alpha-\beta)} + e^{j(-\alpha+\beta)} + e^{j(-\alpha-\beta)}] = \\ &= \frac{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}{2} \end{aligned}$$

somma e
differenza

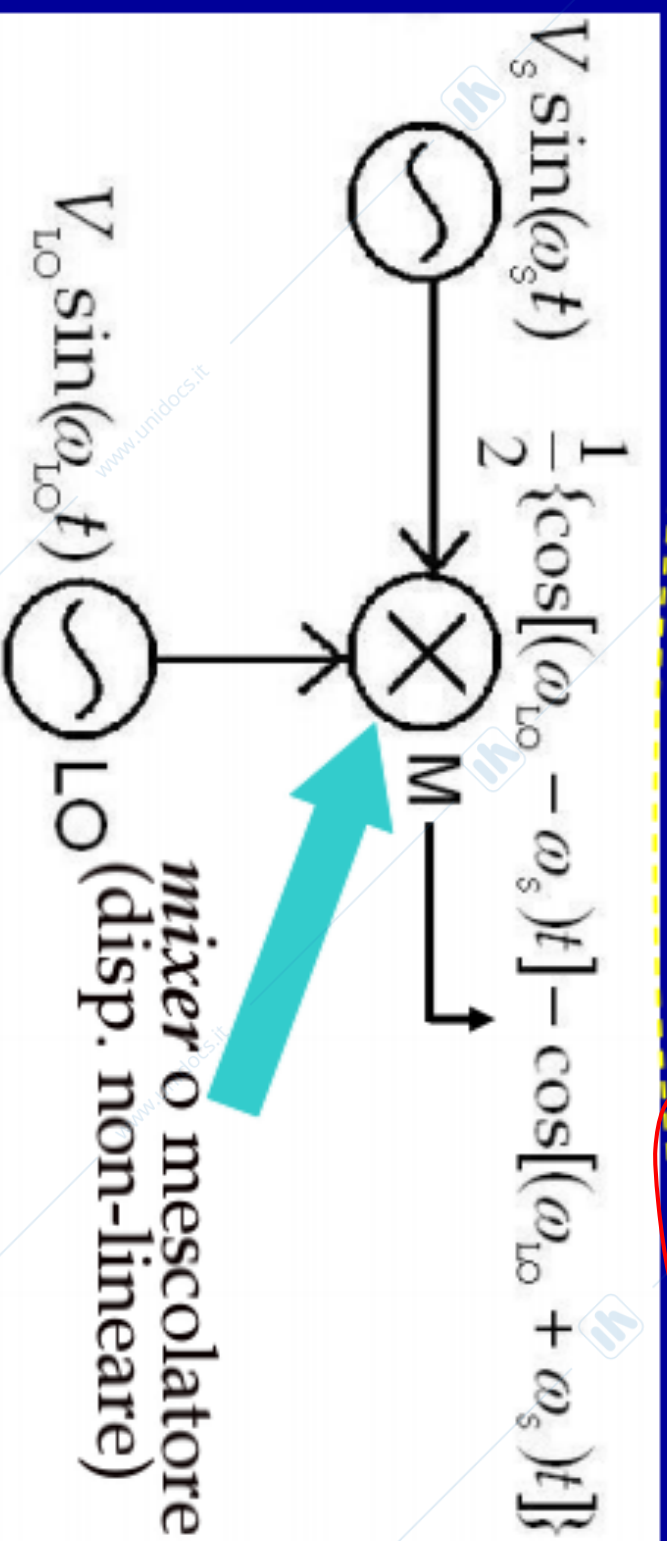
Modulazione (2/2)

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{4} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) (e^{j\beta} - e^{-j\beta}) =$$

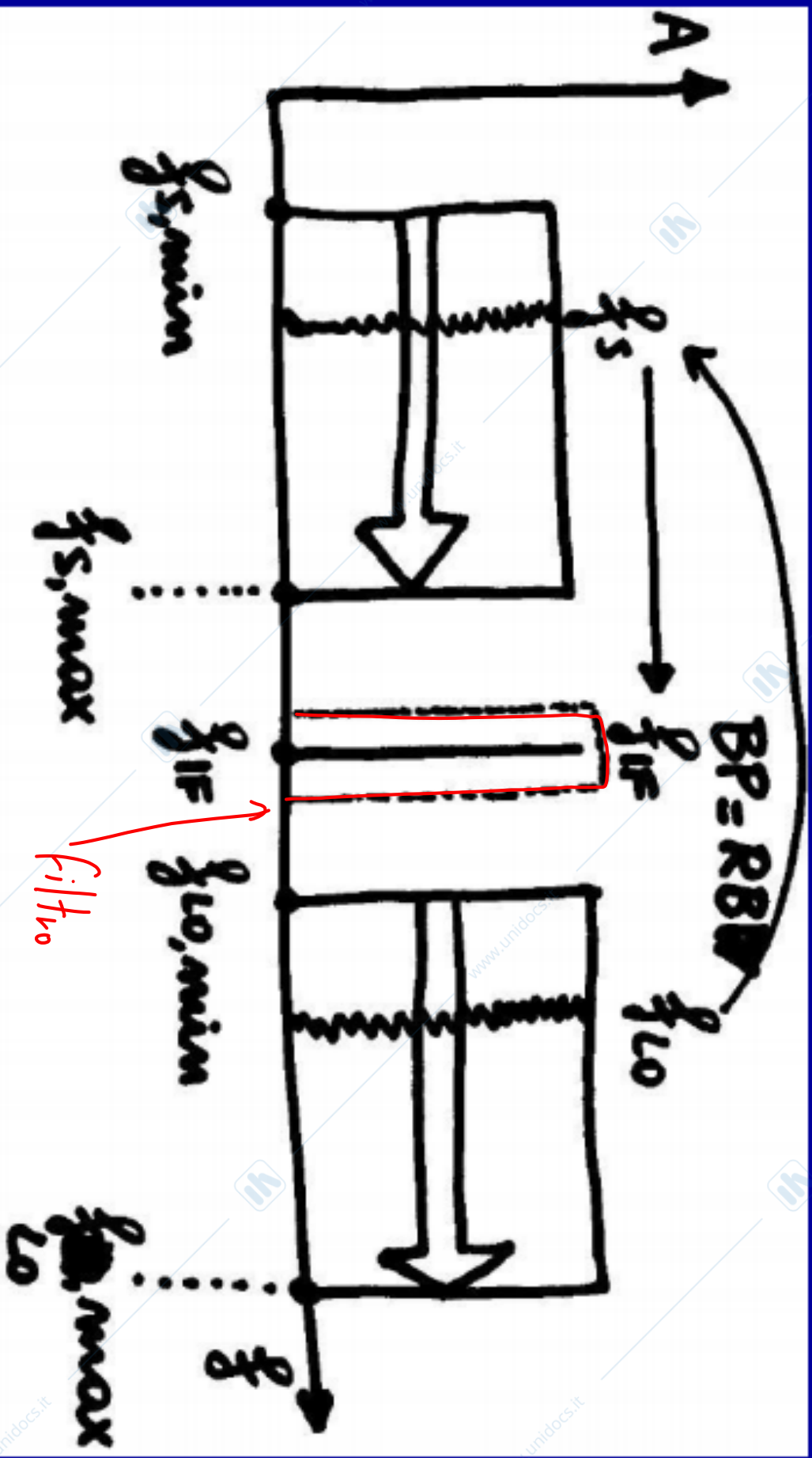
$$= -\frac{1}{4} [e^{j(\alpha+\beta)} - e^{j(\alpha-\beta)} - e^{-j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha+\beta)}] =$$

$$= \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

differenza
e somma



Selezione della frequenza intermedia



Se $f_{LO} > f_{IF} > f_s$

allora $f_{IF} = f_{LO} - f_s$

e così si elimina la
frequenza immagine

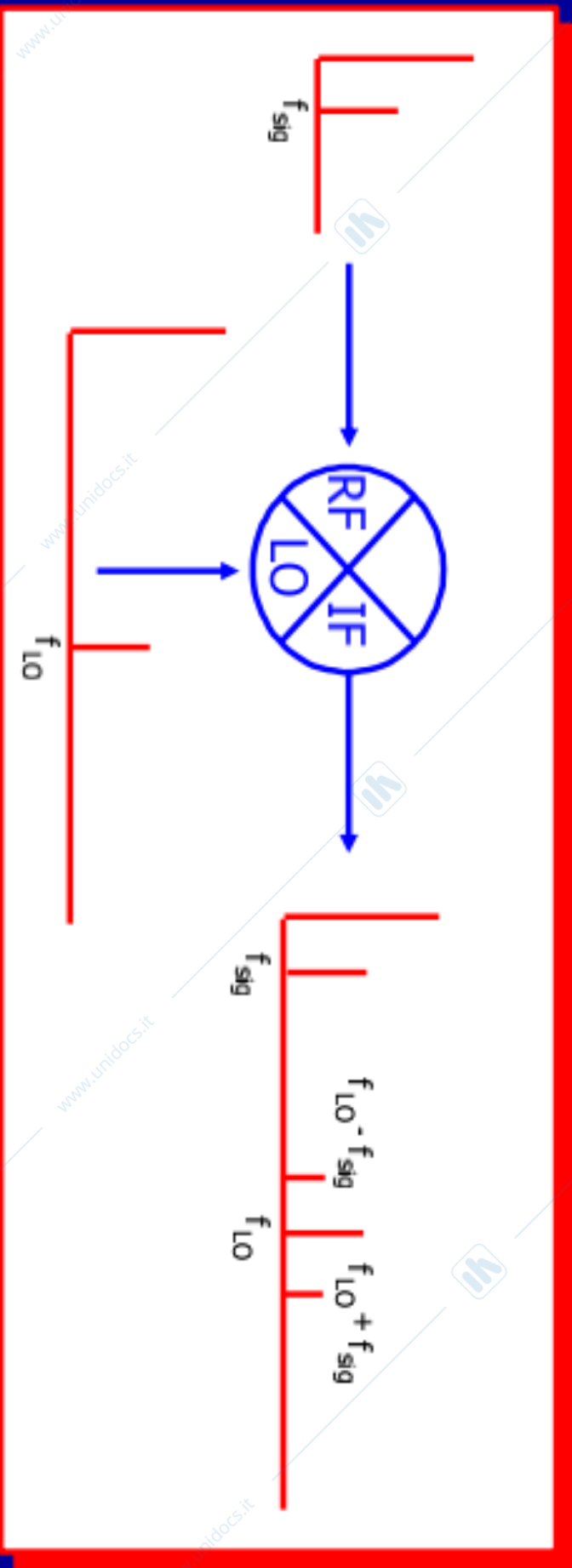
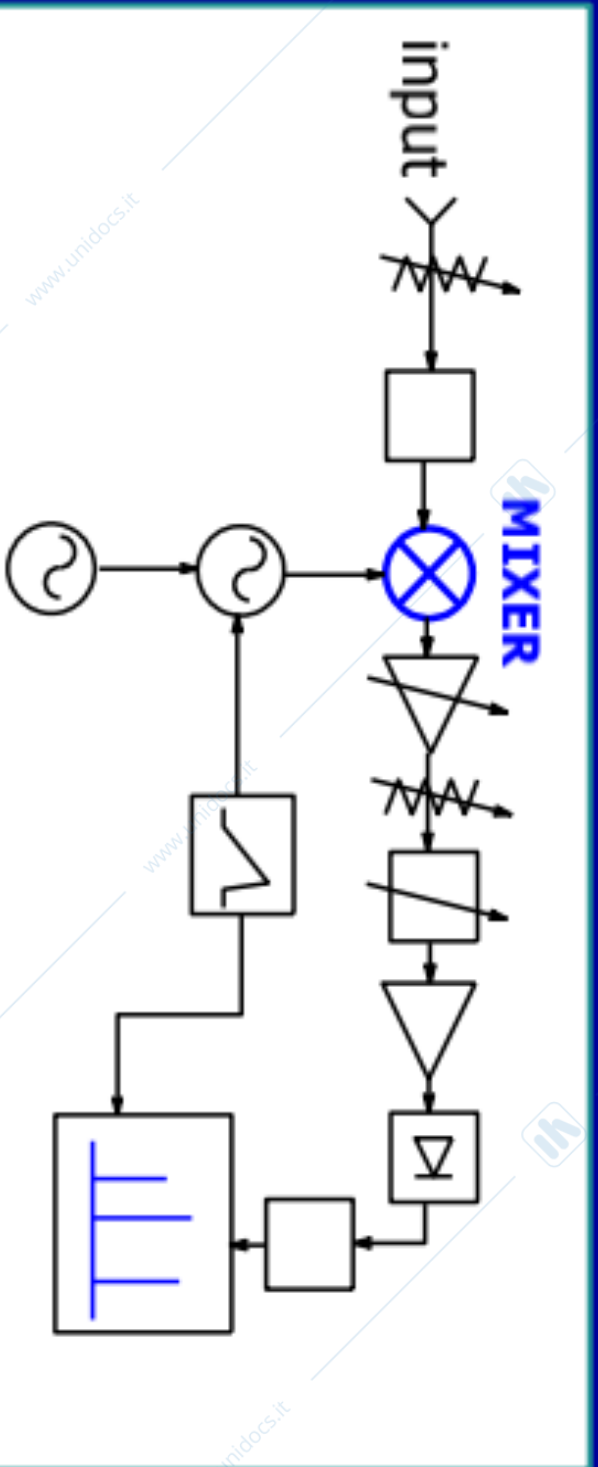
f_{IF}

www.unidocs.it

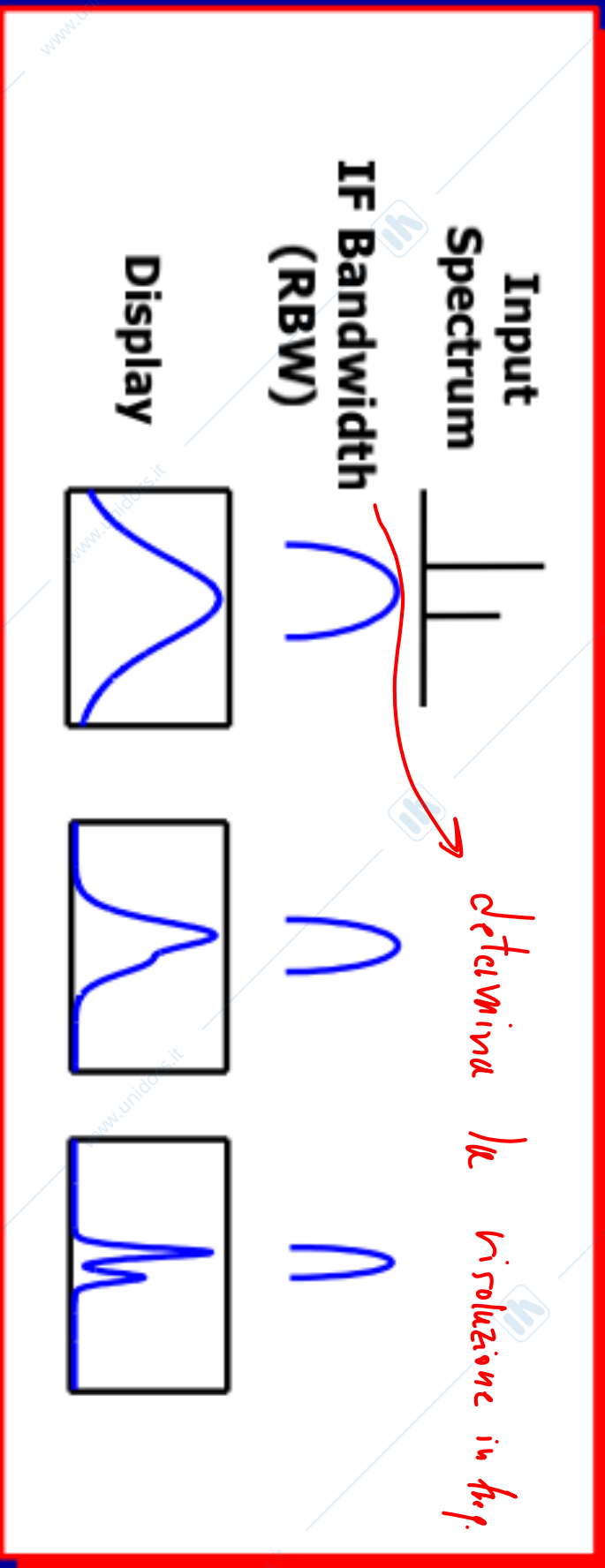
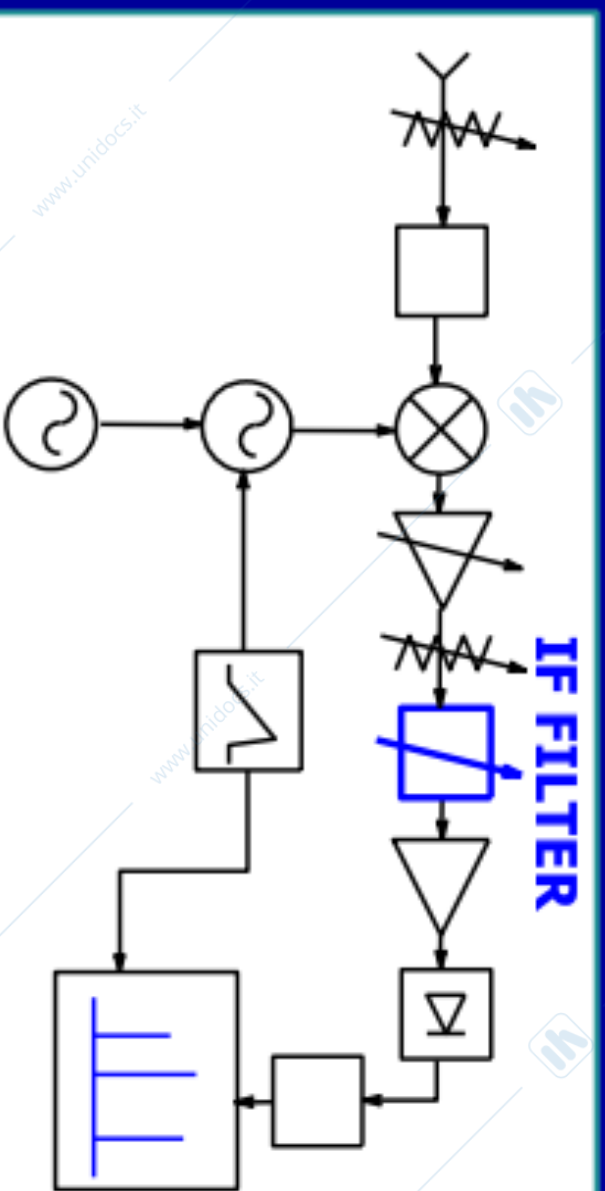
Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Analizzatori di Spettro i

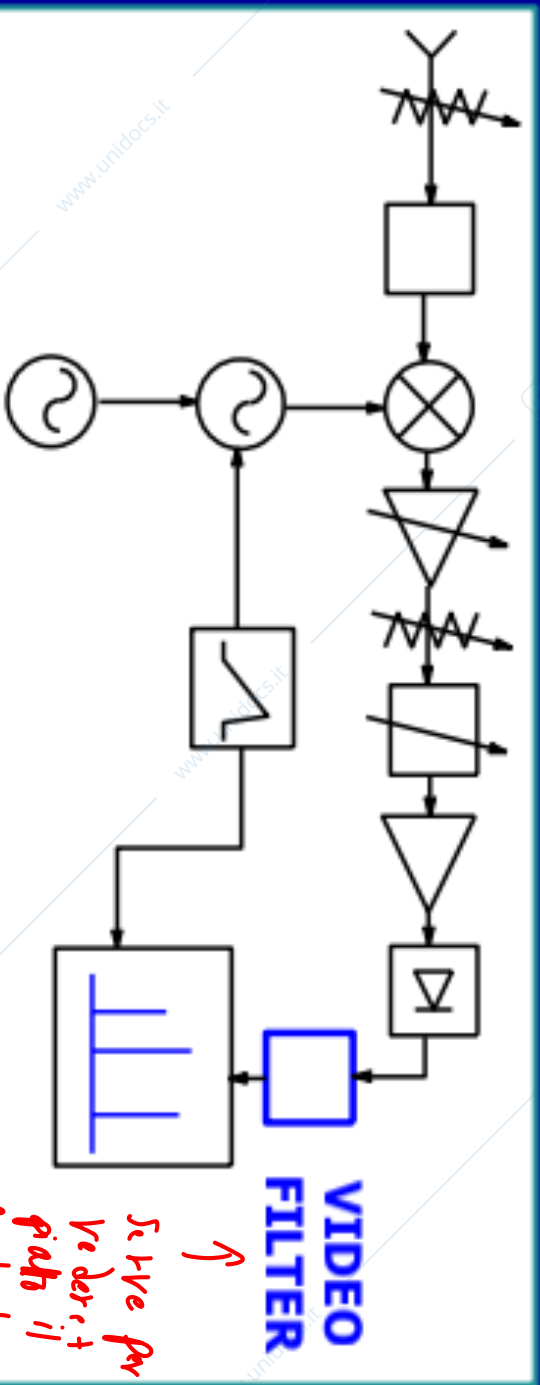
Mixer



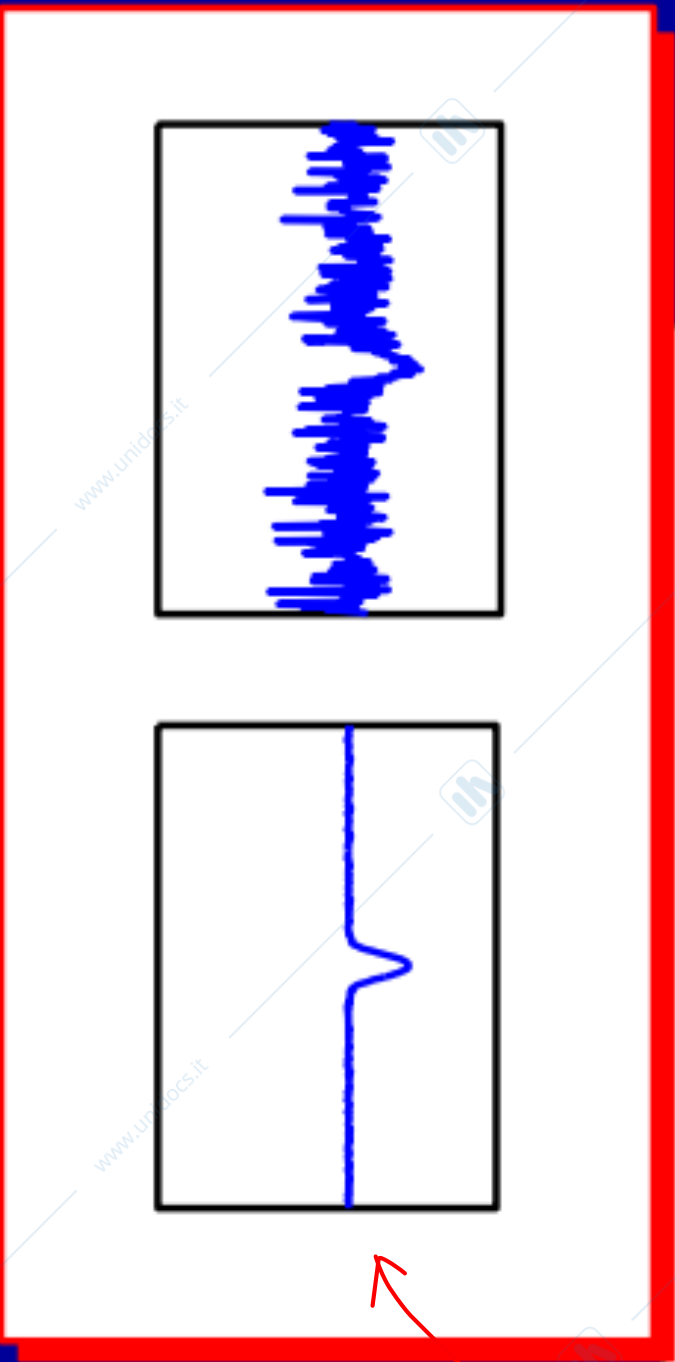
Filtro a frequenza intermedia



Video Filter



Se Live per
vedere il
numero di rumore



Filtri stretti (RBW "piccola")

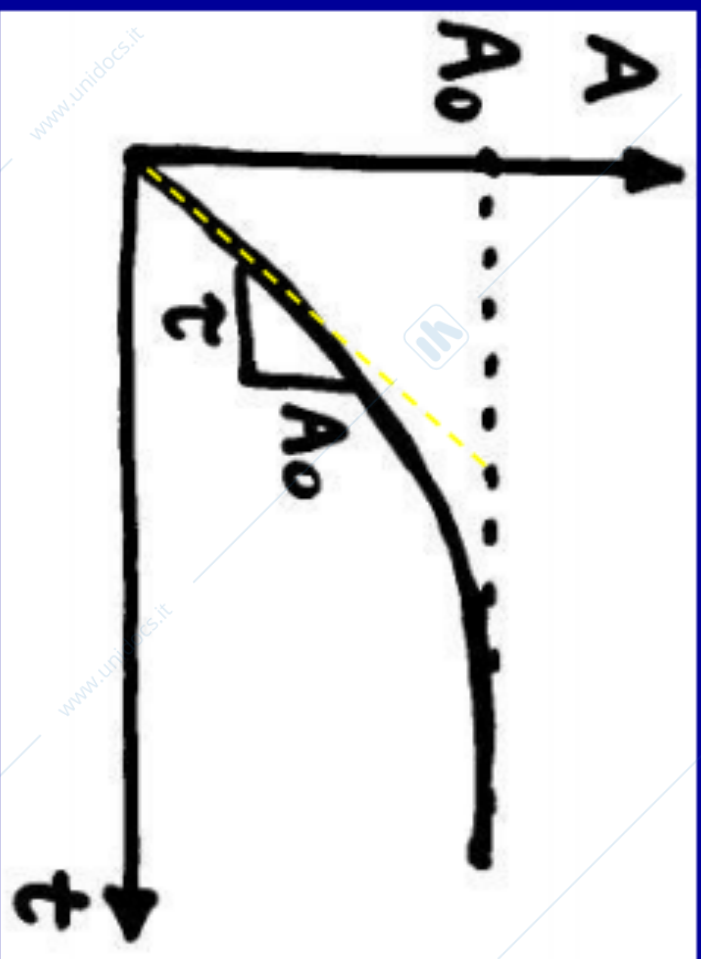
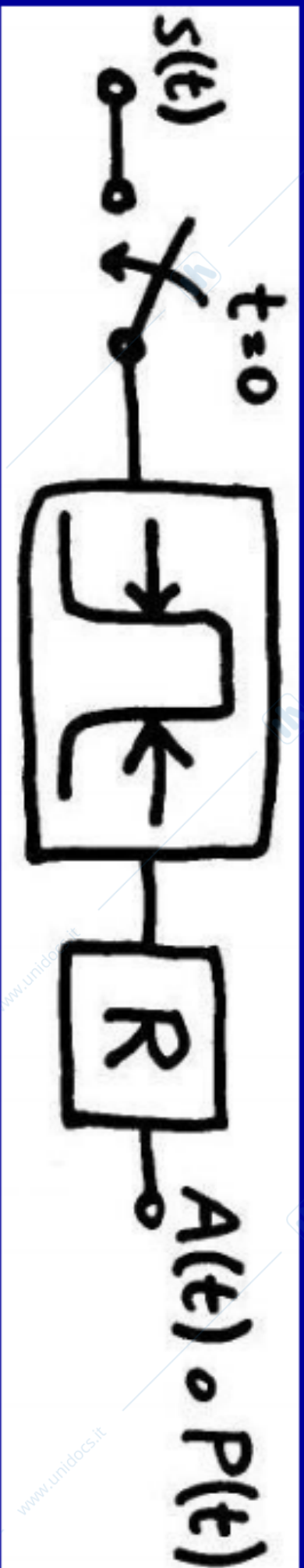
Filtri a IF stretti danno una elevata risoluzione spettrale ma richiedono tempi lunghi di analisi (Pb. di "non stazionarietà" del segnale)

$$\text{BANDA} \propto \frac{1}{\text{TEMPO}}$$

↳ molto limitate

↳ la risposta di GHz non è istantanea

Selettività e t_c di assestamento (1/3)



$$A(t) = A_0(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau \approx \frac{1}{RBW}$$

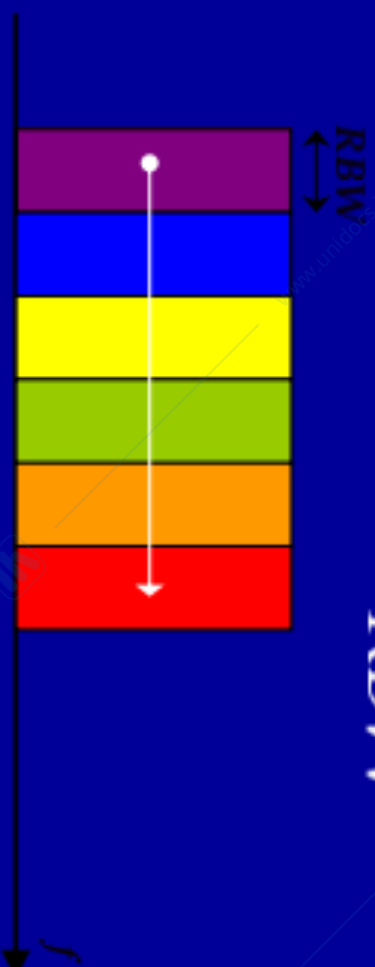
La risposta di filtro + rivelatore non è istantanea

Selettività e t. di assestamento (2/3)

La velocità di scansione, $SS = [\text{Hz/s}]$, è limitata da:

$$MT \approx \tau \approx \frac{1}{RBW}$$

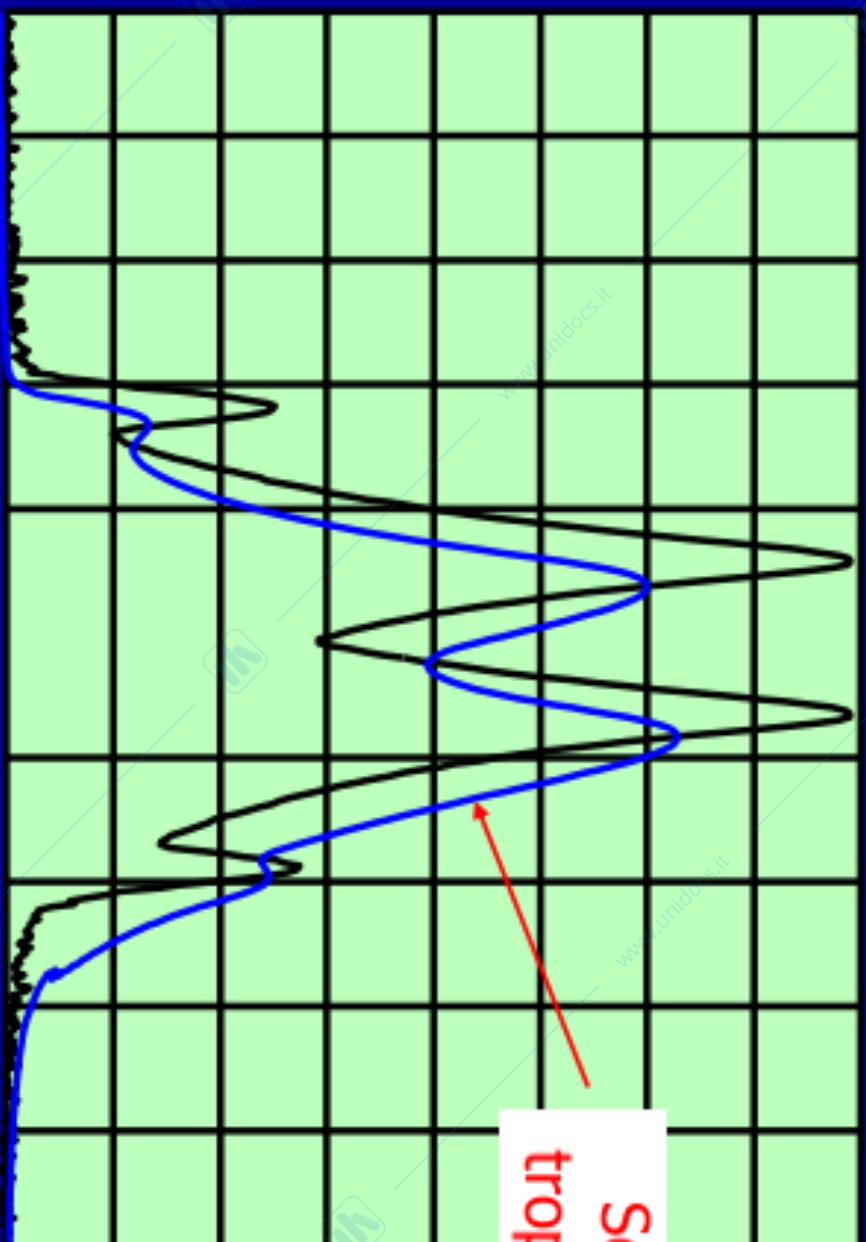
$$T = \frac{3 \text{ SPAN}}{RBW^2}$$



$$ST = N \times MT \approx \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW^2}$$

A *span* fissato, il tempo di scansione cresce quadraticamente al diminuire di RBW

Selettività e t. di assestamento (3/3)



Scansione
troppo veloce

Se la scansione è troppo veloce la misura è ancora effettuabile, ma perde la calibratura

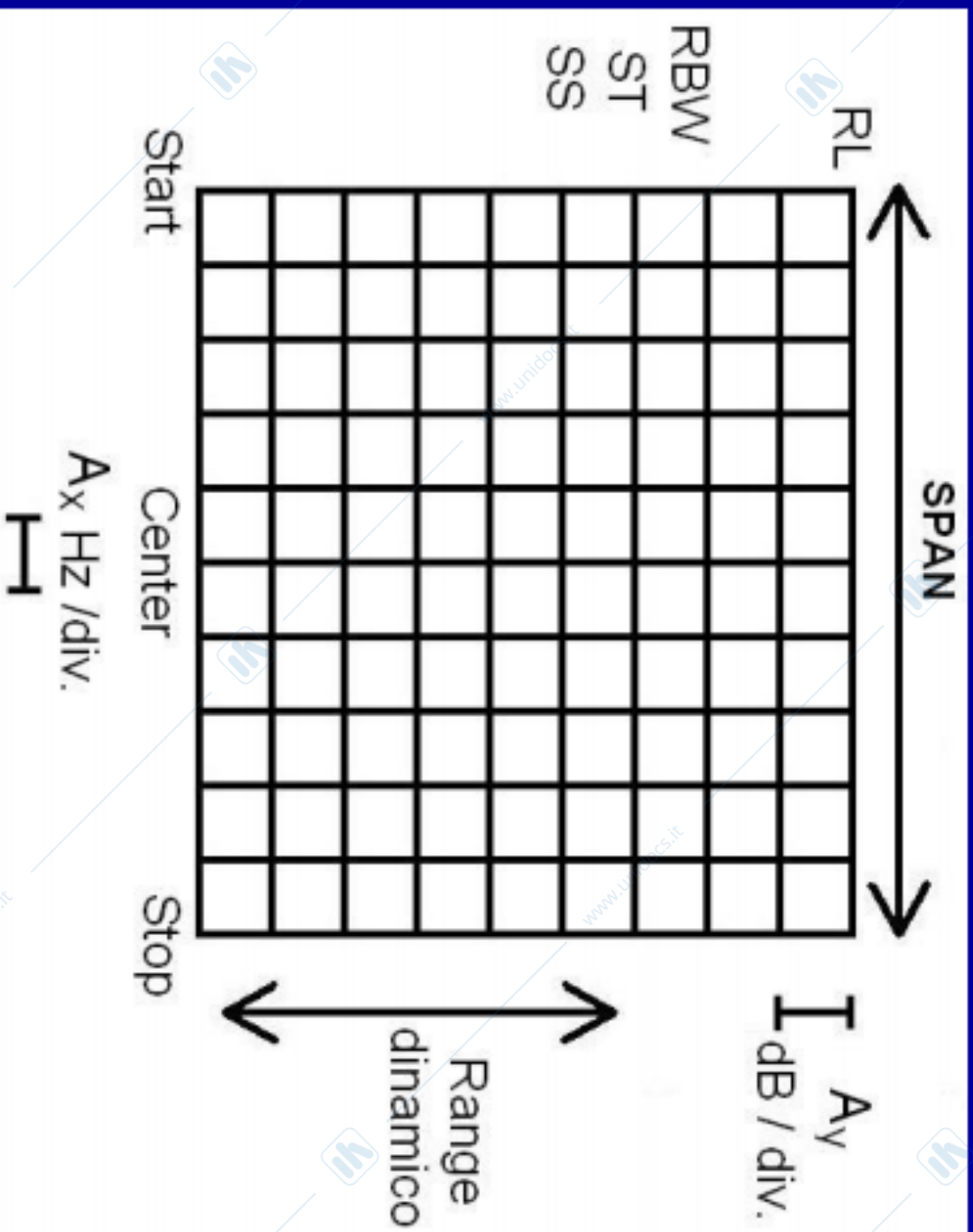
*Peri dipende
dall'impulso*

Per alcuni

*Utilizzati la
per data di calibrazione
non ha con-fine
impulsione*

24/67

Parametri di misura di un AS (1/2)



la potenza
 è l'interprete
 sulla banda
 larga RBW

NB. la pot. è mis.
 in dBm, ma le
 divisioni sono in dB/DIV
 (a brimoli sarebbe lineare)

10 DIV verticali → *logaritmico* ordinate: **POTENZA [dBm]**
 10 DIV orizzontali → *lineare* ascisse: **FREQUENZA [HZ]**

DIVISIONI

Parametri di misura di un AS (2/2)

REFERENCE LEVEL

$$RL = [\text{dBm}]$$

X *Passo*
metriche

FREQUENCY SPAN

$$\Delta f_{\text{span}} = f_{\text{stop}} - f_{\text{start}} = [\text{Hz}]$$

RESOLUTION BANDWIDTH

$$RBW = [\text{Hz}]$$

(EQUIVALENT) POINTS

$$N = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW} \quad [1]$$

MEASUREMENT TIME

$$MT = \tau \approx \frac{1}{RBW} \quad [\text{s}]$$

SWEEP TIME

$$ST = N \cdot MT \approx \frac{\Delta f_{\text{span}}}{(RBW)^2} \quad [\text{s}]$$

non u solo

SWEEP SPEED

$$SS = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{ST} \approx \frac{RBW}{\tau} \approx (RBW^2)$$

$$\left[\frac{\text{Hz}}{\text{s}} \right]$$

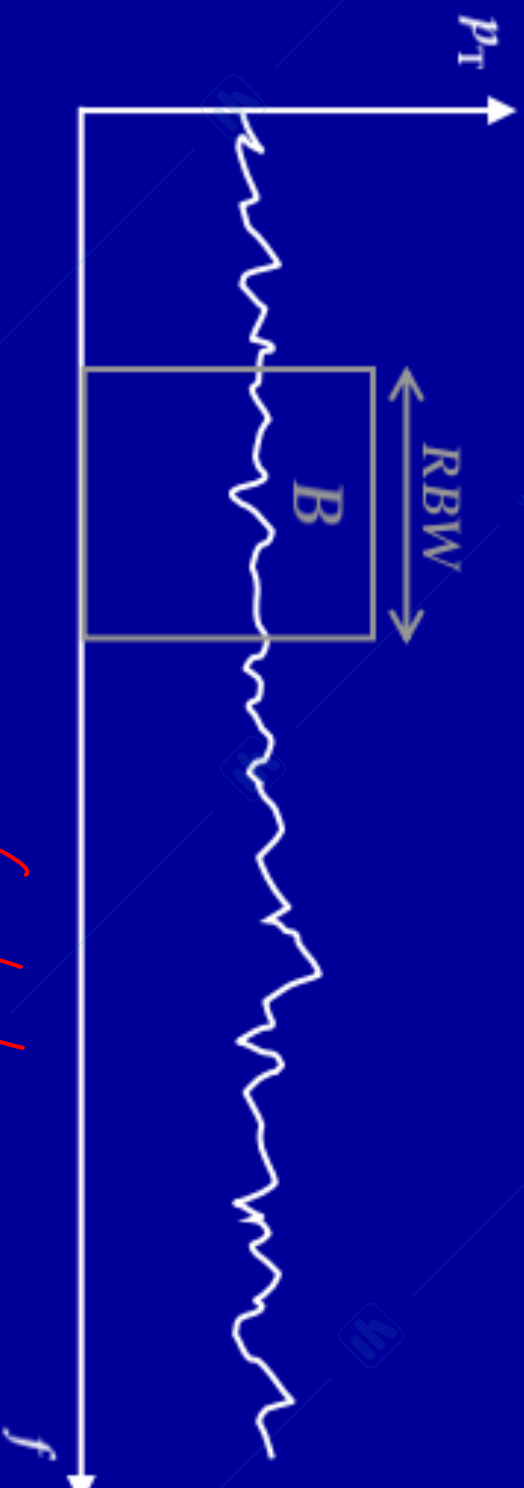
da sapere

Rumore termico e fondo di rumore (1/3)

$p_T = kT$ densità spettrale $\left[\frac{W}{Hz} \right]$ (rumore "bianco")

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \left[\frac{W}{Hz K} = \frac{J}{K} \right]$$

costante di Boltzmann



$$P_T = p_T B = kTB \text{ [W]} \quad \text{rumore termico in una banda } B$$

Rumore termico e fondo di rumore (2/3)

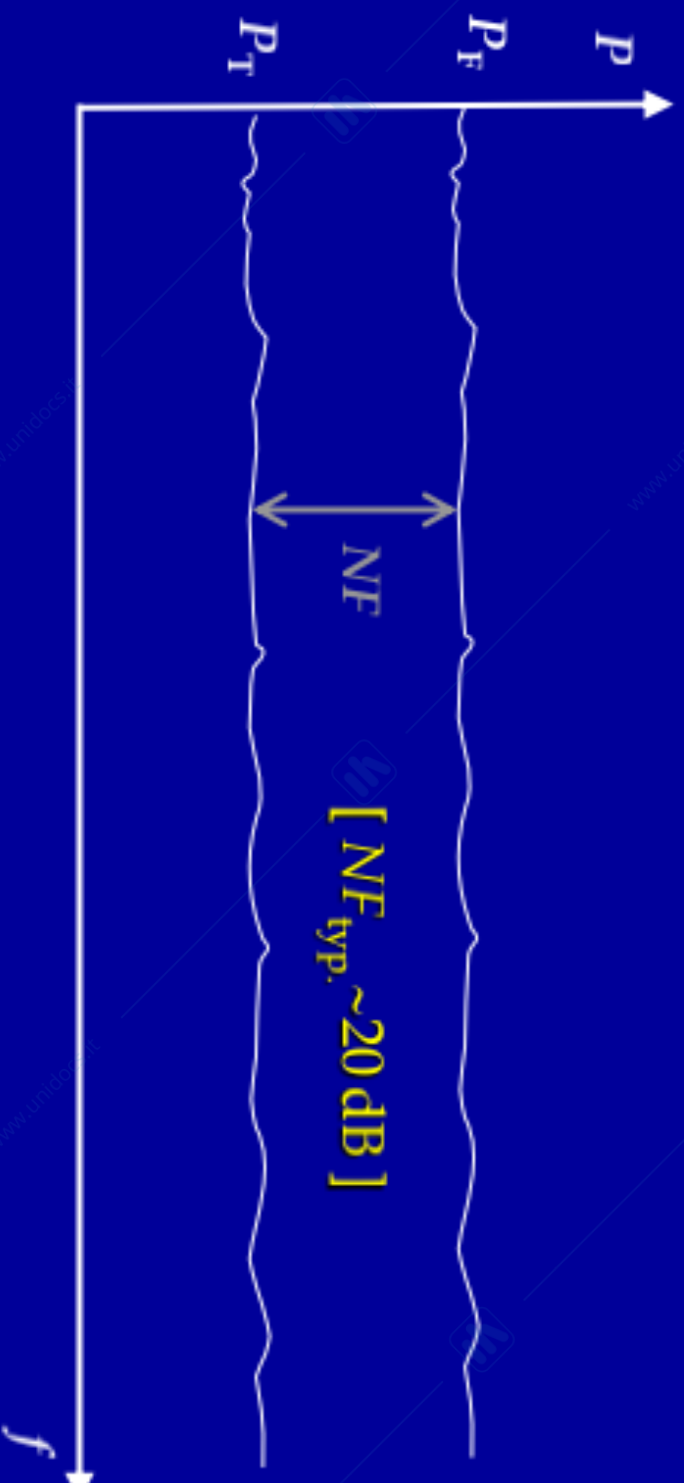
per $T = 290 \text{ K}$ (+ 17°C) \sim temp. ambiente
 temperatura di riferimento per le misure di rumore

si ha $p_T \cong 4 \times 10^{-21} \text{ W/Hz} \cong \mathbf{-174 \text{ dBm/Hz}}$

$$\begin{aligned}
 P_T &= kT \times RBW & P_T |_{\text{dBm}} &= 10 \log_{10} \left[\frac{kT \times RBW}{1 \text{ mW}} \right] = \\
 &= 10 \log_{10} \left[\frac{kT \times (1 \text{ Hz})}{1 \text{ mW}} \frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right] = \\
 &= \mathbf{-174 \text{ dBm} + 10 \log_{10} \left[\frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right]}
 \end{aligned}$$

Rumore termico e fondo di rumore (3/3)

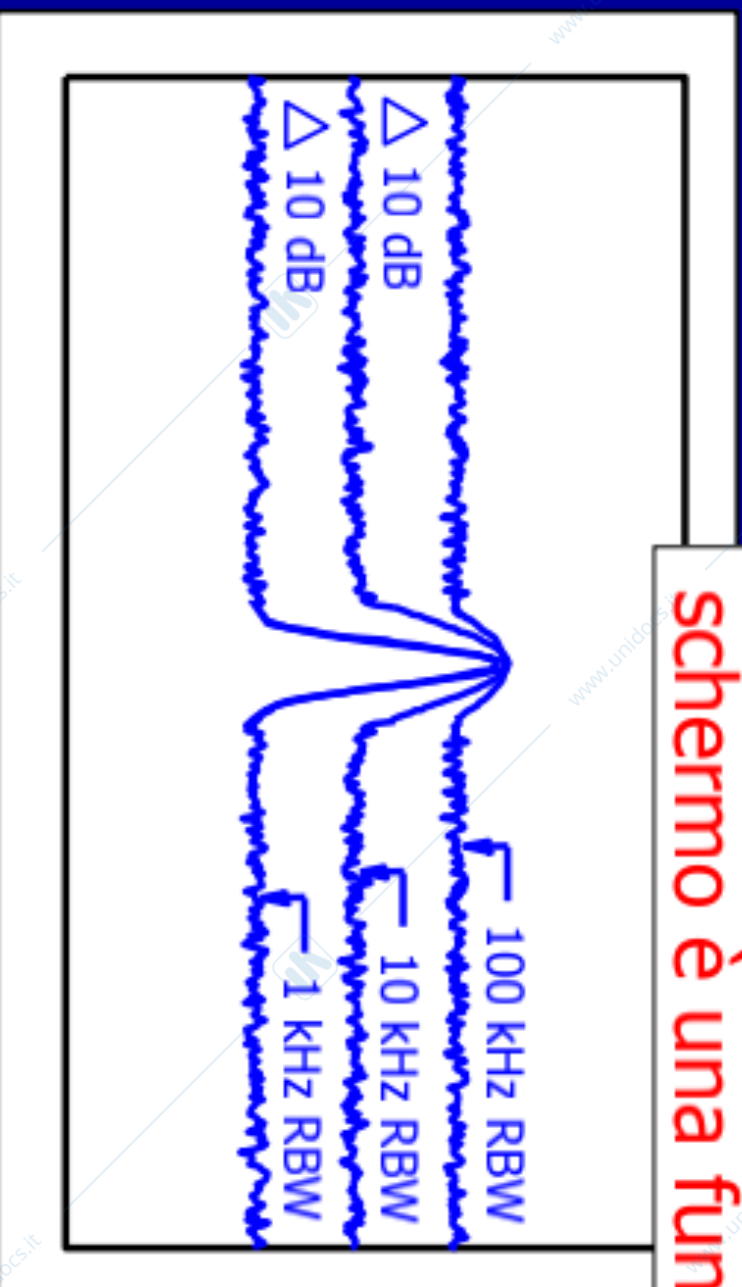
Noise Figure, NF (in numero o in dB) ci dice di quante volte il fondo di rumore complessivo (termico+elettronico), detto rumore "di fondo", è superiore al "solo" rumore termico valutato alla temperatura di 290 K



$$P_F = P_T \cdot NF \quad \text{o in decibel} \quad P_{F,(\text{dBm})} = P_{T,(\text{dBm})} + NF_{(\text{dB})}$$

Effetto di RBW sul fondo di rumore

Il livello del rumore di fondo sullo schermo è una funzione della RBW



$$ST_{100\text{kHz}} = ST$$
$$ST_{10\text{kHz}} = 100 \times ST$$
$$ST_{1\text{kHz}} = ST \times 10000$$

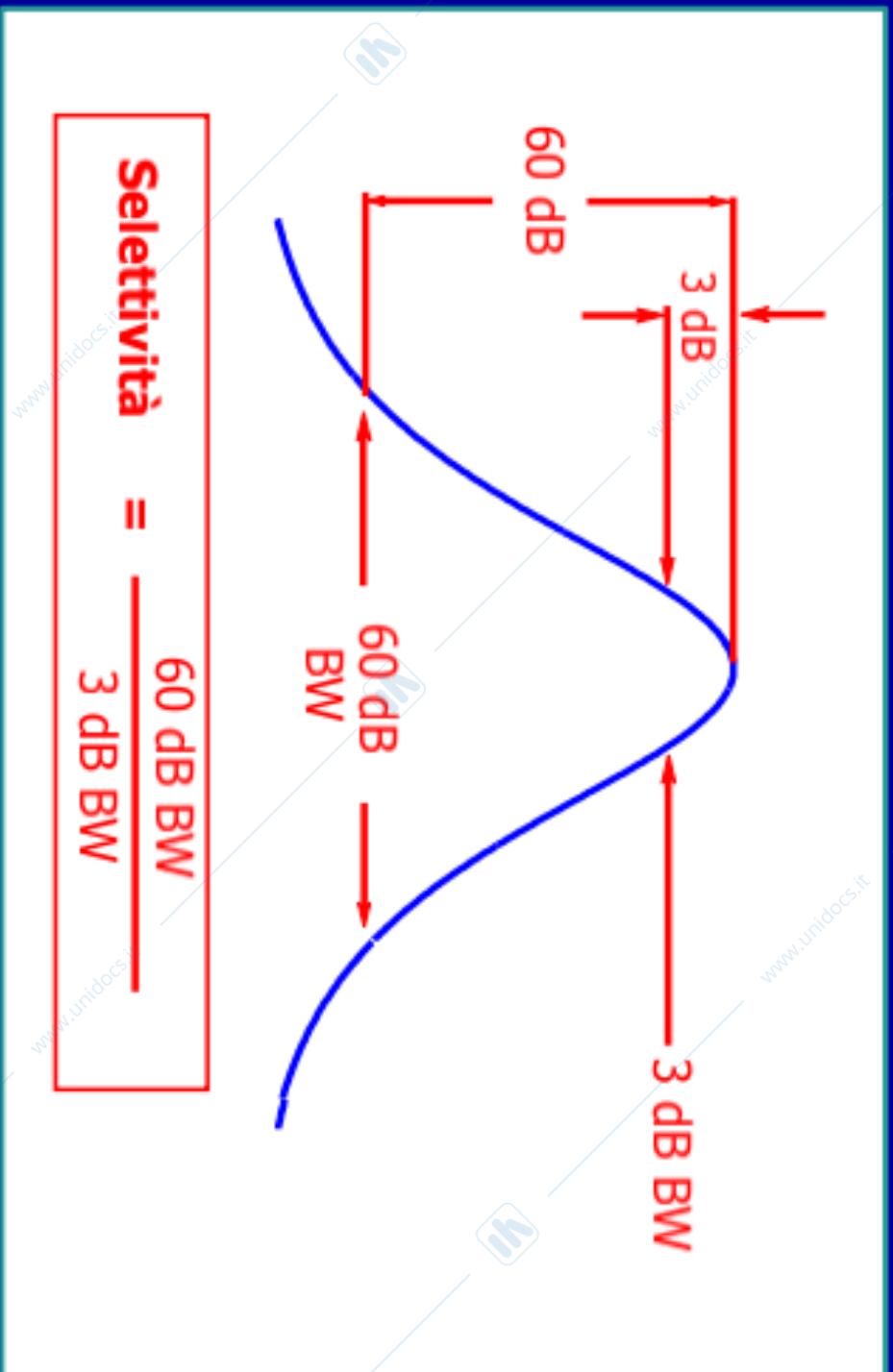
Diminuendo la RBW scende il fondo di rumore
ma rallenta significativamente il tempo di scansione

Selettività del filtro a IF

Filteri ben sono raffa ngoli precisi $\square \rightarrow$ si sarebbe un *ESICITA* $\rightarrow +60$

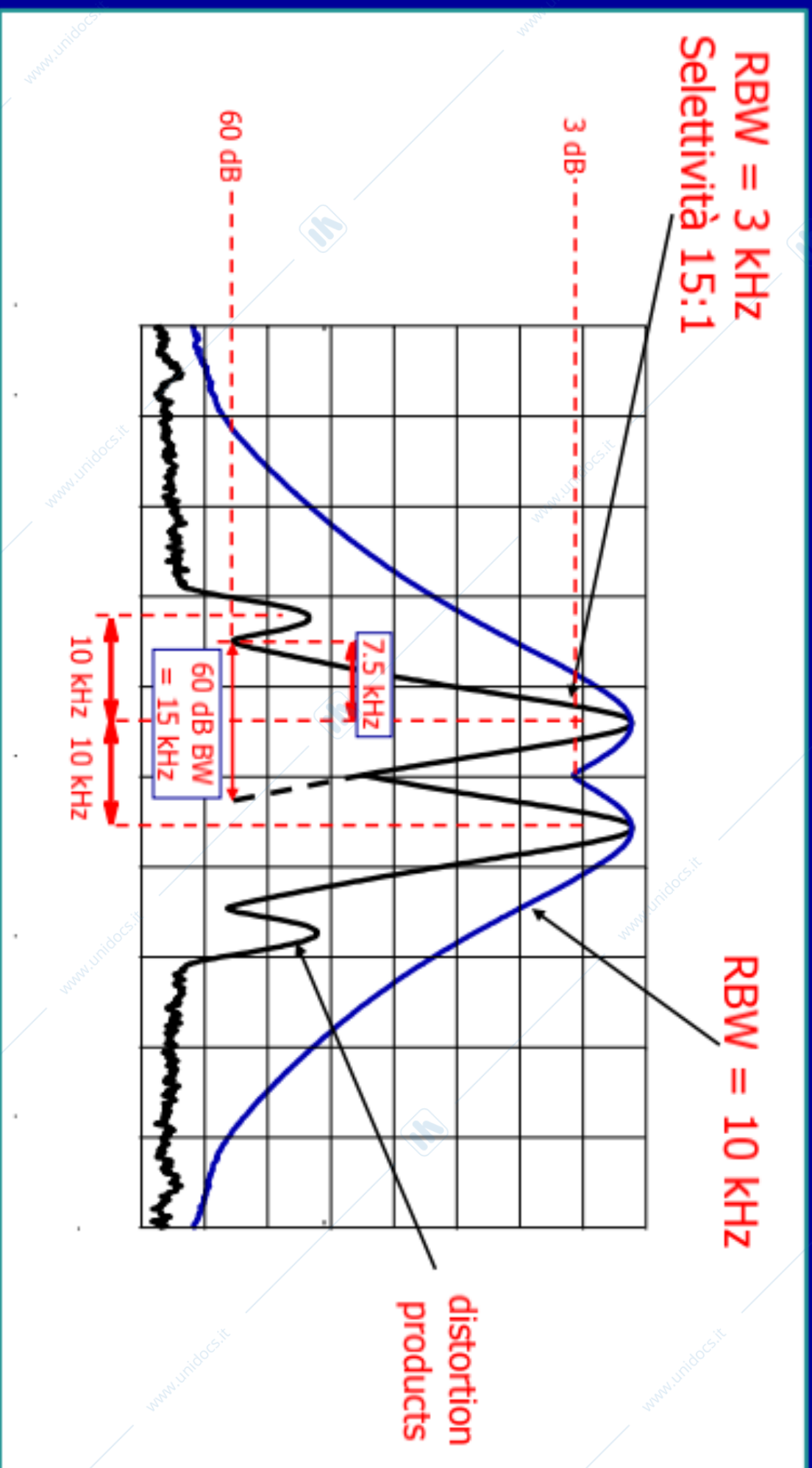
Il filtro a IF è progettato per avere una forma quasi gaussiana. L'allargamento del filtro è quantificato attraverso la selettività, che ha tipicamente un valore 10-15 per filtri analogici.

il filtro si allarga man mano che si scende



$$\text{Selettività} = \frac{60 \text{ dB BW}}{3 \text{ dB BW}}$$

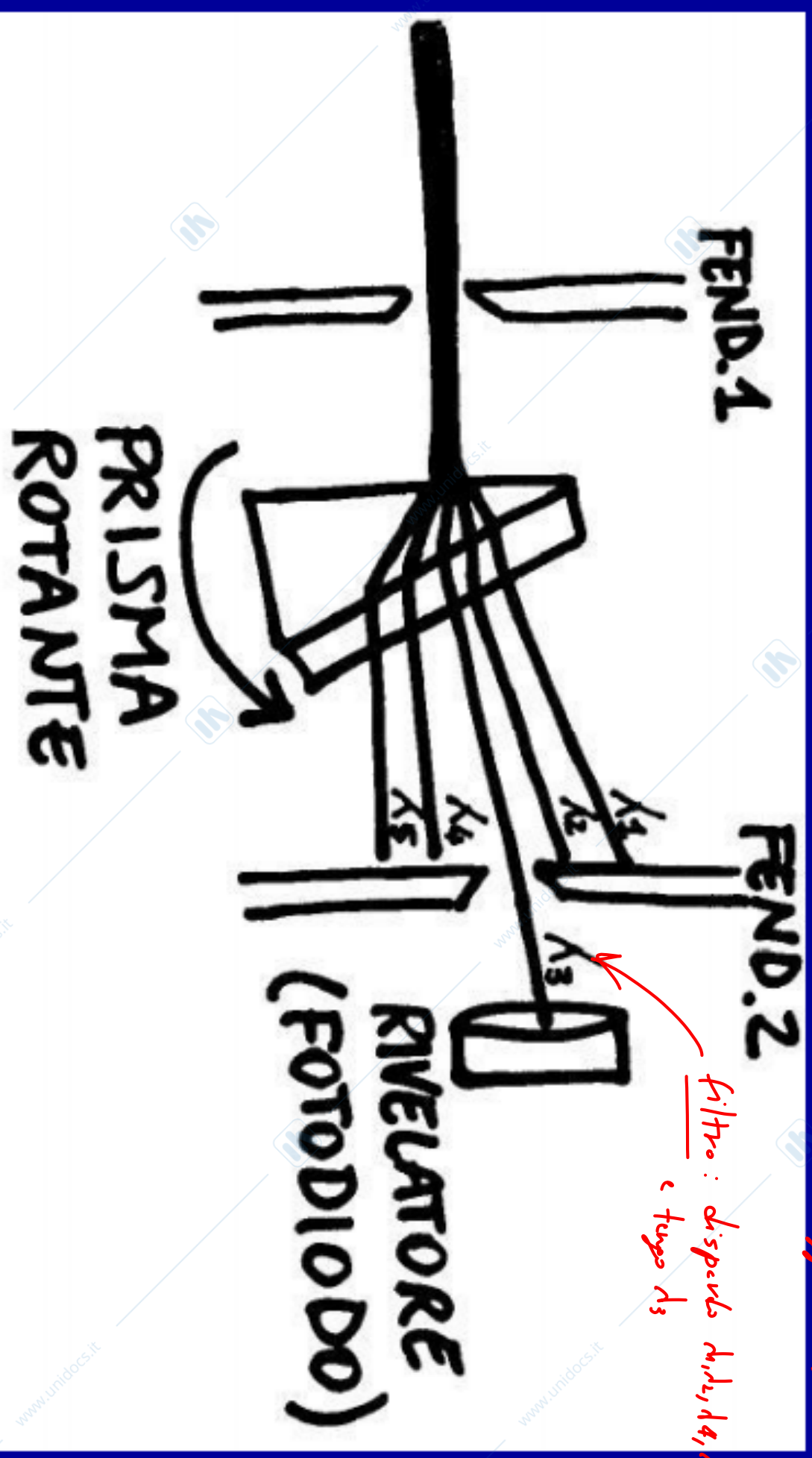
Esempio di schermata di AS



Non lo chiede.

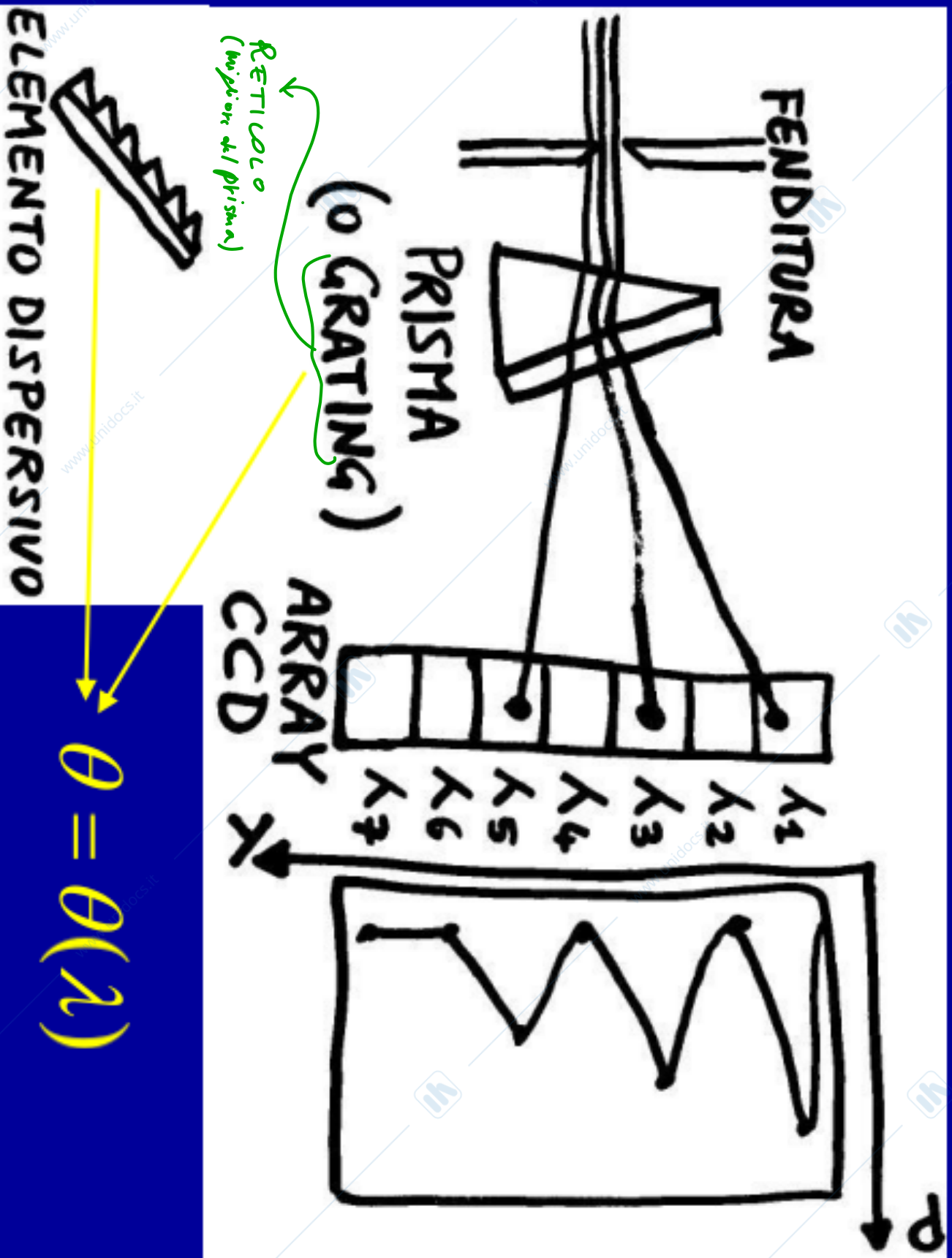
AS ottico (sequenziale)

→ Si usano dei filtri che dividono la luce (legge di Snell)



Si trasmettono in successione su un unico rivelatore le diverse lunghezze d'onda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$

AS ottico (parallelo)



AS a FFT: Trasformata di Fourier Discreta

L'analisi spettrale si può ottenere per **elaborazione numerica di segnali acquisiti nel tempo**

Avendo a disposizione N valori campionati del segnale nel tempo $s(t_k) = s(k\Delta t)$, è possibile ottenere i valori discreti $S(f_m) = S(m\Delta f)$ dello spettro del segnale eseguendo, con una semplice sommatoria, la

trasformata di Fourier discreta (DFT)

Non lo chiede

$$S(m\Delta f) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k\Delta t) e^{-j2\pi m\Delta f \cdot k\Delta t}$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{-j2\pi m \cdot k/N}$$

$$\Delta f = 1/T = 1/(N\Delta t)$$

Tempo tot. di acq.

"f"
"t"

"f"
"t"

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$

AS a FFT: dinamica e risoluzione

Partendo da N campioni reali - "tensione" (V) - nel tempo si ottengono N campioni complessi in frequenza, però solo i primi $N/2$ sono significativi (gli altri hanno lo stesso modulo e fase opposta)

La risoluzione in frequenza Δf è pari al reciproco del tempo totale di acquisizione T

RBW

$$\Delta f = 1 / T = 1 / (N\Delta t)$$

essendo $T = N\Delta t$

La massima frequenza dello spettro è invece pari a

Nyquist

$$f_{\text{Max}} = f_c / 2 = 1 / (2\Delta t)$$

essendo $f_c = 1 / \Delta t = 1 / T_c$

AS a FFT: aliasing (1/3)

La DFT corrisponde allo spettro del segnale (spettro campionato) solo se la frequenza di campionamento ($f_c = 1/\Delta t$) rispetta il teorema di Shannon:

$$f_c = 2f_{\text{Max}} > 2B$$

(con B banda - massima frequenza - del segnale)

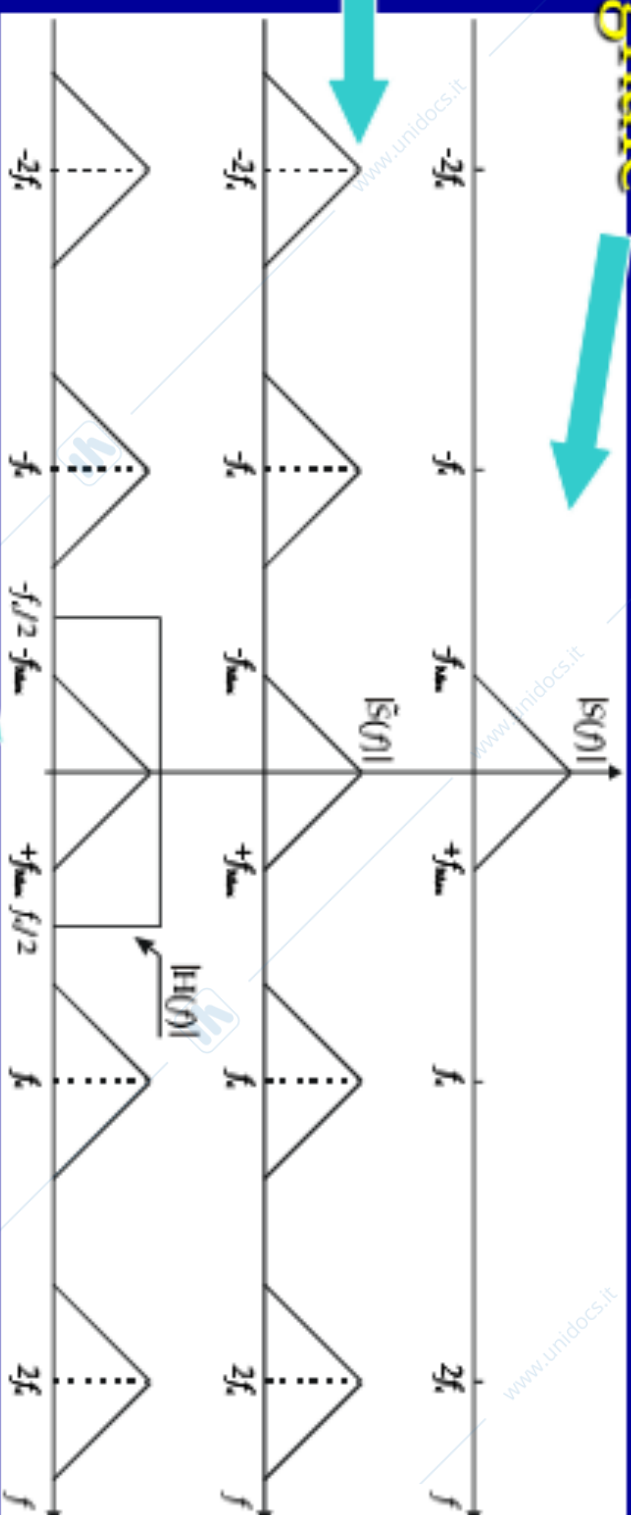
Altrimenti si verificano fenomeni di *aliasing* (poiché la **discretizzazione nel tempo** induce una **periodicità in frequenza**, non ci devono essere "sovrapposizioni" tra le varie **repliche spettrali spaziate di f_c** tra loro)

AS a FFT : aliasing (2/3)

CASO I: $f_c > 2B$ (con $B=f_{Max}$)

Spettro del segnale

Spettro del segnale
campionato



Spettro del segnale
ricostruito dopo
filtraggio

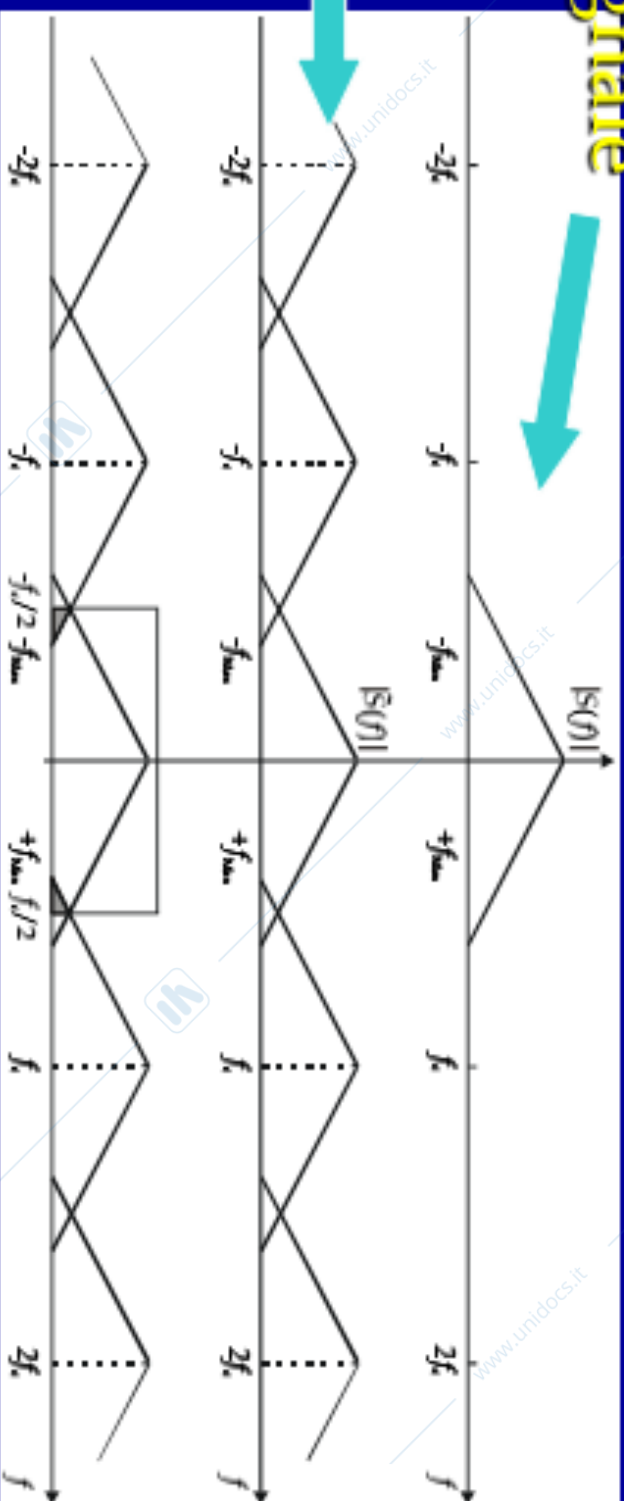
AS a FFT : aliasing (3/3)

CASO II: $f_c < 2B$

Spettro del segnale

Spettro del segnale campionato

Spettro del segnale ricostruito dopo filtraggio



aliasing

Spettro del segnale ricostruito dopo filtraggio

filtraggio

AS a FFT: Fast Fourier Transform

Quando il numero N di campioni acquisiti è pari a una potenza di 2 (un valore tipico è 1024), l'algoritmo DFT può essere semplificato, evitando di calcolare più volte termini identici

→ molto + veloce ↓ DFT

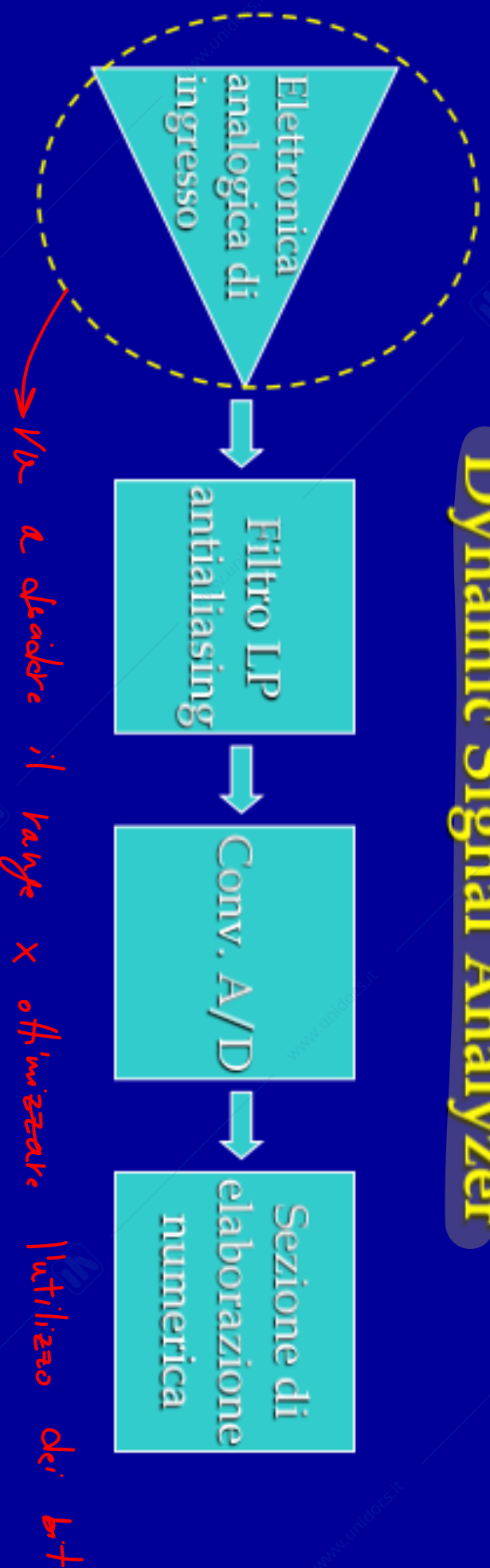
Si ottiene in questo modo l'algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*), che richiede $M \log_2(N)$ operazioni invece di N^2 : è più veloce e occupa meno memoria

Quando N non è una potenza di 2, si aggiungono zeri simmetricamente, a sinistra e a destra della sequenza campionata, fino a portare il numero complessivo di punti a una potenza di 2

AS a FFT: schema a blocchi

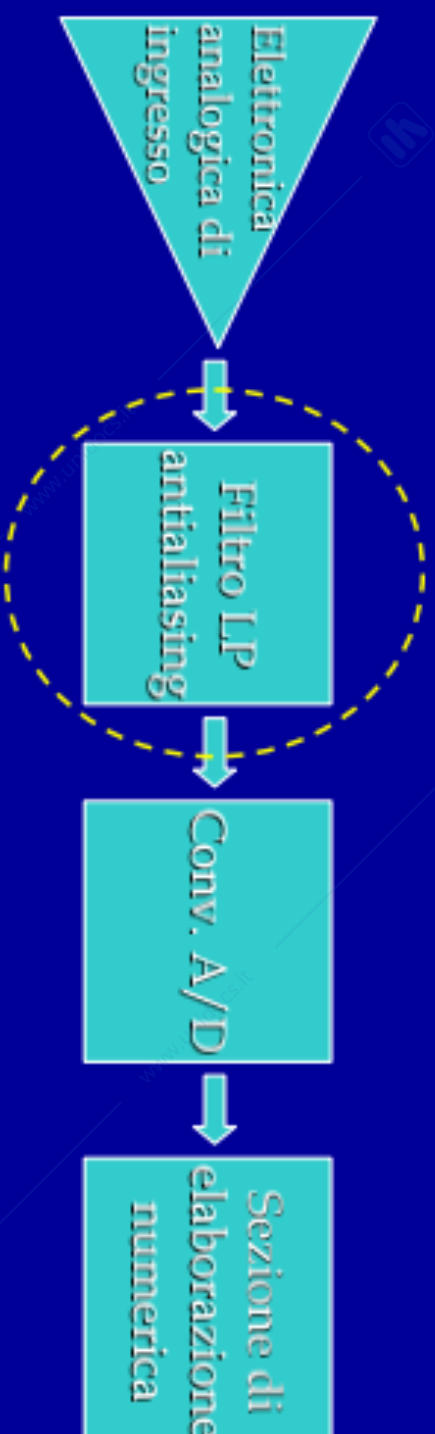
Lo strumento AS a FFT è tipicamente chiamato

Dynamic Signal Analyzer



L'**elettronica di ingresso** amplifica o attenua il segnale in modo da sfruttare al meglio il numero di bit del convertitore A/D

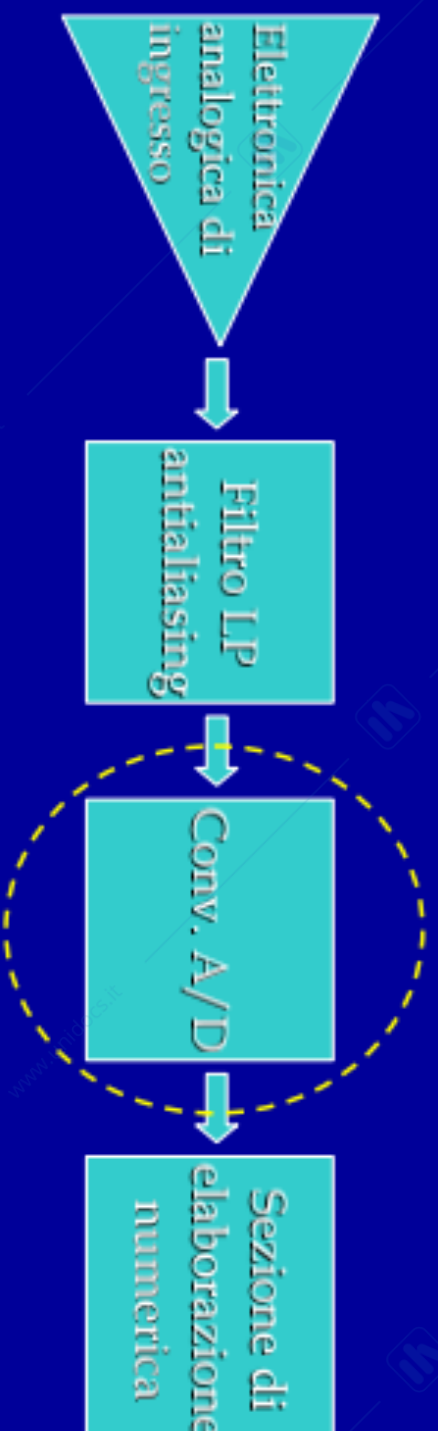
AS a FFT: filtro antialiasing



Il **filtro passa basso antialiasing** ha la caratteristica di essere piatto nella banda di utilizzo e scendere con pendenza molto elevata (filtro a molti poli): l'ideale sarebbe un filtro rettangolare (non realizzabile)

Serve a limitare la banda di modo che $B < f_c/2$

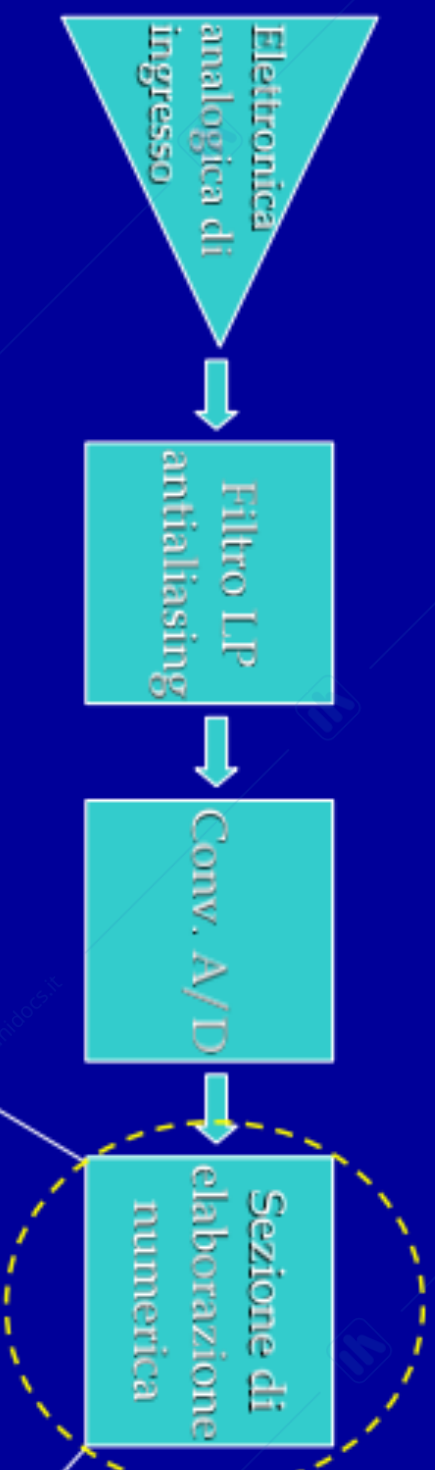
AS a FFT: convertitore A/D



Il **convertitore A/D** viene fatto lavorare sempre alla massima velocità (un valore tipico è 400 kSa/s con 16 bit di risoluzione). In questo modo è possibile mantenere fisso il filtro antialiasing

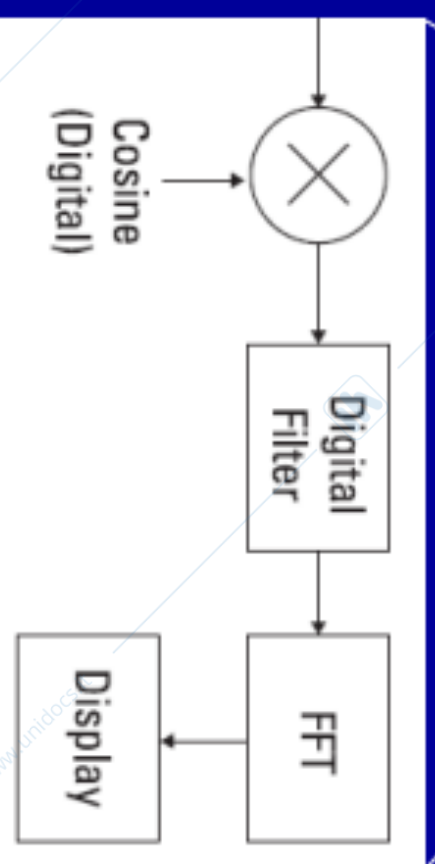
La selezione della banda da visualizzare è fatta esclusivamente tramite elaborazione digitale

AS a FFT: elaborazione numerica



La **sezione di elaborazione numerica** consiste in 3 stadi:

- Mixer digitale
- Filtraggio per decimazione
- Algoritmo FFT

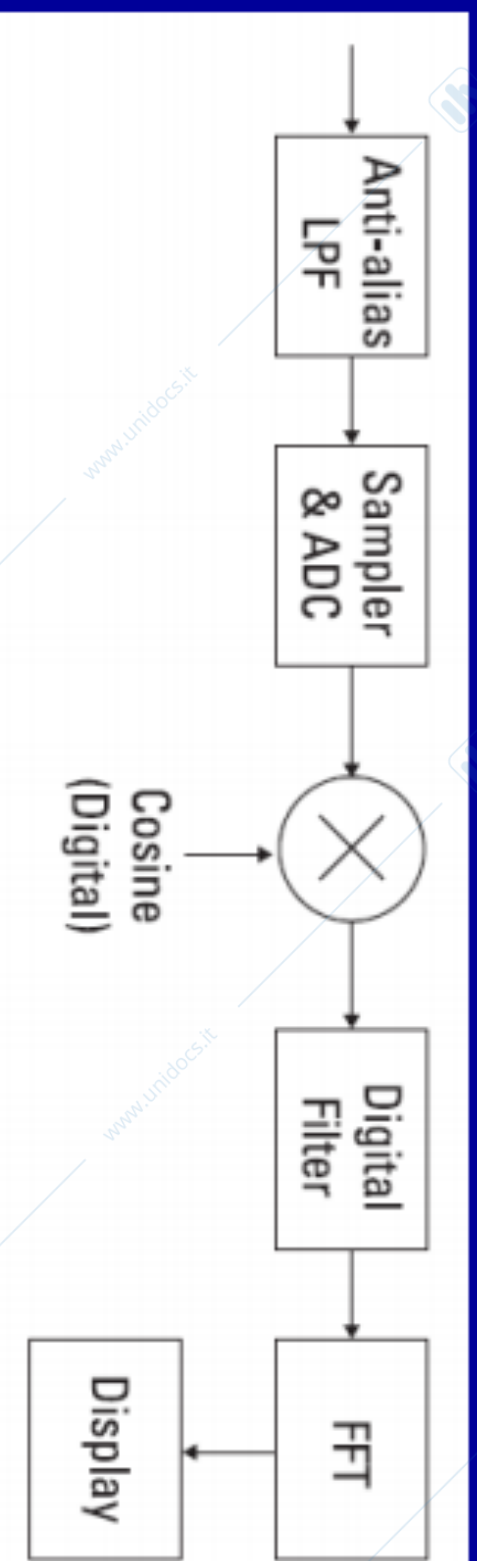


AS a FFT: mixer digitale

Il **mixer digitale** consiste in una **moltiplicazione numerica per una sinusoidale**, il che comporta una traslazione in frequenza (del segnale precedentemente acquisito e digitalizzato)

Tramite questo mixer è possibile scegliere la frequenza centrale di visualizzazione dell'AS. Il principio è lo stesso dell'**eterodina**, però **effettuato digitalmente**

Per spettri che partono "da 0 Hz", non si effettua moltiplicazione



AS a FFT: decimazione

Il **filtro digitale** effettua una **decimazione** dei campioni: dagli N campioni nel tempo crea un vettore n volte più piccolo, ottenendo ogni singolo valore come **media di n campioni** (come *High-Res in OD*)

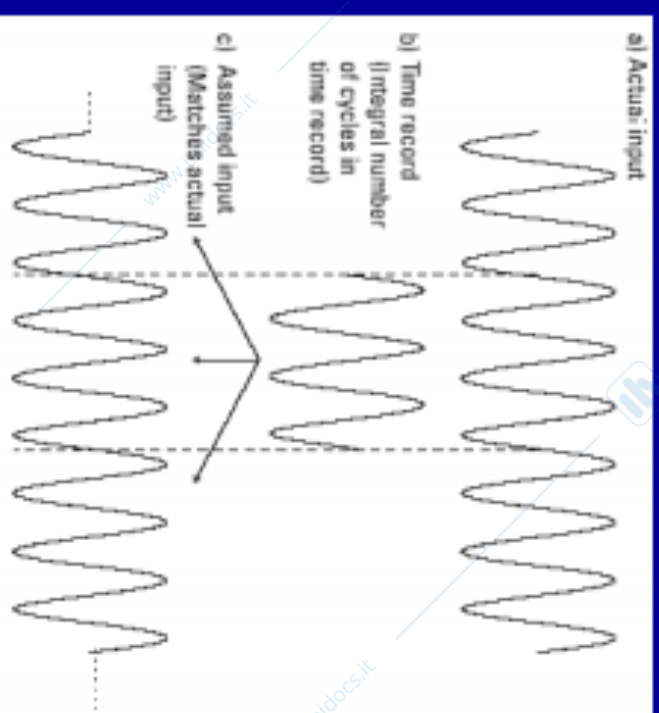
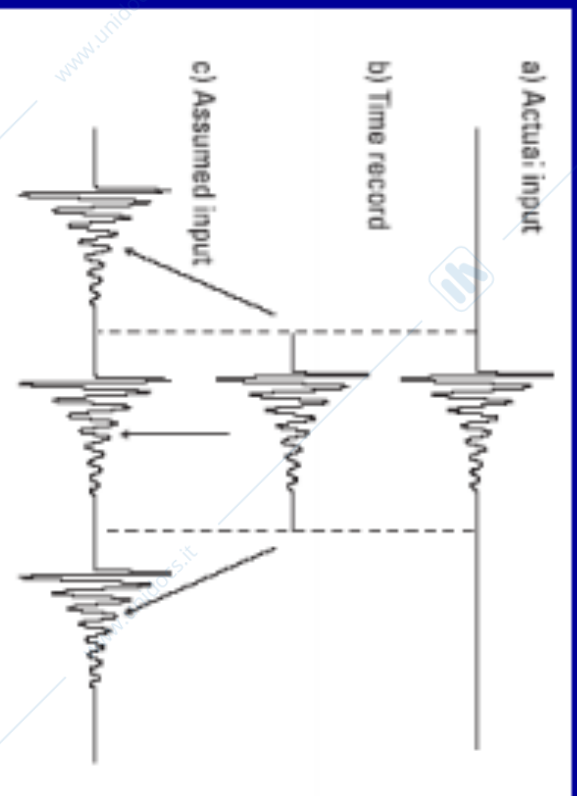
Con questo **filtraggio** si riduce lo **SPAN** della **visualizzazione al valore desiderato** (è come avere ridotto la frequenza "effettiva" di campionamento): il successivo algoritmo FFT opera tipicamente su un numero prefissato di campioni (solitamente 1024)

Il vettore (spettro) risultante dall'FFT assume una **posizione in frequenza** (f_{CENTER} e **SPAN**) che **dipende dal mixer digitale e dalla decimazione** effettuata

AS a FFT: windowing (1/3)

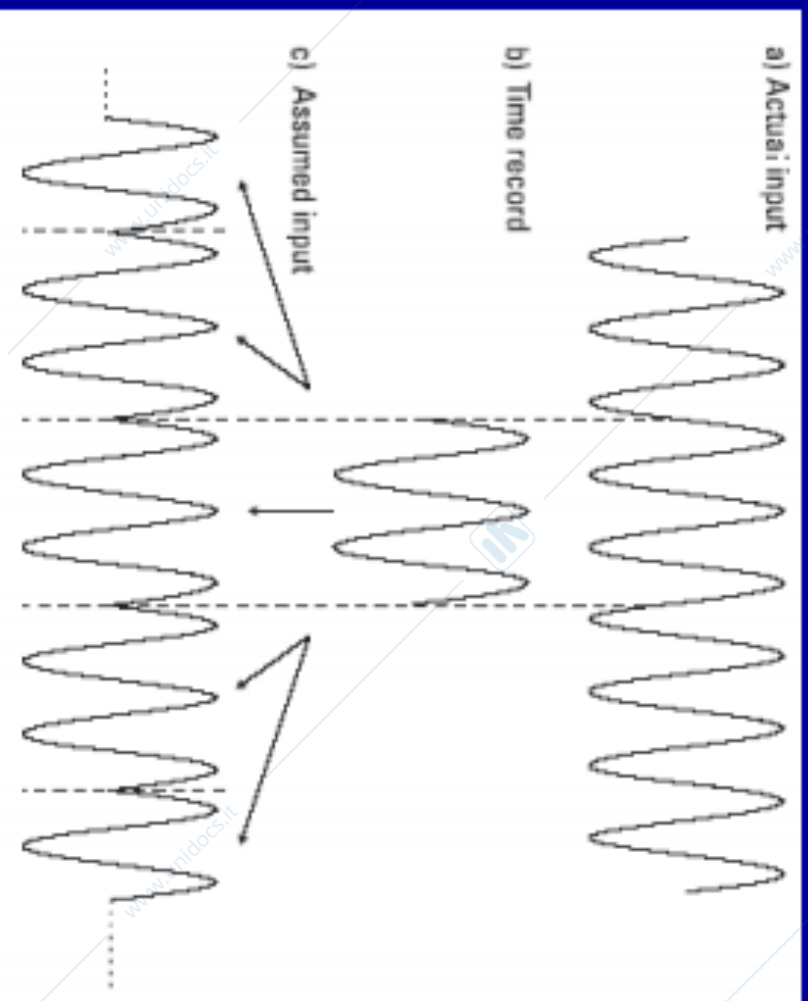
Lo spettro ottenuto tramite l'algoritmo FFT presuppone che il segnale nel tempo sia periodico (ricordiamo che **discreto** - campioni - **in frequenza** implica **periodico nel tempo** e viceversa)

Nel caso di segnali con durata limitata, o periodici campionati esattamente in fase, non ci sono problemi nel **"periodicizzare"** il segnale nel tempo



AS a FFT: windowing (2/3)

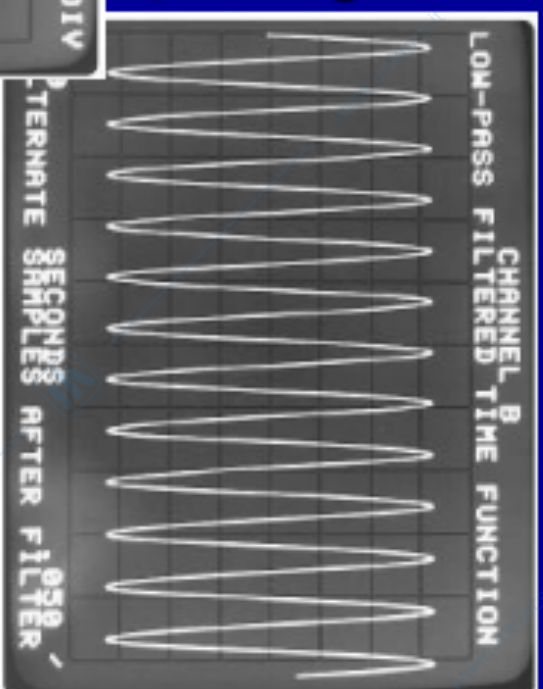
È invece molto probabile che l'acquisizione del segnale (se non si ha a disposizione un *trigger*) sia come in figura, per cui il segnale "periodicizzato" subisce delle **discontinuità agli estremi della finestra**



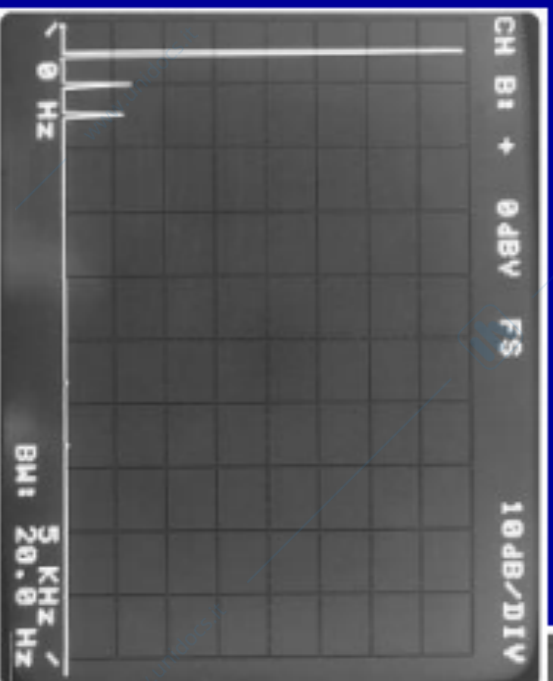
AS a FFT: windowing (2/3)

I salti di fase (discontinuità) indotti da questa fittizia periodicità introducono componenti spurie in frequenza che possono mascherare il segnale reale

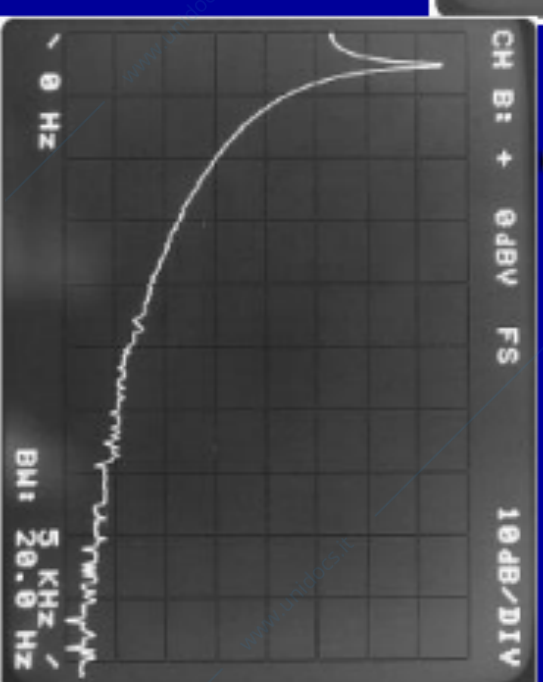
Segnale
acquisito
nel tempo



Spettro corretto



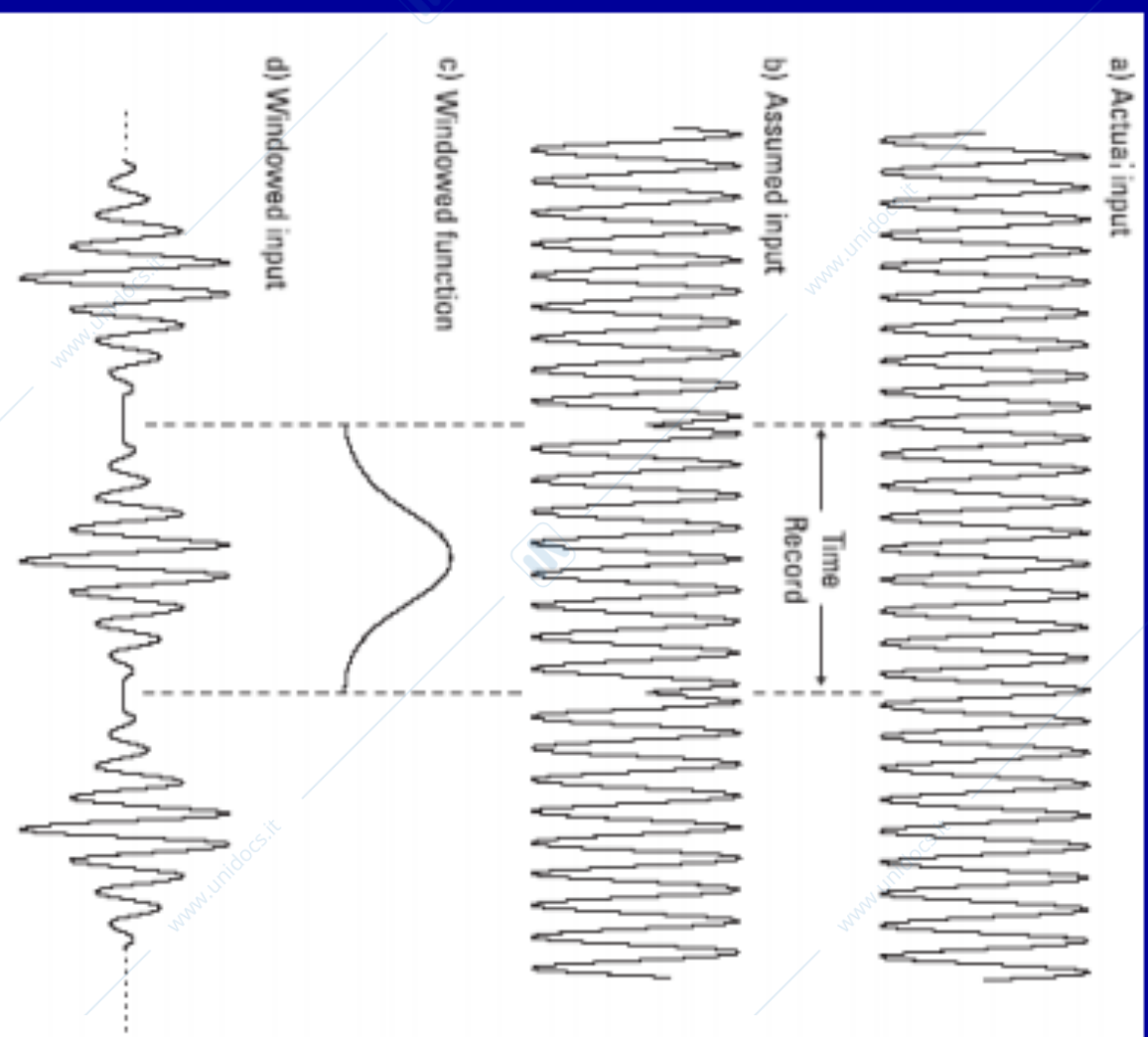
Spettro da FFT



AS a FFT: windowing (3/3)

Per evitare i salti di fase si utilizza la tecnica della **finestratura**: si moltiplica il segnale nel tempo per una "funzione (finestra) a campana", che valga zero ai bordi dell'intervallo

A seconda della funzione utilizzata si hanno finestre con diverse proprietà (di accuratezza/selettività spettrale o di accuratezza in ampiezza/potenza)



AS a FFT: esempio (1/2)

Impiegando un convertitore A/D a 400 kSa/s si vuole visualizzare lo spettro di un segnale (con 1024 punti) nell'intorno di 1 kHz, con risoluzione Δf pari a 1 Hz

E' necessario quindi campionare per circa 1 s ($\Delta f = 1/T$): scegliamo $T=1.024$ s ottenendo $N=4096$ campioni. (L'intervallo di campionamento è scelto in modo tale da avere un multiplo intero di 1024 campioni)

Il mixer digitale moltiplica gli N campioni per una sinusoidale a 1 kHz (fissando $f_{\text{CENTER}} = [f_{\text{STOP}} - f_{\text{START}}]/2 = 1$ kHz) e poi il filtro digitale decima (media) i campioni acquisiti di un fattore 400, ottenendo i 1024 punti per l'algoritmo FFT (lo SPAN passa da 200 kHz a 500 Hz)

AS a FFT: esempio (2/2)

I 1024 campioni vengono quindi elaborati dall'algoritmo FFT ottenendo 512 campioni ("spettro unilatero"), a partire dalla frequenza 1 kHz, con risoluzione spettrale Δf pari a circa 1 Hz ($\Delta f = 1 / 1.024 \text{ s} = 0.9766 \text{ Hz}$)

Lo spettro monolatero del segnale ricostruito va da 0 Hz a 500 Hz ($512 \times 0.9766 \text{ Hz}$), ma tenendo presente che a 0 Hz è stata traslata la frequenza di 1 kHz

I 512 punti visualizzati sullo schermo rappresentano dunque le frequenze da 1000 Hz sino a 1500 Hz

Se anziché moltiplicare il segnale campionato per un seno digitale, lo si moltiplica per un esponenziale complesso è possibile ottenere 1024 punti significativi di cui 512 prima di 1 kHz e 512 dopo 1 kHz

$\Rightarrow f_{\text{START}} = 500 \text{ Hz}$ e $f_{\text{STOP}} = 1500 \text{ Hz}$

FINE del CORSO (Lezioni)

Grazie per la vs attenzione!