FONDAMENTI DELLA MISURAZIONE **18 Giugno 2019**

Prof. Michele Norgia **Primo appello AA 2018/2019**

Tempo a disposizione 1h35min TOT, 1h II P **Aula 9.1.2 ore 11.30**

COGNOME: ___________________________ **Nome:** _______________________ *(stampatello)*

Corso di Laurea: __________ **Matricola e firma** __ __ __ __ __ __ ______________*(firma leggibile)*

Punteggi: (precompito **8**+ESE1 **10**+ESE2 **8**+ESE3 **7** =**33** p)

Crocettare la scelta e gli esercizi svolti **(almeno parzialmente)**

ESAME INTERO (1 2 3) □ SOLO SECONDA PARTE(2 3)□

SOLUZIONI

(35 min)

Esercizio 1

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1a) Misuriamo 10 volte il valore di capacità di un condensatore, ottenendo i seguenti valori in picofarad: **1.03, 1.04, 0.94, 0.91, 1.11, 0.89, 1.12, 0.97, 1.03, 0.96**.

Si ricavi la miglior stima del valore di capacità C e la sua incertezza relativa.

1b) La formula che descrive la capacità di un condensatore in funzione delle sue dimensioni fisiche è:

$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{S}{d}$, dove ε_0 ed ε_r sono rispettivamente la costante dielettrica del vuoto e la costante dielettrica relativa del materiale dielettrico, S è l'area delle piastre, e d la loro distanza.

La superficie ***S*** **misura 1 mm^2** con **incertezza estesa del 10 %** (dato fornito dal costruttore con confidenza al 95 %) mentre la distanza è ***d*=45 μm**, misurata con **risoluzione 1 μm**.

La costante dielettrica del vuoto è $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ **=8.8542 10^{-12} F/m**, nota con incertezza trascurabile.

Si ricavi il valore di misura della costante dielettrica relativa ε_r del dielettrico e la sua incertezza tipo.

1c) Una misura indipendente della costante dielettrica dello stesso materiale ha fornito come risultato $\boldsymbol{\varepsilon_r}$**=4.40(40).** Si discuta la compatibilità tra le 2 misure.

1d) Si ricavi la miglior stima della costante dielettrica relativa ε_r e la sua incertezza.

1a) Il valor medio delle N=10 letture di capacità è

$$C=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i = 1 \text{ pF}$$

Le N letture C_i di capacità presentano una varianza campionaria

$$s^2(C_i)=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(C_i - C\right)^2 \cong 6.4\times 10^{-3} \text{ pF}^2$$

da cui si calcola lo scarto tipo del valor medio (incertezza di categoria A) come

$$u(C)=\sigma\left(\bar{C}\right)=\frac{s\left(C_i\right)}{\sqrt{N}}=\frac{80}{\sqrt{10}} \text{ fF=25 fF}$$

con una incertezza relativa $\boldsymbol{u_R(C)}=\dfrac{u(C)}{C}=\dfrac{0.025}{1}$ **=2.5 %.**

1b) Calcoliamo il valore atteso della misura di costante dielettrica relativa misurata indirettamente:

$$\varepsilon_r=\frac{Cd}{S\varepsilon_0}=\frac{1\times10^{-12}\times 45\times10^{-6}}{1\times10^{-6}\times 8.8542\times10^{-12}} \cong \mathbf{5.082}$$ (si ricordi che ε_r è un numero puro).

L'incertezza relativa della superficie S è data dal testo $u_R(S)=U_R(S)/k=5$ % con $k=2$ per l'incertezza estesa $U_R(S)$ dato il livello di confidenza al 95 % e assunto un modello normale. Invece ε_0 ha incertezza trascurabile.

L'incertezza sulla misura dello spessore è dovuta alla risoluzione finita e dunque alla quantizzazione dello strumento: tale incertezza è pari all'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione divisa per $\sqrt{12}$:

$u(d)=1/\sqrt{12}$ µm= 0.29 µm e quindi un'incertezza relativa $u_R(d)=\dfrac{u(d)}{d}=\dfrac{0.29}{45}=0.64$ %.

Dato che la relazione funzionale che lega ε_r alle altre grandezze (tutte indipendenti) implica solo prodotti e divisioni con esponenti unitari, è possibile ottenere direttamente l'incertezza relativa dell'uscita come somma quadratica delle incertezze relative degli ingressi:

$$[\,u_R(\varepsilon_r)\,]^2 = [\,u_R(C)\,]^2 + [\,u_R(d)\,]^2 + [\,u_R(S)\,]^2 = 0.025^2 + 0.0064^2 + 0.05^2 \cong 3.17\times10^{-3}$$

da cui $\boldsymbol{u_R(\varepsilon_r)}$ **= 5.6 %** ed infine una incertezza assoluta $u(\varepsilon_r) = u_R(\varepsilon_r)\times\varepsilon_r = 0.28$.

La misura effettuata ha fornito quindi il seguente risultato: $\boldsymbol{\varepsilon_r}$ **= 5.08(28)**.

1c) I due risultati di misura, espressi in notazione compatta, sono:

$\boldsymbol{\varepsilon_{r,A}}$**=5.08(28)** $\boldsymbol{\varepsilon_{r,B}}$**=4.40(40)**

Siamo in presenza di 2 misure differenti della medesima grandezza fisica, che hanno fornito valori diversi e con incertezze differenti. **Si avrà compatibilità tra coppie di misure indipendenti se la distanza tra i due valori di misura è inferiore alla radice quadrata della somma quadratica delle due incertezze, eventualmente estesa per un fattore di copertura *k***: $\left|M_\alpha - M_\beta\right| \le k\sqrt{u^2(M_\alpha)+u^2(M_\beta)}$, con valori possibili/plausibili k=1, 2, o 3. Naturalmente a valori di k inferiori corrispondono compatibilità più forti.

Nel caso considerato si ottiene compatibilità per un fattore di copertura minimo $\boldsymbol{k_{AB}}$**≅1.39~1.4**. **Le due misure sono tra loro compatibili con *k*=2**.

1d) Ricorrendo al criterio della media pesata tra le misure compatibili, la miglior stima per il valore della misura e la sua incertezza tipo sono:

$$\boldsymbol{\varepsilon_r=\varepsilon_{r,MP}}=\frac{\dfrac{\varepsilon_{r,A}}{u^2(\varepsilon_{r,A})}+\dfrac{\varepsilon_{r,B}}{u^2(\varepsilon_{r,B})}}{\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,A})}+\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,B})}}\mathbf{=4.86} \quad ; \quad \boldsymbol{u(\varepsilon_r)=u(\varepsilon_{r,MP})}=\sqrt{\frac{1}{\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,A})}+\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,B})}}}\mathbf{=0.23}$$

Come previsto dalla teoria, il valore della media pesata cade nell'intervallo tra i due valori mediati e più vicino a quello con incertezza minore, mentre l'incertezza della media pesata risulta inferiore alla più bassa tra le due incertezze delle misure mediate.

La miglior stima (misura) finale è quindi $\boldsymbol{\varepsilon_r=\varepsilon_{r,MP}}$**=4.86(23)**.

(35 min)

Esercizio 2

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2a) Indicare quali caratteristiche minime deve avere una DAQ (al cui interno è presente un amplificatore con guadagni $G = 0.5$, 1, 10, 100 e un convertitore A/D con dinamica unipolare 0V +5 V) per poter acquisire contemporaneamente i seguenti segnali:

V_1 Segnale analogico con banda massima di 10 kHz, ampiezza massima 600 mV picco-picco, a valor medio 1 V, di cui si vogliono apprezzare dettagli con risoluzione migliore di 0.1 mV.

V_2 Onda quadra con livelli 0 V e 5 V, ad una frequenza di 5 kHz, di cui si devono acquisire almeno 20 campioni per periodo.

V_3 Segnale proveniente da un sensore di pressione, con sensibilità di 10 μV/°Pa, impiegato per misurare una pressione P intorno ai 10 kPa, con incertezza richiesta $u(P) \leq 10$°Pa.

2b) Quale tipo di convertitore analogico digitale è probabilmente utilizzato in questa DAQ?

2c) Un convertitore A/D a 14 bit e 1 MSa/s, privo di altre non-idealità ad eccezione di un rumore interno con varianza $\sigma_N^2 = 2 \times 10^{-8}$ V^2,ha una dinamica D da 0 V a1 V. Si calcoli il numero di bit equivalenti del convertitore.

2a) La scheda di acquisizione deve avere almeno 3 canali di ingresso, preferibilmente in modalità **differenziale**, per misurare il segnale V_1 (di cui si vogliono apprezzare dettagli con risoluzione migliore di 0.1 mV).

Volendo acquisire contemporaneamente i 3 segnali, la scheda di acquisizione deve avere una frequenza di campionamento 3 volte più grande di quella indispensabile per il singolo canale. Inoltre il numero di bit è dettato dal canale che richiede la migliore risoluzione relativa.

Il guadagno dell'amplificatore e quindi le dinamiche impostabili all'interno della scheda sono: $D_{scheda,1} = +10$ V ($G = 0.5$), $D_{scheda,2} = +5$ V ($G = 1$), $D_{scheda,3} = +500$ mV ($G = 10$), $D_{scheda,4} = +50$ mV ($G = 100$). Per ottimizzare l'accuratezza della misura utilizzeremo sempre la minima dinamica che contiene interamente il segnale da misurare.

Il primo segnale deve essere campionato ad almeno **20 kSa/s** (il doppio della sua banda massima di 100 kHz). La sua dinamica va da 700 mV a 1300 mV, per cui scegliamo $\boldsymbol{G_1 = 1}$. Il numero di livelli di quantizzazione richiesto è quindi $N_1 = D_{A/D}/(G_1 \times \Delta V_1) = 5$ V / (1 ×0.1 mV) = 50000 livelli. Per cui il numero di bit richiesti per questo canale è $\boldsymbol{n = 16}$ ($2^n = 65536$).

Il secondo segnale, onda quadra alla frequenza di 5 kHz, deve essere campionato con almeno 20 punti per periodo, per cui:

$f_{c,2}$ =5 kHz × 20 Sa = **100 kSa/s.**

Per quanto riguarda il secondo segnale non ci sono richieste particolari sulla risoluzione. La sua dinamica va da 0 V a +5 V, per cui scegliamo possiamo scegliere $G_2 = 1$, o anche $G_2 = 0.5$.

Il terzo segnale è una misura di pressione, su cui non abbiamo richieste di velocità. L'incertezza richiesta sulla misura di tensione vale $u(V_3)$ = (10°Pa) × 10 μV/Pa= 100 μV, a cui corrisponde un intervallo di quantizzazione (risoluzione) $\Delta V_3 = u(V_3) \times 12^{0.5} \cong 350$ μV.

La dinamica stimata vale V_3 = 10°kPa × 10 μV/Pa = 100 mV, per cui scegliamo $\boldsymbol{G_3 = 10}$. In questo caso il numero di livelli di quantizzazione minimo vale:

$N_3 = D_{A/D}/(G_3 \times \Delta V_3)$= 5 V / (10 × 350 μV) ≅ 1430. Per cui il numero di bit richiesti è $\boldsymbol{n = 11}$.

Riepilogando, è necessaria una scheda con **3 canali, operanti in modalità differenziale**, con frequenza di campionamento di almeno **300 kSa/s** (il triplo della più alta richiesta dal singolo segnale), con almeno $\boldsymbol{n = 16}$ **bit**.

2b) Un convertitore analogico digitale con queste prestazioni è tipicamente ad approssimazioni successive.

2c) La risoluzione dimensionale è $\Delta V = D/2^n = (1\ \mathrm{V})/(2^{14}) = (1\ \mathrm{V})/(16384) \cong 61\ \mu\mathrm{V}$.
Per ricavare il numero di bit equivalenti n_e, utilizziamo la formula

$$n_e = n - \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_q^2 + \sigma_N^2}{\sigma_q^2}\right) = n - \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{\sigma_N^2}{\sigma_q^2}\right)$$

Dove n è il numero di bit, σ_q^2 è la varianza di quantizzazione e σ_N^2 è la varianza del rumore interno.

Essendo

$${}_q^2 = u_q^2 = \frac{(\ V)^2}{12} \quad 3.1\times 10^{10}\ \mathrm{V}^2 \mathrm{e} \quad {}_N^2 = (V_{N,eff})^2 \quad 2 \quad 10^{8}\ \mathrm{V}^2$$

si ottiene

$$n_e = n \quad \frac{1}{2}\log_2\ 1 + \frac{200}{3.1} \div \quad n \quad \frac{1}{2}\log_2(65.4) \quad n \quad 3 = 11\ \mathrm{bit}$$

(25 min) **Esercizio 3**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

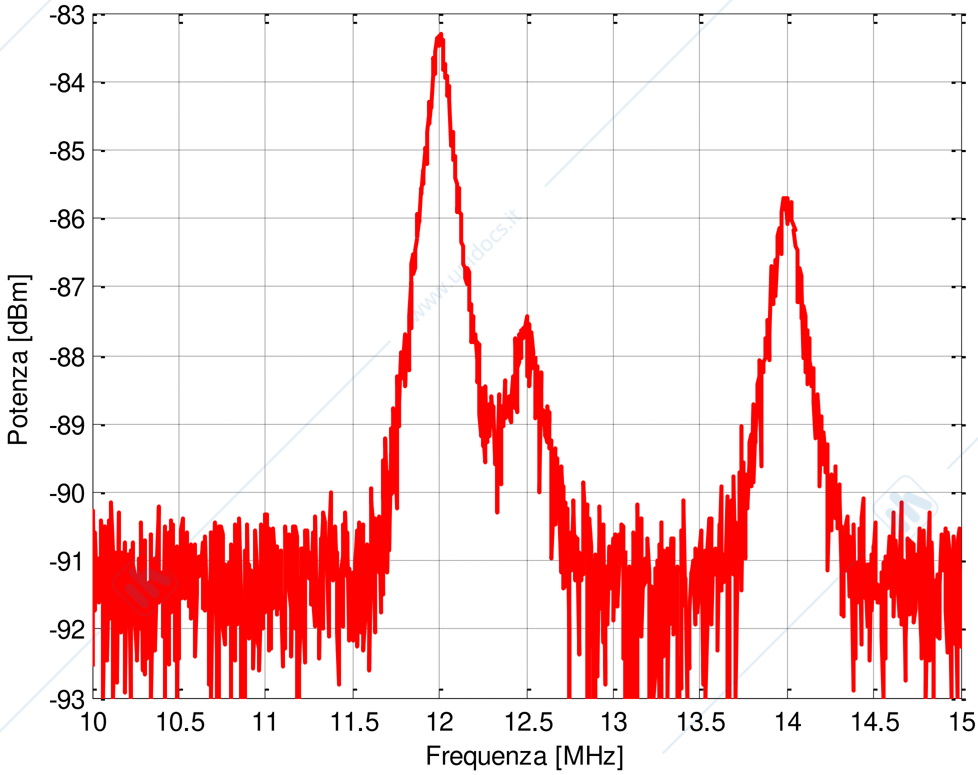
3a) In figura è riportato lo schermo di un analizzatore di spettro a supereterodina. Si descrivano tutte le impostazioni scelte dall'utente per ottenere questa misura.

3b) Quanto vale il rapporto segnale-rumore per il segnale più ampio?

3c) Si stimino il minimo tempo necessario per effettuare questa scansione e la *noise figure* dell'analizzatore.

3d) Si disegni sullo schermo la traccia che verrebbe visualizzata se si raddoppiasse la *RBW*. Che cosa è cambiato con questa nuova impostazione?

3e) Sarebbe possibile visualizzare questo segnale con un oscilloscopio?



3a) Impostazioni:

f_{START}=10 MHz e f_{STOP}=15 MHz, dunque con *SPAN*=5 MHz.

Reference level RL=-83 dBm con amplificazione verticale A_y=1 dB/DIV

Tutte le righe spettrali visualizzate hanno una piena larghezza a metà altezza (FWHM) dal picco che è uguale alla r*esolution bandwidth* ***RBW*=200 kHz** (2/5 di divisione a -3dB dal picco).

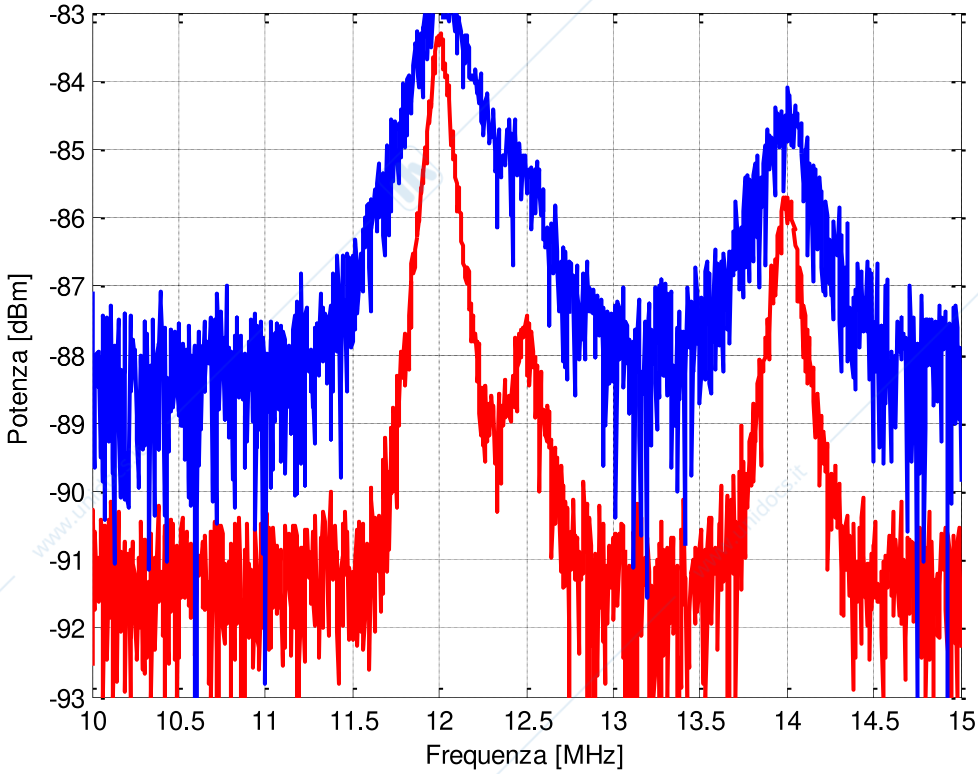
3b) Il segnale a 12 MHz ha un rapporto degnale-rumore di circa **8 dB.**

3c) Il tempo di scansione minimo vale circa $ST \cong 3\frac{SPAN}{RBW^2} = 3\frac{5\cdot 10^6}{(2\cdot 10^5)^2}$ = **0.375 ms**

Dove con il fattore 3 si è tenuto conto del tempo di risposta del filtro quasi-gaussiano presente all'interno dell'analizzatore di spettro.
Dal fondo di rumore ricaviamo la *noise figure* dell'analizzatore:

$\boldsymbol{P_{FLOOR}}$**=-91 dBm** = *NF*·*kT*·*RBW*= *NF*-174 dBm/Hz+53 dB·Hz da cui ***NF* = 30 dB**.

3d) Se aumentassimo da 200 kHz a 400 kHz la *RBW* si allargherebbero i picchi (non si vedrebbe più il segnale a 12.5 MHz) e salirebbe di 3 dB il fondo di rumore, come mostrato dalla curva blu in figura. Inoltre il tempo di scansione minimo sarebbe 4 volte più breve.



3e) Il segnale più alto (a 12 MHz) ha una potenza di circa -83.5 dBm, corrispondenti a circa 4.5 pW. La sua ampiezza su 50 Ω vale:

$$A = \sqrt{2RP} = 21\ \mu\text{V}$$

Un segnale di tale ampiezza non è visualizzabile da un oscilloscopio, in quanto ben al di sotto del suo fondo di rumore (si pensi che normalmente la massima amplificazione verticale è 1 mV/DIV).

Esercizio ___ *(continua)*

[foglio addizionale per eventuale esercizio "lungo"]

INDICARE IL RICHIAMO IN FONDO ALLA PAGINA DELL'ESERCIZIO CORRISPONDENTE

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari