MISURE E STRUMENTAZIONE **mercoledì 19 febbraio 2020**

Prof. Michele Norgia **Secondo appello AA 2019/2020**

Tempo a disposizione 2 h (1 h solo II parte) **Aula 2.0.1 ore 8.30**

Cognome e nome: ______________________________ ____________________ *(stampatello)*

Matricola e firma __ __ __ __ __ __ ____________________ *(firma leggibile)*

Esercizi svolti (almeno parzialmente): precompito 1 2 3 4 (7+8+5+4+8 =32p) *(crocettare)*

N.B. Si richiede di **crocettare tutti i sottopunti**, ad es. 1c), 1d), degli esercizi ai quali si è dato risposta.

Crocettare ☐ SOLO SECONDA PARTE (ESERCIZI 3 e 4)

SOLUZIONI

(35 min)

Esercizio 1

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1a) Con una bilancia analogica si eseguono **6** misure ripetute della massa di un recipiente: $\boldsymbol{M_{A,i}}$**= (18.6;19.2;16.8;17.9;18.2;17.3) kg**. Si ricavi la misura M_A e la sua incertezza $u(M_A)$.

1b) Il medesimo recipiente viene posto su una bilancia digitale, con **portata 150 kg e 300 livelli**, che legge la massa $\boldsymbol{M_D}$**=18.5 kg**. Si esprimano valore e incertezza di misura estesa con un fattore di copertura 2.

1c) Il recipiente usato è sferico con **raggio interno** $\boldsymbol{r}$**=20.00(20) cm** e **raggio esterno** $\boldsymbol{R}$**=21.000(10) cm**. Il materiale del contenitore è alluminio con densità teorica $\boldsymbol{\rho_{Al}}$ **variabile da 2.71 kg/dm^3** a **2.73 kg/dm^3**, in funzione dello strato di ossido superficiale.

Si valuti la massa $\boldsymbol{M_T}$ del recipiente (come differenza tra due sfere) e la sua incertezza tipo.

1d) Si discuta la compatibilità tra le tre misure disponibili: M_T, M_A e M_D.

1e) Si valuti la miglior stima della massa del recipiente e la sua incertezza.

1a) Il valore di misura, valor medio delle 6 misure ripetute, è

$$M_A = \overline{M}_A = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_{A,i}}{n} = 58.000000 \text{ kg} = \mathbf{18\ kg}$$

L'incertezza di categoria A vale

$$u(M_A) = u_A(M_A) = s^2\left(\overline{M}_A\right) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(M_{A,i} - \overline{M}_A\right)^2} \cong 0.354965 \text{ kg} = \mathbf{0.36\ kg}$$

1b) La risoluzione della bilancia digitale è ΔM_D=(150 kg)/300=0.5 kg e da questa si può ricavare una incertezza, di quantizzazione, $u(M_D)=u_q(M_D)$=(0.5 kg)/ $\sqrt{12}$ ≅0.14 kg e dunque la misura secondo la **bilancia digitale è $\boldsymbol{M_D}$=18.50(14) kg**, mentre $\boldsymbol{U(M_D)}$**= 0.28 kg** con fattore di copertura 2.

1c) Il volume del recipiente (parte in alluminio) si ricava dalla differenza del volume esterno della sfera ($V_{tot}=4/3\pi R^3$=38.7924 dm^3) e quello interno ($V_{H2O}=4/3\pi r^3$=33.5103 dm^3):

$\boldsymbol{V_{Al}=4/3\pi(R^3-r^3)}$**=5.2821 dm^3**.

La massa del recipiente è allora

$\boldsymbol{M_T} = \rho_{Al}\times V_{Al} = \rho_{Al}\times 4/3\pi(R^3-r^3)$**=14.367 kg**.

Avendo scelto $\boldsymbol{\rho_{Al}}$ **= 2.72 kg/dm³** , a cui possiamo attribuire una distribuzione uniforme, a cui corrisponde una incertezza:

$u(\rho_{Al})=\Delta\rho_{Al}/\sqrt{12} \cong 0.0058$ kg/dm^3.

Si ha quindi una incertezza relativa

$\boldsymbol{u_r(\rho_{Al})}=u(\rho_{Al})/\rho_{Al}=0.0058/2.72=0.$**21 %.**

L'incertezza sul fattore $F=(R^3-r^3)\cong 1.26$ dm^3 è pari a

$u(F)=[9R^4u^2(R)+9r^4u^2(r)]^{1/2} \cong 3r^2u(r) = 0.24$ dm^3,

con infine una incertezza relativa $\boldsymbol{u_r(F)}=u(F)/F=0.24/1.26$**=19 %.**

(Si noti che si poteva calcolare l'incertezza di V_{Al} al posto di quella di F, il risultato avrebbe portato comunque alla stessa incertezza relativa).

Essendo $M_T=4/3\pi\cdot F\cdot\rho_{Al}$ un semplice prodotto dei due ingressi F e ρ_{Al} e poiché $u^2_r(F)>>u^2_r(\rho_{Al})$, si deduce immediatamente che $\boldsymbol{u_r(M_T)\cong u_r(F)}$**≅19 %** ed infine $\boldsymbol{u(M_T)} = u_r(M_T)\cdot M_T \cong$ **2.7 kg**.

M_T=14.4(27) kg

1d) Nel complesso siamo in presenza di 3 misure differenti della medesima grandezza fisica (la massa M del recipiente). Si avrà compatibilità tra coppie di misure indipendenti se la distanza tra i due valori di misura è inferiore alla radice quadrata della somma quadratica delle due incertezze, eventualmente estesa per un fattore di copertura k: $\left|M_\alpha - M_\beta\right| \le k\sqrt{u^2(M_\alpha)+u^2(M_\beta)}$, per k=1, 2, o 3

Nel caso considerato: M_T=14.4(27) kg, M_A=18.00(36) kg, M_D=18.50(14) kg e si ottiene compatibilità per fattori $\boldsymbol{k_{TA}}$**=2,** $\boldsymbol{k_{TD}}$**=2,** $\boldsymbol{k_{AD}}$**=2**. Dunque **saranno tutte compatibili tra loro con k=2**.

1e) Decidiamo quindi di ricavare la miglior stima della misura attraverso la media pesata:

$$M = \frac{\frac{M_A}{u^2(M_A)}+\frac{M_D}{u^2(M_D)}+\frac{M_T}{u^2(M_T)}}{\frac{1}{u^2(M_A)}+\frac{1}{u^2(M_D)}+\frac{1}{u^2(M_T)}} \cong \mathbf{18.4249\ kg}$$

Con incertezza pari a

$$u(M) = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{u^2(M_A)}+\frac{1}{u^2(M_D)}+\frac{1}{u^2(M_T)}}} \cong \mathbf{0.13\ kg}$$

Concludendo, la miglior stima della massa vale $\boldsymbol{M}$ **= 18.42(13) kg** (valore molto vicino a M_D, che del resto era la misura più accurata).

(25 min) **Esercizio 2**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2a) Si intende tarare un sensore a termocoppia. Il giunto freddo viene posto a 20°C e si acquisiscono 4 valori di tensione di uscita in corrispondenza alle seguenti temperature del giunto caldo:

T giunto caldo [°C]	Tensione di uscita [mV]
30	0.202
40	0.399
60	0.803
80	1.199

Si calcoli la sensibilità della termocoppia attraverso una regressione lineare

Nota: Si riportano qui sotto le formule che esprimono il coefficiente angolare m e l'intercetta q sull'asse Y della retta di regressione ai minimi quadrati:

$$m = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad q = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = \frac{\sum y_i - m\sum x_i}{n}$$

2b) Le misure di tensione del punto a) sono state effettuate con una scheda di acquisizione dati con dinamiche impostabili ±5 V, ±500 mV, ±50 mV. Si calcoli il numero minimo di bit della scheda impiegata.

2a) Consideriamo che la termocoppia misura una differenza di temperatura tra i due giunti, per cui scegliamo come varabile indipendente x la differenza di temperatura tra giunto caldo e freddo, e come variabile dipendente la tensione di uscita. Applicando le due formule si ottiene

***m* = 19.975 µV/°C; *q* = -1.57 µV**.

La sensibilità della termocoppia vale quindi $\boldsymbol{\alpha = m}$ **= 19.975 µV/°C**

2b) La misura effettuata sulla termocoppia mostra un ΔV = 1µV. Considerando di impiegare dal scheda DAQ con il guadagno massimo (dinamica ±50 mV), il numero minimo di livelli necessari sarebbe:

$$N = \frac{D}{\Delta V} = \frac{100\ \text{mV}}{1\ \mu\text{V}} = 10^5$$

Che corrispondono a **16.6 bit**. Da un punto di vista formale la scheda DAQ dovrebbe avere almeno 17 bit. Però, considerando che con 16 bit avremmo $\Delta V \cong 1.5\mu V$, le misure potrebbero essere state ottenute da una scheda a 16 bit e arrotondate o semplicemente mediate su più punti.

(20 min) **Esercizio 3**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

3) Un voltmetro integratore a doppia rampa, con risoluzione di 4½ cifre e dinamica da 0 V a 19.999 V, opera con un orologio interno alla frequenza di 1 MHz.

3a) Il voltmetro ha un tempo di salita T_U=20 ms. Si calcoli la reiezione ai disturbi alle frequenze f_1=700 Hz e f_2=723 Hz, esprimendole in dB.

3b) Si calcoli la risoluzione di misura, il valore della tensione di riferimento utilizzata V_R, e il numero massimo di conteggi nelle fasi di salita e discesa.

3c) A quale massima frequenza di conversione può operare questo voltmetro?

3a) Grazie al processo di integrazione, la reiezione in ampiezza ad un generico disturbo a frequenza f vale:

$$r = \frac{\pi f T_U}{|\sin(\pi f T_U)|}$$

Alla frequenza di f_1=700 Hz, multiplo della frequenza di rete, la reiezione sarà infinita essendo T_U pari a 20 ms (il periodo di rete). Lo stesso risultato si ottiene, anziché con il ragionamento, calcolando l'espressione precedente e ottenendo $r_1 \rightarrow \infty$.

Nel caso della frequenza f_2=723 Hz, occorre calcolare

$$r_2 = \frac{\pi f_2 T_U}{|\sin(\pi f_2 T_U)|} = \mathbf{45.78}$$ corrispondenti a circa **33.2 dB** (calcolati come $20\log_{10}(r_2)$)

3b) Date le 4 ½ cifre del *display* e la dinamica considerata, si avrà una **risoluzione ΔV=1 mV** e un numero di livelli N=20 000, che corrisponde al massimo conteggio in discesa: dunque $\mathbf{N_{D,MAX}=20\,000}$. Il numero di conteggi in salita è invece

$N_U = T_U/T_C = T_U f_C$ =20 ms × 1 MHz **= 20 000**

Dalla relazione del voltmetro a doppia rampa otteniamo il valore della tensione di riferimento V_R:

$$V_R = -\frac{T_U}{T_D} V_x = -\frac{N_U}{N_D} V_x = -\frac{N_U}{N_{D,MAX}} V_{x,MAX} = \mathbf{20\ V}$$

3c) Il massimo tempo di discesa si ha in corrispondenza della massima tensione di ingresso, per cui:

$T_{D,MAX} = N_{D,MAX} / f_C$ =20 ms

Volendo tenere un tempo di misura $T_M \cong T_U + T_D$ fissato per tutte le tensioni V_x misurabili, si sceglie $T_M \cong T_U + T_{D,MAX}$ =20 ms + 20 ms = 40 ms, al quale corrisponde una frequenza di misura, o di campionamento

$\mathbf{f_M = f_{sample} = 1/T_M = 25}$ **Sa/s**.

(40 min)

Esercizio 4

(svolgere su questo foglio e sul retro)

4) Dobbiamo misurare un segnale impulsato alla frequenza di 100 kHz con duty-cycle $\delta = 1\%$. Gli impulsi sono riferiti a massa e ampi $A = 12$ mV. Il tempo di salita (e discesa) dell'impulso vale circa 20 ns.

4a) Quali caratteristiche minime deve avere un oscilloscopio per visualizzare correttamente il segnale?

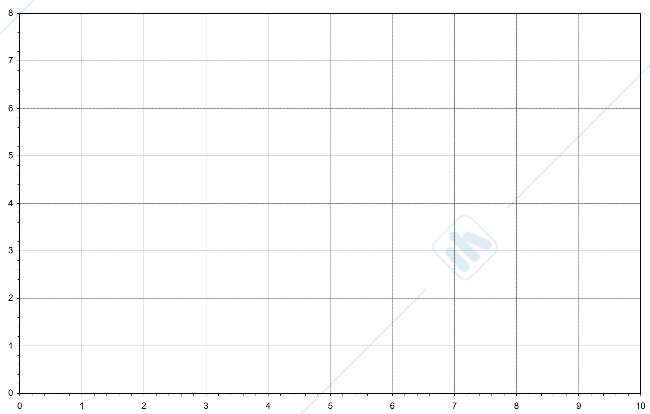
4b) Si descrivano le impostazioni dell'oscilloscopio digitale per visualizzare un singolo impulso a pieno schermo e se ne disegni lo schermo corrispondente (a sinistra).

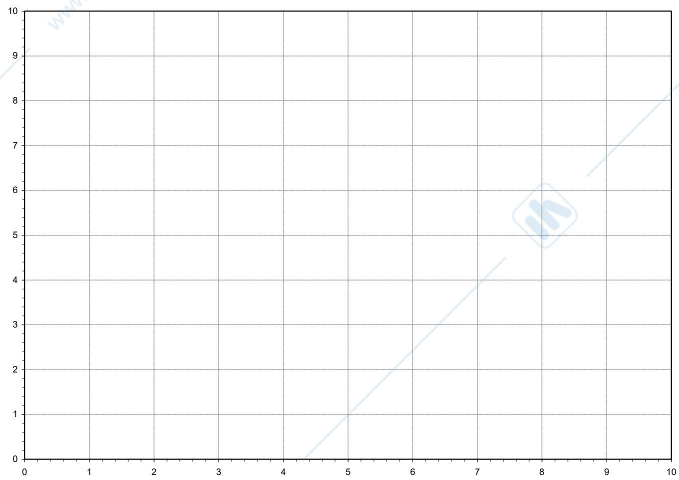
4c) Lo spettro di un treno di impulsi è composto da una serie di armoniche della sua frequenza di ripetizione. In questo caso le prime armoniche si possono considerare di ampiezza all'incirca costante pari a $2A\delta$.
Si imposti un analizzatore di spettro, con *noise figure* pari a 24 dB, per visualizzare le prime due armoniche (RL, f_{START}, f_{STOP}, RBW, dB/DIV),.

Nota per gli interessati. Il treno di impulsi di frequenza f, ampiezza A e duty-cycle δ si può scrivere come serie di Fourier:

$$V(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(2\pi k f t)\,, \text{ dove } C_k = 2A\delta \frac{\sin(k\pi\delta)}{k\pi\delta}$$

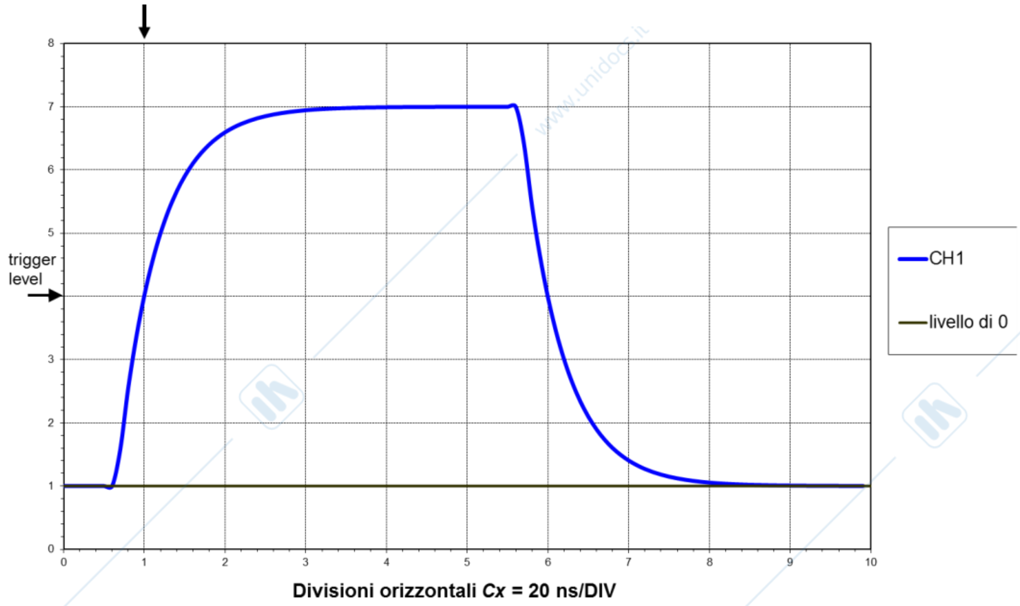
4d) Si disegni lo schermo corrispondente dell'analizzatore di spettro (a destra).





4a) L'oscilloscopio deve avere una sensibilità verticale in grado di apprezzare il segnale (12 mV), per cui preferibilmente almeno **2 mV/DIV**. Inoltre deve avere una banda sufficiente a visualizzare il suo tempo di salita, per cui molto maggiore di 0.35/20 ns = 17.5 MHz. Considerando che i tempi di salita si compongono quadraticamente potrebbe bastare una **oscilloscopio da 60 MHz**, meglio se da 100 MHz.

4b) Il segnale è un treno di impulsi, di durata 100 ns (frequenza di 100 kHz e duty-cycle 1%) e ampiezza 12 mV. Si acquisisce questo segnale con il canale CH1 dell'oscilloscopio.
Le impostazioni dell'oscilloscopio per visualizzare un singolo impulso sono:
amplificazione verticale **2 mV/DIV**
amplificazione orizzontale **20 ns/DIV** (per vedere un impulso di 100 ns in 5 divisioni)
connessione in **DC** (per visualizzare i corretti livelli)
trigger su CH1, accoppiamento DC, modalità AUTO (anche *normal* andrebbe bene in questo caso), pendenza positiva, livello a 6 mV (circa metà altezza dell'impulso), posizionato sulla prima divisione orizzontale, in modo da riuscire a visualizzare l'inizio del fronte di salita.



4c) L'ampiezza delle prime armoniche vale $2A\delta = 0.24$ mV, che corrispondono ad una potenza pari a

$$P = \frac{V^2}{2R} = \frac{(0.24 \cdot 10^{-3})^2}{100} \text{ W} = 5.76 \cdot 10^{-10} \text{ W} = 5.76 \cdot 10^{-7} \text{ mW}$$

Corrispondenti a circa **-62.4 dBm**

Per visualizzare le prime due armoniche scegliamo

f_{START}=50 kHz e f_{STOP}=250 kHz, dunque con *SPAN*=200 kHz .

La scelta della *resolution bandwidth* condiziona la risoluzione e il fondo di rumore. Essendo la minima differenza di frequenza pari a 100 kHz, possiamo scegliere una *resolution bandwidth* ***RBW*=1 kHz**. Con tale valore di *RBW* si ottiene un fondo di rumore pari a

$\boldsymbol{P_{FLOOR}}$=$NF\cdot kT\cdot RBW$=+24 dB-174 dBm/Hz+30 dB·Hz**=-120 dBm,** ben al di sotto dei segnali.

Il massimo livello di potenza da visualizzare è P_1=-62.4 dBm mentre il minimo è P_{FLOOR}=-110 dBm, pertanto possiamo scegliere un *reference level* ***RL*=-50 dBm** con amplificazione verticale $\boldsymbol{A_y}$**=10 dB/DIV** e conseguente dinamica di visualizzazione da -50 dBm fino a -150 dBm (anche *RL*=-60 dBm potrebbe andare bene, ad esempio con 6 dB/DIV).

4d) In rosso l'impostazione descritta (*RBW*=1 kHz) in blu un'altra impostazione possibile, ma sconsigliabile (*RBW*=10 kHz).