MISURE E STRUMENTAZIONE **10 Settembre 2019**

Prof. Michele Norgia **Quinto appello AA 2018/2019**

Tempo a disposizione 2 h (1 h solo II parte) **Aula 5.0.3 ore 8.30**

Cognome e nome: ____________________________________ ____________________ *(stampatello)*

Matricola e firma __ __ __ __ __ __ ____________________ *(firma leggibile)*

Esercizi svolti (almeno parzialmente): precompito 1 2 3 4 (7+8+5+6+6 =32p) *(crocettare)*

N.B. si consiglia di crocettare, qui sopra, gli esercizi almeno parzialmente svolti. Si richiede di **crocettare tutti i sottopunti**, ad es. 1c), 1d), degli esercizi ai quali si è dato risposta.

Crocettare ☐ SOLO SECONDA PARTE (ESERCIZI 3 e 4)

SOLUZIONI

(35 min)

Esercizio 1

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1) Un recipiente cilindrico viene pesato con una bilancia che ha due contributi di incertezza: un'incertezza del fattore di scala pari all'1 % e un'incertezza di offset pari a 5 g. La massa misurata per il recipiente vuoto è 0.500 kg.

Il recipiente ha un'altezza interna di 20.0 cm, misurata con incertezza estesa di 2 mm ad un livello di confidenza del 95 %, mentre il diametro interno della base circolare è stato misurato con un righello con tacche di 1 mm fornendo una lettura di 50 mm.

1a) Si calcolino le incertezze tipo di peso (massa m_v), altezza h e diametro D del recipiente.

1b) Il recipiente viene riempito fino all'orlo con alcool (densità ρ=0.720(20) kg/dm^3). Si calcoli la massa m_p del recipiente pieno e la sua incertezza tipo

1c) Il recipiente pieno viene quindi pesato facendo 9 misure ripetute con una bilancia analogica. Si ottiene un valor medio delle 9 misure di 0.800 kg con deviazione standard campionaria 3 g. Si l'incertezza di questa seconda misura di massa m_2.

1d) Le due misure sono compatibili? Si ricavi infine la miglior stima della massa del recipiente pieno di alcool.

1a) L'incertezza della pesata è data dalla somma quadratica dei due contributi di incertezza della bilancia:

$$\boldsymbol{u(m_v)} = \sqrt{(5\ \mathrm{g})^2 + (1\% \cdot 500\mathrm{g})^2} = \sqrt{(5\ \mathrm{g})^2 + (5\mathrm{g})^2} \cong \mathbf{7.1\ g}.$$

L'incertezza tipo dell'altezza h si ottiene dall'incertezza estesa dividendola per due. Infatti il livello di confidenza del 95 % corrisponde a 2σ. $\boldsymbol{u(h)}$= 2/1 mm= **1 mm**

L'incertezza nella misura del diametro è dovuta alla quantizzazione del righello, quindi vale

$$\boldsymbol{u(D)} = \frac{1\ \mathrm{mm}}{\sqrt{12}} \cong \mathbf{0.29\ mm}$$

1b) Calcoliamo il volume contenuto nel recipiente

$$V = h \times \pi D^2 / 4 = 2 \times \pi \times 0.5^2 / 4\ \mathrm{dm}^3 \cong 0.3927\ \mathrm{dm}^3$$

La massa di alcool è data da $m_{alcool} = \rho \times V = 0.72\ \mathrm{kg/dm}^3 \times 0.3927\ \mathrm{dm}^3 = 0.2827\ \mathrm{kg}$

La massa totale è data dalla somma della massa dell'acqua e della massa del recipiente:

$\boldsymbol{m}_{\mathbf{p}} = m_{\mathrm{v}} + m_{\mathrm{acqua}} = (\ 0.5 + 0.2827\ )\ \mathrm{kg} = \mathbf{0.7827\ kg}$

Per calcolare l'incertezza di $m_{\mathrm{alcool}} = \rho \times V = \rho \times h \times \pi D^2 / 4$, dato da una produttoria di più variabili, calcoliamo le incertezze relative.

$$u_r(\rho) = \frac{0.02}{0.72} = 2.8\%$$

$$u_r(h) = \frac{1}{200} = 0.5\%$$

$$u_r(D) = \frac{0.29}{50} = 0.58\%$$

L'incertezza relativa di m_{alcool} è data da:

$$u_r(m_{\mathrm{alcool}}) = \sqrt{u_r^2(\rho) + u_r^2(h) + 4u_r^2(D)} \cong 3.1\%$$

Quindi la sua incertezza assoluta vale $u(m_{\mathrm{alcool}}) = u_r(m_{\mathrm{alcool}}) \times m_{\mathrm{alcool}} = 3.1\% \times 0.2827\ \mathrm{kg} \cong 8.8\ \mathrm{g}$

Per concludere, l'incertezza tipo di $m_{\mathrm{p}} = m_{\mathrm{v}} + m_{\mathrm{alcool}}$ vale

$$u(m_p) = \sqrt{u^2(m_v) + u^2(m_{\mathrm{alcool}})} \cong \mathbf{11\ g}$$

$\boldsymbol{m}_{\mathbf{p}} =$ **0.783(11) kg**

1c) Il contributo di categoria a) all'incertezza è dato dalla deviazione standard campionaria divisa per la radice del numero di pesate (incertezza del valor medio):

$$u_A(m_2) = \frac{s(m_2)}{\sqrt{n}} = \frac{3\ \mathrm{g}}{\sqrt{9}} = \mathbf{1\ g}$$

1d) Per valutare la compatibilità tra le 2 misure, consideriamo la disequazione:

$|m_{\mathrm{p}} - m_2| \le k\ \sqrt{u^2(m_{\mathrm{p}}) + u^2(m_2)}$ e dunque $0.017 \le k \cdot 0.011$

Si ottiene allora $k \ge 1.54$ il che comporta compatibilità per k=2.

Decidiamo quindi di ricavare la miglior stima della misura attraverso la media pesata:

$$m = \frac{\dfrac{m_p}{u^2(m_p)} + \dfrac{m_2}{u^2(m_2)}}{\dfrac{1}{u^2(m_p)} + \dfrac{1}{u^2(m_2)}} \cong 799.86\ \mathrm{g}$$

Con incertezza pari a

$$u(m) = \sqrt{\frac{1}{\dfrac{1}{u^2(m_p)} + \dfrac{1}{u^2(m_2)}}} \cong 0.996\ \mathrm{g}$$

Concludendo, la miglior stima della massa totale vale $\boldsymbol{m}$ **= 799.9(10) g**

(25 min)

Esercizio 2

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2) La potenza consumata da un processore cresce quadraticamente con la frequenza di *clock*. Si misura la potenza consumata da una scheda madre di un PC al variare della frequenza, ottenendo i valori riportati in tabella.

f [GHz]	P [W]
1.0	60
1.5	73
2.0	89
2.5	112
3.0	141

2a) Si ricavi la funzione che lega la potenza con la frequenza attraverso una tecnica di regressione ai minimi quadrati.

NOTA: Si ricorda che il coefficiente angolare ed il termine noto della retta di regressione lineare valgono

$$m = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = \frac{\sum y_i - m\sum x_i}{n}$$

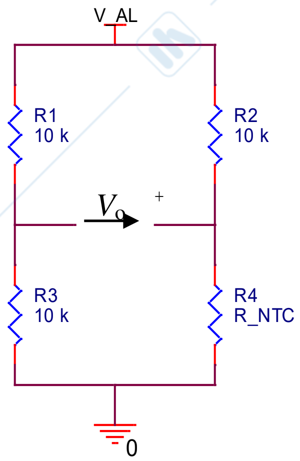
2b) Intendiamo misurare la temperatura del processore con un sensore a NTC (β=4000 K e R_0=10 kΩ a 25°C), connesso in un ponte alimentato a 0.1 V, con altre tre resistenze uguali di valore R = 10 kΩ. Si calcoli la risoluzione in temperatura ottenibile nell'intorno di 25°C, sapendo che la tensione di uscita del ponte è misurata con risoluzione ΔV = 10 µV.

2a) Essendo una dipendenza quadratica, del tipo $P= A+Bf^2$, scegliamo $y=P$ e $x=f^2$, da cui otteniamo i seguenti valori (in tabella sono riportate anche le colonne contenenti i calcoli necessari per le formule):

f [GHz]	$X = f^2$	$y = P$ [W]	$x \cdot y$	x^2
1	1	60	60.00	1
1.5	2.25	73	164.25	5.0625
2	4	89	356.00	16
2.5	6.25	112	700.00	39.0625
3	9	141	1269.00	81
Somme:	22.5	475	2549.25	142.125

Applicando le formule si ottiene A = 49.67 W e B = 10.07 W/GHz^2.

2b) Si può utilizzare il ponte in figura, bilanciato per la temperatura di 25 °C, che fornisce come tensione di uscita (da misurare con il voltmetro)



$$V_0 = \left(\frac{R_{\mathrm{NTC}}}{R_{\mathrm{NTC}} + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_1} \right) \times V_{AL}$$

In prima approssimazione la resistenza di un NTC è data dalla relazione esponenziale $R_{NTC} = R_0 e^{-\beta\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)}$, dove T_0=298.15 K (25°C),

Alla temperatura di 25°C il ponte è bilanciato e fornisce quindi V_0 = 0 V.

Per ottenere la risoluzione in temperatura è necessario calcolare la sensibilità del nostro sensore.

La sensibilità del sistema di misura, derivata della variabile di uscita rispetto all'ingresso, vale:

$$S = \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{\partial V}{\partial R_{NTC}} \frac{\partial R_{NTC}}{\partial T} = V_{AL} \frac{R_2}{(R_{NTC} + R_2)^2} R_{NTC} \left(-\frac{\beta}{T^2} \right)$$

Dove $V_{AL} = 0.1$ V è la tensione di alimentazione del ponte.

Sostituendo i valori, la sensibilità a 25°C vale ***S* = - 1.125 mV/K**.

Per cui la risoluzione in temperatura a 25°C vale $\Delta T_{25} = \Delta V / S \cong$ **9 mK**

(30 min) **Esercizio 3**

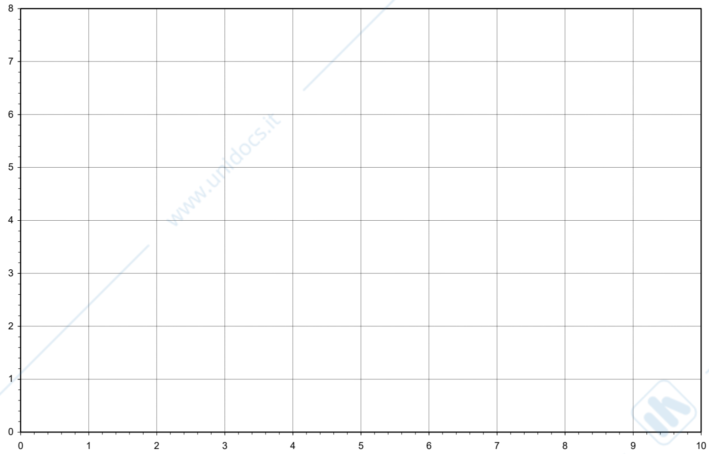
(svolgere su questo foglio e sul retro)

3) Con un oscilloscopio digitale (200 MHz, 2 canali) si vuole caratterizzare in frequenza un filtro passa-basso a singolo polo, con banda di 2 MHz. Per effettuare la misura si utilizza un generatore di funzioni con ampiezza di picco di 1 V, frequenza variabile tra 100 kHz e 1 GHz, ma con una tensione continua di *offset* instabile, che varia tra ± 0.5 V fluttuando su tempi dell'ordine dei minuti.

3a) Che cosa limita la massima frequenza acquisibile da un oscilloscopio digitale?

3b) Descrivere la modalità di misura che si intende effettuare.

3c) Si desidera inoltre misurare lo sfasamento indotto dal filtro alla frequenza nominale del polo. Si descriva la misura, indicando tutte le impostazioni dello strumento utili a visualizzare i segnali di misura e riportando la schermata corrispondente dell'oscilloscopio.



3a) La limitazione in frequenza è data dalla banda passante dei circuiti analogici di ingresso e dalla velocità del campionatore (se l'oscilloscopio lavora in tempo reale).

3b) Caratterizzare in frequenza un filtro attraverso il suo diagramma di Bode.

Per tracciare il diagramma di Bode dell'ampiezza è necessario acquisire, in funzione della frequenza, il rapporto tra l'ampiezza della sinusoide in uscita (OUT) al filtro e di quella in ingresso (IN). Per il diagramma di fase bisogna invece misurare, in funzione della frequenza, lo sfasamento tra i due segnali IN e OUT.

MODALITÀ DI MISURA:

Si collega l'uscita del generatore di funzioni al primo canale dell'oscilloscopio (CH1) e anche all'ingresso del filtro da misurare; l'uscita del filtro va collegata invece al secondo canale dell'oscilloscopio (CH2).

L'ampiezza del generatore di funzioni (onda sinusoidale) ha il valore fisso pari a 1 V di picco. La misura richiede di variare la frequenza all'incirca da una decade prima della frequenza del polo sino a una decade dopo (da 200 kHz a 20 MHz), acquisendo ad esempio 3 punti per decade (ad esempio a multipli di 1, 2, 5). Volendo l'acquisizione può essere più fitta in prossimità della frequenza del polo.

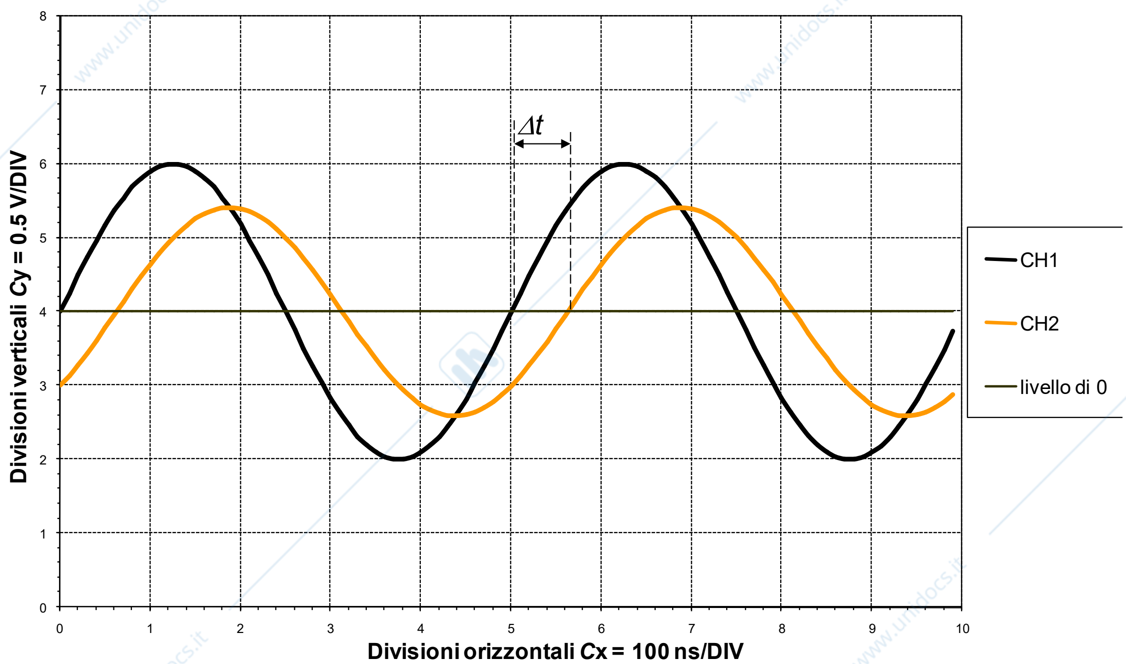
Impostazioni oscilloscopio: connessione AC per eliminare le fluttuazioni di *offset* del generatore.

Impostiamo il livello di zero a metà schermo per entrambi i canali (per comodità di visualizzazione). *Trigger* su CH1 con *slope* ad esempio positiva e livello 0 V (a metà dell'ampiezza picco-picco del canale di riferimento).

Amplificazione orizzontale: sufficiente a vedere un intero periodo della sinusoide d'ingresso (per potere misurare l'ampiezza picco-picco), quindi deve essere cambiata per i vari punti di misura in frequenza.

Amplificazione verticale: con 1 V di picco selezionato al generatore, converrà impostare un coefficiente di deflessione verticale di 0.5 V/DIV. (4 divisioni di ampiezza picco-picco). L'importante è che la sinusoide visualizzata occupi gran parte dello schermo in ampiezza, per minimizzare gli errori dovuti alla quantizzazione.

3c) Ci poniamo alla frequenza nominale del polo (2 MHz pari a $T = 500$ ns). Impostiamo la scala orizzontale in modo da visualizzare due periodi (T_{2p}= 1 μs), per cui C_x = 100 ns/DIV; e le due scale verticali a 0.5 V/DIV. In questo modo otteniamo lo schermo mostrato in figura.
Per la misura di sfasamento, misuriamo il periodo T della sinusoide d'ingresso (CH1) contando le divisioni orizzontali e moltiplicando il risultato per il coefficiente di deflessione orizzontale (dovrà corrispondere a T= 500 ns). Misuriamo quindi la distanza temporale Δt tra l'attraversamento della linea di zero del CH1 e l'attraversamento della linea di zero del CH2 (distanza in divisioni moltiplicata per il coefficiente di deflessione orizzontale). Quindi ricaviamo lo sfasamento dalla relazione $\phi = -(\Delta t/T)\cdot 360°$. Alla frequenza del polo ci aspettiamo ϕ= -45°.



.

(30 min)

Esercizio 4

(svolgere su questo foglio e sul retro)

4) Utilizzando un analizzatore di spettro con figura di rumore 26 dB si osservano i segnali provenienti da un telecomando a tre diverse frequenze:

A) segnale sinusoidale da 10 mV picco-picco a 14 MHz;

B) segnale sinusoidale a 16 MHz con potenza -10 dBc, rispetto al segnale A);

C) segnale sinusoidale a 18 MHz con potenza 20 μW.

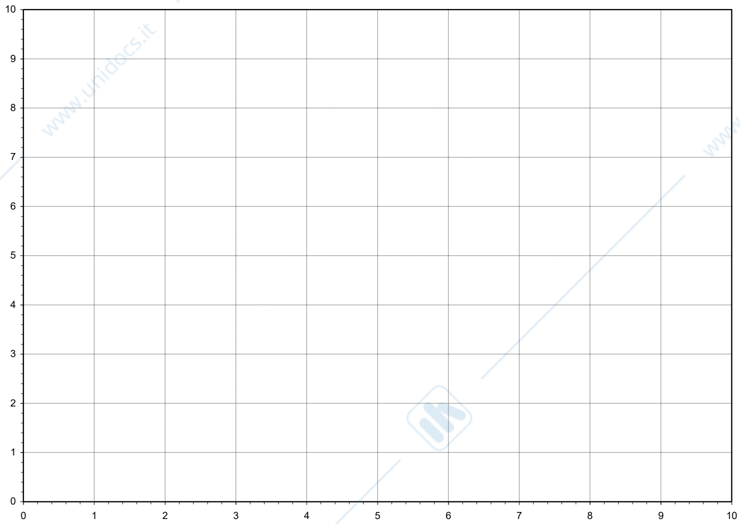
4a) Si ricavino, esprimendoli in unità lineari e in unità logaritmiche, tutti i livelli di potenza misurati.

4b) Si scelgano, motivando le proprie decisioni, tutti i parametri di misura dell'analizzatore di spettro. Si calcoli inoltre il fondo di rumore, in unità lineari e logaritmiche.

4c) Quale sarà approssimativamente il tempo di misura se si decide di registrare lo spettro dopo M=50 medie?

4d) Si disegni la visualizzazione dello spettro misurato dallo strumento.

NOTA: La costante di Boltzmann è $k=1.38\times10^{-23}$ J/K e l'impedenza dell'analizzatore di spettro è 50 Ω.



4a) La potenza delle righe sinusoidali si calcola come $P=V^2/R$ se V è il valore efficace e R=50 Ω è l'impedenza d'ingresso dell'analizzatore di spettro. Come noto, per una sinusoide $V_{eff}= V_p/\sqrt{2}$.

$P_{A,14MHz}=\dfrac{\left(5\times10^{-3}\ \text{V}\right)^2}{2\times50\ \Omega}=\dfrac{25\times10^{-6}}{100}$ W =**250 nW** corrispondenti a **-36 dBm**

$P_{B,16MHz}$=-36 dBm -10 dBc=**-46 dBm** corrispondenti a **25 nW**

$P_{C,18MHz}$=**20 μW** corrispondenti a **-17 dBm**

4b) La minima frequenza da visualizzare è f_{min}=14 MHz e la massima è f_{max}=18 MHz. Possiamo lavorare con una scansione spettrale che prevede $\boldsymbol{f_{START}}$**=12 MHz,** $\boldsymbol{f_{STOP}}$**=22 MHz**.

Le righe spettrali più vicine distano Δf_{min}=2 MHz, e conviene scegliere una *resolution bandwidth* abbastanza inferiore a Δf_{min}. Un valore sensato può essere ***RBW*=100 kHz.**

Il fondo di rumore è pari al rumore dell'AS P_{AS}:

$\boldsymbol{P_{N,AS,(dBm)}}$=$kT$(dBm/Hz)+$NF$(dB)+10log ($RBW$ / 1 Hz) =-174 dBm/Hz+26 dB + 50 dB Hz= **-98 dBm** corrispondenti a 15×10^{-9} mW.

La massima potenza misurata è

$P_{c,\ 18\ MHz}$= -17 dBm

Dunque possiamo ad esempio scegliere un ***Reference Level RL*= -10 dBm** e una amplificazione verticale $\boldsymbol{A_y}$**=10 dB/DIV**, con un fondo scala di visualizzazione a -110 dBm.

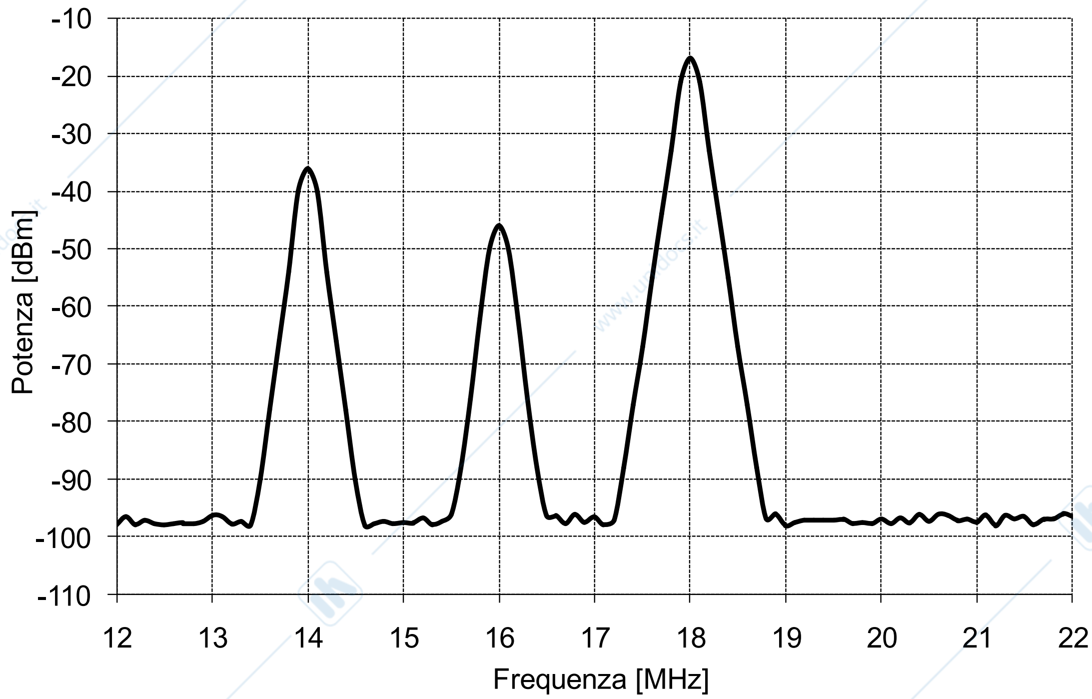
4c) Lo *sweep time* è

$$\boldsymbol{ST\sim}\frac{3SPAN}{RBW^2}=\frac{3\times10^7\ \text{Hz}}{(100\ \text{kHz})^2}\mathbf{=3\ ms}$$

Il tempo di misura, con M=50 medie, è

$$\boldsymbol{\Delta T_{mis}=M\times ST\sim 150\ ms}$$

4d) La visualizzazione spettrale mostrata dallo strumento è riportata in figura per RBW=100 kHz:



Esercizio ___ *(continua)*

[foglio addizionale per eventuale esercizio "lungo"]

INDICARE IL RICHIAMO IN FONDO ALLA PAGINA DELL'ESERCIZIO CORRISPONDENTE