MISURE E STRUMENTAZIONE **mercoledì 15 gennaio 2020**

Prof. Michele Norgia **Primo appello AA 2019/2020**

Tempo a disposizione 2 h (1 h solo II parte) **Aule 9.0.1 e 9.0.2 ore 8.30**

Cognome e nome: ________________________________ ____________________ *(stampatello)*

Matricola e firma __ __ __ __ __ __ ___________________ *(firma leggibile)*

Esercizi svolti (almeno parzialmente): precompito 1 2 3 4 (7+7+6+5+7 =32p) *(crocettare)*

N.B. si consiglia di crocettare, qui sopra, gli esercizi almeno parzialmente svolti. Si richiede di **crocettare tutti i sottopunti**, ad es. 1c), 1d), degli esercizi ai quali si è dato risposta.

Crocettare ☐ SOLO SECONDA PARTE (ESERCIZI 3, 4 e 5)

SOLUZIONI

(35 min)

Esercizio 1

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1) Una sfera con raggio **R=10.000(20) cm** è in moto con velocità v lungo una pista rettilinea sulla quale sono tracciate due linee, ortogonali alla pista, poste a distanza D tra di loro. Il tempo di attraversamento del tratto tra le linee è misurato con un cronografo digitale che indica N_C=400 conteggi di un oscillatore al quarzo (**f_C=100 kHz, $u_r(f_C)$=10^{-6}**). La distanza tra le due linee **D=20 cm** è stata misurata con **incertezza estesa di 0.2 mm** per un fattore di copertura **k=2**.

1a) Si ricavi la stima della velocità v e della sua incertezza.

1b) La sfera è di ferro, con densità ρ=7.870(11) kg/dm^3, se ne determini la massa calcolata M_C, esprimendone l'incertezza estesa a un livello di confidenza del 99.7 %.

1c) Si ricavi la misura dell'energia cinetica della palla in movimento e della sua incertezza.

1d) La massa della palla sinora considerata viene misurata con altri due metodi indipendenti:

B (bilancia digitale): la misura è **M_B=35.20 kg** con risoluzione del display **ΔM_B=200 g**

D (dinamometro): si eseguono 5 misure ripetute con valori **$M_{D1,2,3,4,5}$=(32.6, 32.8, 33.2, 32.8, 33.1) kg**

Si ricavino le misure M_B e M_D e si discuta la compatibilità tra le tre misure disponibili: M_B, M_C e M_D.

1e) Che cosa possiamo concludere dalla verifica di compatibilità?.

1a) Il periodo del *clock* è $T_C=1/f_C$=10 µs e dunque il tempo di attraversamento è $T=N_CT_C$=4 ms.

La velocità cercata è allora **$v=D/T=D/(N_CT_C)$** (equazione della misura)

Sostituendo i valori del problema si ottiene il valore **v**=(0.2 m)/(4 ms)=**50 m/s**

L'incertezza relativa di v è $u_r(v)=\{[u_r(D)]^2+[u_r(N_C)]^2+[u_r(T_C)]^2\}^{1/2}$

$u(D)$ $=U(D)/k$=(0.2 mm)/2=**0.1 mm** **$u_r(D)$**$=u(D)/D$=0.1/200=**5×10^{-4}**

$u(N_C)$ $=u_q(N_C)=1/\sqrt{12}\cong$**0.29** **$u_r(N_C)$**$=u(N_C)/N_C\cong$0.29/400≅**7.3×10^{-4}**

$u_r(T_C)$ $=u_r(f_C)$=**10^{-6}**

$u_r(v)$ $\cong\{[u_r(D)]^2+u_r(N_C)]^2\}^{1/2}=\{5^2+7.3^2\}^{1/2}\times10^{-4}$ = **8.8×10^{-4}** essendo $u_r(T_C)$ "trascurabile"

$u(v)$ $=u_r(v)\times v$=**4.4×10^{-2} m/s**

La misura della velocità v è dunque **v=50.000(44) m/s**

NOTA: in realtà il problema non specifica come vengano effettuati i conteggi del cronografo digitale e la soluzione è approssimata. Se il cronografo partisse esattamente in corrispondenza della prima linea, il valore atteso dei conteggi sarebbe N_C=400.5 (è già scattato il conteggio 400 e non è ancora scattato il 401), con incertezza $1/\sqrt{12}$. Se invece il contatore non partisse esattamente con la prima linea, ma fosse solo abilitato il conteggio di un orologio "free-running", allora il valore atteso sarebbe N_C=400, però con doppia quantizzazione (agli istanti di start e stop), per cui l'incertezza sarebbe 1/ $\sqrt{2}/\sqrt{12}=\sqrt{6}$. Nel seguito procediamo con i valori della soluzione approssimata.

1b) Naturalmente $M_C=\rho V=\rho(4/3)\pi R^3=32.96578\ldots$ kg

$\boldsymbol{u_r(R)}=u(R)/R=0.2/100=\mathbf{2\times10^{-3}}$ e $\boldsymbol{u_r(\rho)}=u(\rho)/\rho=0.011/7.87=\mathbf{1.4\times10^{-3}}$

$\boldsymbol{u_r(M_C)}=\{[u_r(\rho)]^2+9[u_r(R)]^2\}^{1/2}\cong\{2+9\times4\}^{1/2}\times10^{-3}\cong\mathbf{6.2\times10^{-3}}$

$\boldsymbol{u(M_C)}=u_r(M_C)\times M_C\cong$**0.20 kg** e dunque **$M_C$=32.97(20) kg,** con incertezza estesa **$u(M_C)$=0.60 kg** con k=3 (P=99.7 %)

1c) L'energia cinetica vale $E=(1/2)M_Cv^2$=41213 J

$u_r(E)=\{[u_r(M_C)]^2+4[u_r(v)]^2\}^{1/2}\cong\{6.2^2+4\times0.88^2\}^{1/2}\times10^{-3}\cong\mathbf{6.4\times10^{-3}}$

$u(E)=u_r(E)\times E$=260 J e dunque **E=41.21(26) kJ**

1d) $u(M_B)=u_q(M_B)=(200\text{ g})/\sqrt{12}\cong58$ g e dunque la misura secondo la **bilancia digitale è M_B=35.200(58) kg**

La stima di incertezza di categoria A vale

$$u(M_D)==\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n}\left(M_{D,k}-\overline{M}_D\right)^2}\cong0.11\text{ kg}=110\text{ g}$$

Per cui la misura secondo il **dinamometro è M_D=32.90(11) kg**

Nel complesso siamo in presenza di 3 misure differenti della medesima grandezza fisica (la massa M della palla), che hanno fornito valori diversi e con incertezze diverse.

Si avrà compatibilità tra coppie di misure indipendenti se la distanza tra i due valori di misura è inferiore alla somma quadratica, poi in radice, delle due incertezze, eventualmente estesa per un fattore di copertura k:

$\left|M_\alpha-M_\beta\right|\le k\sqrt{u^2(M_\alpha)+u^2(M_\beta)}$, per k=1, 2, o 3

Nel caso considerato: M_B=35.200(58) kg, M_C=32.97(20) kg, M_D=(32.90(11)) kg

e si ottiene compatibilità per fattori $k_{BC}\cong$ 10, $k_{BD}\cong$ 18, $\boldsymbol{k_{CD}\cong0.3}$ e dunque **saranno compatibili tra loro (già con k=1) le misure M_C e M_D mentre risulta incompatibile con le altre la misura M_B.**

1e) Non essendo verificata la compatibilità delle tre misure, possiamo solo concludere che almeno una delle variabili in gioco è stata misurata o stimata male: è stato commesso almeno un errore di misura. Ad esempio, la bilancia potrebbe avere un *offset* o altro errore di misura non compensato che comporta una lettura errata e non compatibile con le altre, ma con le informazioni a disposizione non possiamo concludere niente di certo (potrebbero essere sbagliate le altre due misure o la loro stima di incertezza).

(25 min) **Esercizio 2**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2) Con una scheda di acquisizione dati si vogliono acquisire i seguenti segnali:

S_1: tensione di rete attenuata di 40 dB;

S_2: temperatura T di un forno da cucina,in un *range* 100-300 °C, letta con un sensore a termocoppia (α=50 μV/K) con giunto freddo alla temperatura ambiente T_0=20°C.

S_3: segnale audio (banda limitata a 20 kHz) con ampiezza picco-picco -5 V a +5 V;

La scheda impiega un ADC con 14 bit e dinamica d'ingresso di ±10 V. L'amplificatore d'ingresso offre i seguenti guadagni regolabili:

G_i = 1; 10 ; 100 .

2a) Si calcoli la velocità di campionamento minima richiesta per l'ADC.

2b) Si stabiliscano i guadagni ottimali per ciascuno dei 3 ingressi e si calcolino le corrispondenti risoluzioni dimensionali, in tensione e temperatura.

2c) Si intende sostituire il sensore a termocoppia con un NTC (R_0= 10 kΩ a 25°C, β=4000 K). La scheda fornisce una tensione di 5 V e si ha a disposizione una resistenza R = 470 kΩ. Si indichi la connessione da effettuare per misurare la temperatura e la tensione corrispondente a 100°C. Ci potrebbero essere problemi per questa misura con il sensore NTC?

2a) Cominciamo col valutare la banda, o frequenza massima, dei 4 segnali da misurare:

$f_{max,S1}=f_{rete}$=50 Hz;

$f_{max,S2}$="lenta" e comunque molto minore di 50 Hz, essendo un segnale di temperatura;

$f_{max,S3}$=20 kHz (limite della banda audio);

Per un corretto campionamento, i segnali andranno campionati a una frequenza pari almeno al doppio della banda del segnale più veloce (S_3 in questo caso) e dunque con f_{sample}=40 kSa/s. Poiché la scheda acquisisce "simultaneamente" 3 canali, tutti alla stessa velocità di campionamento -*multiplexandoli* verso l'unico ADC - il *sample rate* richiesto per l'ADC deve essere $\boldsymbol{f_{sample,min,ADC}}=3\times f_{sample}$**=120 kSa/s**.

2b) I guadagni regolabili della scheda sono G_i = 1; 10 ; 100 , a cui corrispondono le dinamiche di ingresso D_i = ±10 V; ±1 V ; ±100 mV

Ricaviamo le **dinamiche** di variazione dei 3 segnali:

Per la <u>tensione di rete attenuata</u>: $\boldsymbol{D_1}\cong$ ±311 V/100≅ **±3.1 V** (dove il fattore 1/100 corrisponde ai 40 dB di attenuazione sulla tensione di rete, che è una sinusoide alternata a 50 Hz con valore efficace 220 V e dunque con valore di picco $V_p=\sqrt{2}\,V_{eff}\cong 311$ V).

Si rende quindi necessaria la dinamica ±10 V, che corrisponde a $\boldsymbol{G_1=1}$;

Per la <u>termocoppia</u>: $\boldsymbol{D_2}\cong$ **4-14 mV**, infatti,

$S_{2,min}=V_{2,min}=\alpha\times(T_{min}-T_0)$=50 μV/K×(100-20) K=4 mV;

$S_{2,max}=V_{2,max}=\alpha\times(T_{max}-T_0)$=50 μV/K×(300-20) K=14 mV ;

Si può utilizzare la dinamica ±100 mV, che corrisponde a $\boldsymbol{G_2=100}$;

Per il <u>segnale audio</u>: $\boldsymbol{D_3}$**= ±5 V**.

Si rende quindi necessaria la dinamica ±10 V, che corrisponde a $\boldsymbol{G_3=1}$;

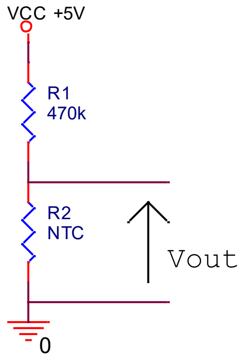
Le corrispondenti **risoluzioni dimensionali** sono:

$\mathbf{\Delta V_1}=(D_{ADC}/G_1)/2^n=(20\ \mathrm{V}/1)/16384=\mathbf{1.2\ mV}$;

$\mathbf{\Delta V_2}=(D_{ADC}/G_2)/2^n=(20\ \mathrm{V}/100)/16834=\mathbf{12\ \mu V}$, corrispondente a $\mathbf{\Delta T}=\Delta V_2/\ \alpha=\mathbf{0.24°C}$

$\mathbf{\Delta V_3}=(D_{ADC}/G_1)/2^n=(20\ \mathrm{V}/1)/16384=\mathbf{1.2\ mV}$.

2c) Si connettono i componenti come descritto in figura, acquisendo Vout con la scheda.



In prima approssimazione la resistenza di un NTC è data dalla relazione esponenziale $R_{NTC}=R_0 e^{-\beta\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)}$, dove T_0=298.15 K (25°C), alla temperatura T = 100 °C vale

$$R_{NTC}=R_0 e^{-\beta\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)}=10\,\mathrm{k\Omega}\times e^{-4000\left(\frac{1}{298.15}-\frac{1}{100+273.15}\right)}\cong\mathbf{674\ \Omega}$$

La tensione di uscita è data dal partitore resistivo, per cui:

$$Vout=Vcc\frac{R_{NTC}}{R_{NTC}+R1}=5\,\mathrm{V}\times\frac{674}{674+470000}\cong\mathbf{7.2\ mV}$$

Sì, ci sarebbero problemi, perché il sensore NTC tipicamente non arriva a queste temperature (300°C) e inoltre la sua sensibilità a temperature così alte diventa molto bassa.

(25 min) **Esercizio 3**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

3a) Mediante un oscilloscopio digitale a 2 canali e 40 MHz di banda, si vogliono osservare i seguenti segnali, provenienti da due generatori di funzioni:

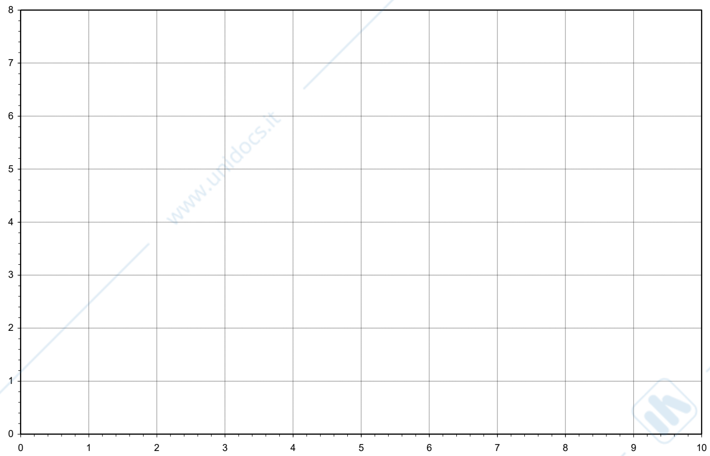
- $V_1 = 15 + 0.15 \sin(2\pi\times10^6\times t)$ V;
- V_2: onda quadra TTL (0 – 5 V) alla frequenza $f = 2$ MHz.

I fronti di discesa dell'onda quadra sono sincroni agli zeri del segnale sinusoidale.

Scegliere le impostazioni per la visualizzazione contemporanea del segnale sinusoidale e dell'onda quadra.

3b) Considerando che l'onda quadra ha un tempo di salita di 40 ns, quale sarà il tempo di salita visualizzato sullo schermo $t_{rise,misurato}$?

3c) Si disegni la schermata oscillografica corrispondente.



3a) Connettiamo i due segnali V_1 e V_2 rispettivamente su CH1 e CH2.

Per quanto riguarda la visualizzazione del segnale V_1: il valore picco-picco del segnale è di 300 mV a cui è sovrapposto un valore in continua di 15 V, per cui siamo costretti ad una visualizzazione in **AC** (CH1) per poter apprezzare il segnale. Si può scegliere per una corretta visualizzazione del segnale una deflessione verticale $\boldsymbol{D_{y,CH1}}$**= 50 mV / Div**, con livello di zero a centro schermo.

Infine per poter visualizzare un intero periodo della sinusoide $T = 1/f = 1/1$ MHz=1 μs, l'impostazione sulle dieci divisioni orizzontali sarà pari a: $\boldsymbol{D_x}$ **= 100 ns / Div**.

Per il segnale V_2 dobbiamo mantenere la stessa deflessione orizzontale, per visualizzare insieme i due segnali, e visto che la frequenza dell'onda quadra è il doppio di quella della sinusoide visualizzeremo due periodi. Come deflessione verticale scegliamo $\boldsymbol{D_{y,CH2}}$ **= 1 V / Div** e posizioniamo il livello di zero del canale due a 2 divisioni al di sotto del centro dello schermo (connessione in **DC** per visualizzare correttamente i livelli dell'onda quadra).

Il ***trigger*** **deve essere impostato sul canale uno**, nonostante l'onda quadra presenti dei fronti molto più ripidi della sinusoide: se impostassimo il trigger sull'onda quadra a frequenza doppia, il canale 1 disegnerebbe "un occhio" (a meno che non si sfrutti bene il comando di HOLD OFF).

La soluzione più comoda in questo caso è accoppiare il **trigger in AC**, con **soglia a 0 V**, ad esempio sul fronte di discesa. Per questi segnali la posizione dell'evento di trigger è irrilevante, la manteniamo quindi a centro schermo.

3b) Il tempo di salita misurato dall'oscilloscopio è limitato dalla sua banda:

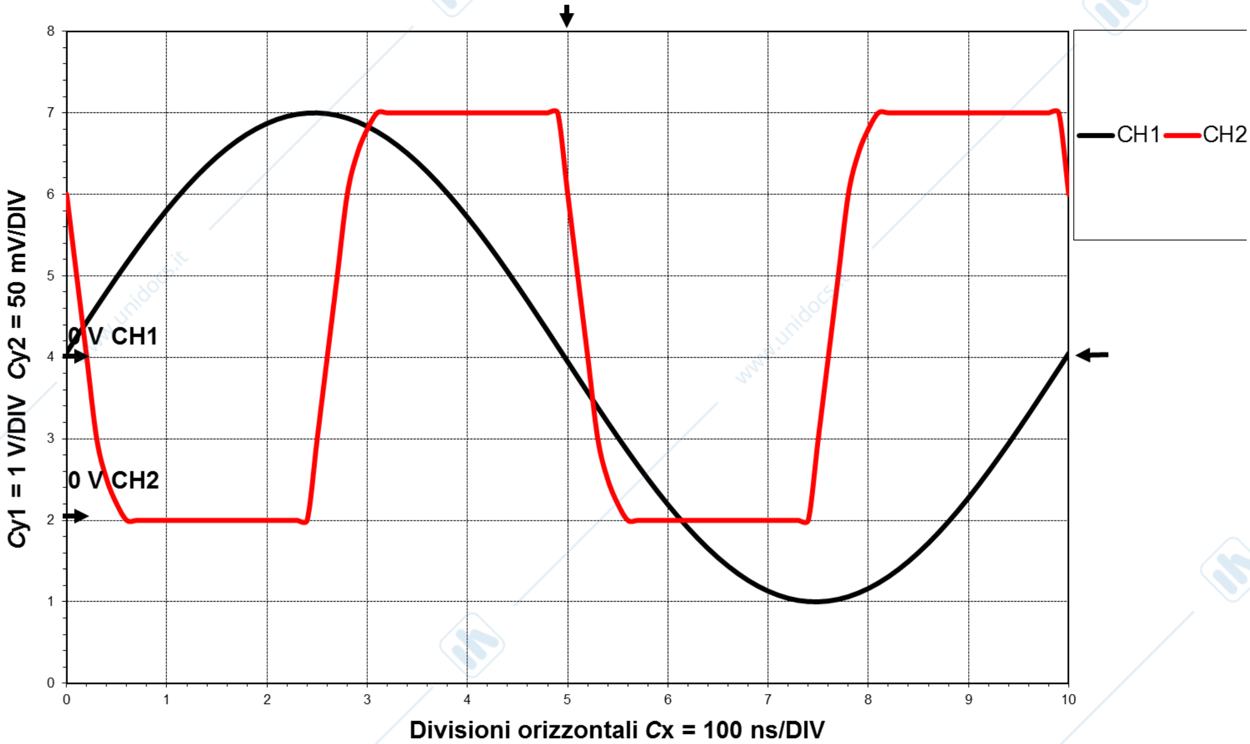
$$t_{\text{rise,OSC}} = \frac{0.35}{40\ \text{MHz}} = \mathbf{8.75\ ns}.$$

I tempi di salita si compongono quadraticamente, per cui:

$$t_{\text{rise,misurato}} = \sqrt{t_{\text{rise}}^{\ 2} + t_{\text{rise,OSC}}^{\ 2}} = \sqrt{(40\ \text{ns})^2 + \left(\frac{0.35}{40\ \text{MHz}}\right)^2} = \mathbf{41\ ns} \cong t_{\text{rise}}$$

Per cui il tempo di salita visualizzato sullo schermo sarà circa 41 ns.

3c)



(35 min) **Esercizio 4**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

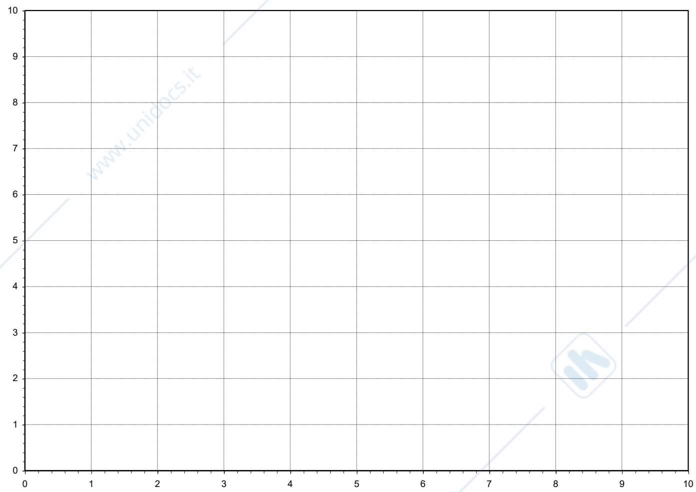
4) Con un analizzatore di spettro a eterodina si misura lo spettro di un segnale costituito da due componenti sinusoidali: una prima a 1 MHz con ampiezza picco-picco 40 μV e una seconda a 1.1 MHz con ampiezza efficace di 700 μV (entrambe sui 50 Ω di ingresso dell'analizzatore). L'analizzatore di spettro opera con una *Noise Figure* di 20 dB.

4a) Si calcolino i livelli di potenza del segnale, esprimendoli in watt e in dBm.

4b) Si scelgano delle impostazioni dello strumento sensate per visualizzare il segnale da 900 kHz a 1.2 MHz, considerando di visualizzare circa 1 schermata al secondo.

4c) Si rappresenti lo schermo corrispondente alle impostazioni scelte.

4d) Si vuole acquisire il segnale anche con un campionatore digitale, con dinamica di ingresso di ±50mV. Si definisca il numero di bit equivalenti di un convertitore e si calcolino i bit equivalenti necessari per ottenere un rapporto segnale-rumore di 20 dB rispetto alla componente a 1 MHz,



4a) $V_{1,eff}=(40\ \mu V/2)/\sqrt{2}=14\ \mu V$; $V_{2,eff}=700\ \mu V$; $R=50\ \Omega$; $P=(V_{eff})^2/R$

$\boldsymbol{P_1} \cong 4\times10^{-12}$ W**=-84 dBm a 1 MHz**

$\boldsymbol{P_2} \cong 10^{-8}$ W**=-50 dBm a 1.1 MHz**

4b) Come parametri dell'analisi spettrale considerate, si può scegliere:

$\boldsymbol{RL}$**=-40 dBm** ($>P_{max}$)

$\boldsymbol{f_{min,AS}}$**=0.9 MHz** ; $\boldsymbol{f_{max,AS}}$**=1.2 MHz** ; $\boldsymbol{SPAN}$**=300 kHz**

Considerando che il tempo di scansione vale $\boldsymbol{ST=3SPAN/RBW^2} \cong 1$ s, si ottiene $RBW \cong 948$ Hz

Scegliamo quindi $\boldsymbol{RBW}$ **= 1 kHz.**

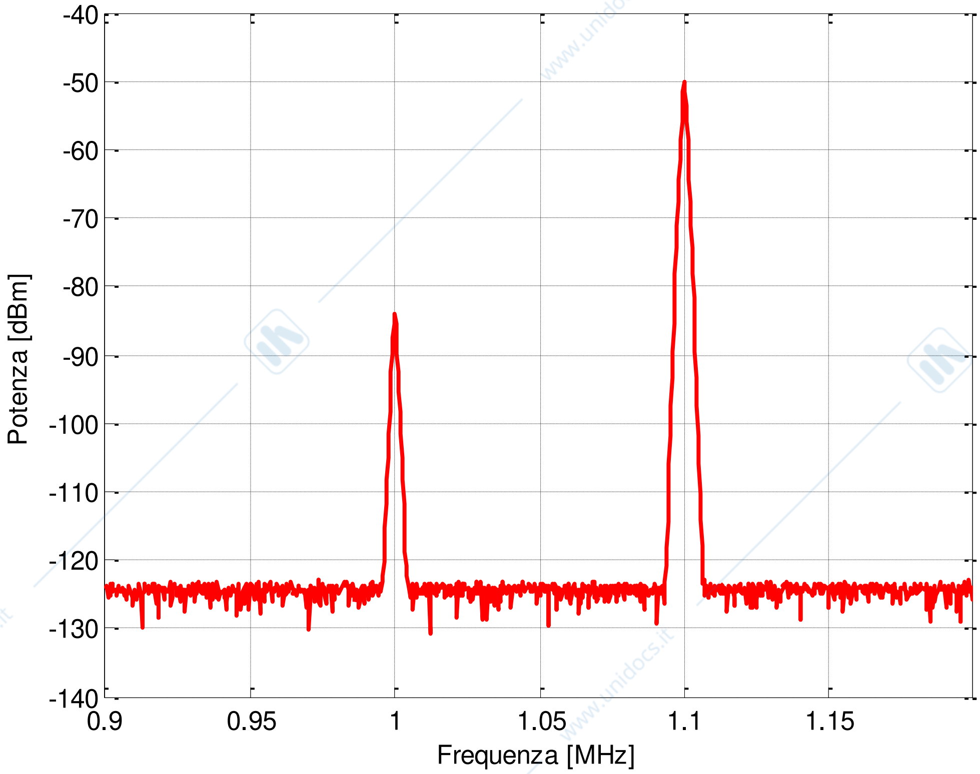
Il fondo di rumore vale

$\boldsymbol{P_{FLOOR}} = kT_{(dBm/Hz)}+NF_{(dB)}+RBW_{(dBHz)}$**=-124 dBm**

Da cui possiamo scegliere

$\boldsymbol{A_Y}$**=10 dB/DIV**

4c)



4d)

È possibile definire il **numero di bit equivalenti** di un convertitore reale come il <u>numero di bit di un convertitore ideale il cui rumore dovuto solo alla quantizzazione, è pari a quello complessivamente riscontrato nella conversione reale</u>.

$$n_e == n - \frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{\sigma_N^2}{\sigma_q^2}\right)$$

Dove σ_N^2 è il contributo di rumore aggiunto e σ_q^2 è il rumore di quantizzazione.

Il valore efficace della componente a 1 MHz vale $\boldsymbol{V_{1,eff}}$=(40 μV/2)/$\sqrt{2}$ =**14 μV**. Per avere un rapporto segnale-rumore di 20 dB (10 in lineare), il valore efficace del rumore del voltmetro deve valere

$\boldsymbol{V_{n,eff}} = \boldsymbol{V_{1,eff}}/10 = \mathbf{1.4\ \mu V}$

Volendo calcolare i bit equivalenti del convertitore, attribuiamo tutto il rumore alla quantizzazione, per cui

$\boldsymbol{\Delta V_{eq}} = V_{n,eff} \times \sqrt{12} = \mathbf{4.85\ \mu V}$

Dove ΔV_{eq} è il passo di quantizzazione che fornisce un rumore di quantizzazione pari a $V_{n,eff}$.

Il numero di livelli equivalenti vale quindi

$$N_{eq} = \frac{D}{\Delta V_{eq}} = \frac{100\text{ mV}}{4.85\ \mu\text{V}} \cong 20619$$

Da cui il numero di bit equivalenti

$$n_{eq} = \log_2(N_{eq}) \cong \mathbf{14.3}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari