MISURE E STRUMENTAZIONE **18 giugno 2019**

Prof. Michele Norgia **Terzo appello AA 2018/2019**

Tempo a disposizione 2 h (1 h solo II parte) **Aula 9.1.2 ore 11.30**

Cognome e nome: ________________________________ ____________________ *(stampatello)*

Matricola e firma __ __ __ __ __ __ ____________________ *(firma leggibile)*

Esercizi svolti (almeno parzialmente): precompito 1 2 3 4 (7+8+5+6+6 =32p) *(crocettare)*

N.B. si consiglia di crocettare, qui sopra, gli esercizi almeno parzialmente svolti. Si richiede di **crocettare tutti i sottopunti**, ad es. 1c), 1d), degli esercizi ai quali si è dato risposta.

Crocettare ☐ SOLO SECONDA PARTE (ESERCIZI 3 e 4)

SOLUZIONI

(35 min) **Esercizio 1**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1a) Misuriamo 10 volte il valore di capacità di un condensatore, ottenendo i seguenti valori in picofarad: **1.03, 1.04, 0.94, 0.91, 1.11, 0.89, 1.12, 0.97, 1.03, 0.96**.

Si ricavi la miglior stima del valore di capacità C e la sua incertezza relativa.

1b) La formula che descrive la capacità di un condensatore in funzione delle sue dimensioni fisiche è:

$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$, dove ε_0 ed ε_r sono rispettivamente la costante dielettrica del vuoto e la costante dielettrica relativa del materiale dielettrico, S è l'area delle piastre, e d la loro distanza.

La superficie ***S* misura 1 mm^2** con **incertezza estesa del 10 %** (dato fornito dal costruttore con confidenza al 95 %) mentre la distanza è ***d*=45 µm**, misurata con **risoluzione 1 µm**.

La costante dielettrica del vuoto è **ε_0 =8.8542 10^{-12} F/m**, nota con incertezza trascurabile.

Si ricavi il valore di misura della costante dielettrica relativa ε_r del dielettrico e la sua incertezza tipo.

1c) Una misura indipendente della costante dielettrica dello stesso materiale ha fornito come risultato **ε_r=4.40(40).** Si discuta la compatibilità tra le 2 misure.

1d) Si ricavi la miglior stima della costante dielettrica relativa ε_r e la sua incertezza.

1a) Il valor medio delle N=10 letture di capacità è

$$C=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i = 1 \text{ pF}$$

Le N letture C_i di capacità presentano una varianza campionaria

$$s^2(C_i)=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(C_i - C\right)^2 \cong 6.4\times10^{-3} \text{ pF}^2$$

da cui si calcola lo scarto tipo del valor medio (incertezza di categoria A) come

$$u(C)=\sigma\left(\bar{C}\right)=\frac{s\left(C_i\right)}{\sqrt{N}}=\frac{80}{\sqrt{10}} \text{ fF=25 fF}$$

con una incertezza relativa $\boldsymbol{u_R(C)}=\frac{u(C)}{C}=\frac{0.025}{1}$ **=2.5 %.**

1b) Calcoliamo il valore atteso della misura di costante dielettrica relativa misurata indirettamente:

$$\varepsilon_r = \frac{Cd}{S\varepsilon_0} = \frac{1\times10^{-12}\times45\times10^{-6}}{1\times10^{-6}\times8.8542\times10^{-12}} \cong \mathbf{5.082}$$ (si ricordi che ε_r è un numero puro).

L'incertezza relativa della superficie S è data dal testo $u_R(S)=U_R(S)/k=5$ % con $k=2$ per l'incertezza estesa $U_R(S)$ dato il livello di confidenza al 95 % e assunto un modello normale. Invece ε_0 ha incertezza trascurabile.

L'incertezza sulla misura dello spessore è dovuta alla risoluzione finita e dunque alla quantizzazione dello strumento: tale incertezza è pari all'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione divisa per $\sqrt{12}$:

$u(d)=1/\sqrt{12}$ μm= 0.29 μm e quindi un'incertezza relativa $u_R(d)=\frac{u(d)}{d}=\frac{0.29}{45}$=0.64 %.

Dato che la relazione funzionale che lega ε_r alle altre grandezze (tutte indipendenti) implica solo prodotti e divisioni con esponenti unitari, è possibile ottenere direttamente l'incertezza relativa dell'uscita come somma quadratica delle incertezze relative degli ingressi:

$$[\,u_R(\varepsilon_r)\,]^2 = [\,u_R(C)\,]^2 + [\,u_R(d)\,]^2 + [\,u_R(S)\,]^2 = 0.025^2 + 0.0064^2 + 0.05^2 \cong 3.17\times10^{-3}$$

da cui $\boldsymbol{u_R(\varepsilon_r)}$ **= 5.6 %** ed infine una incertezza assoluta $u(\varepsilon_r) = u_R(\varepsilon_r)\times\varepsilon_r = 0.28$.

La misura effettuata ha fornito quindi il seguente risultato: $\boldsymbol{\varepsilon_r}$ **= 5.08(28)**.

1c) I due risultati di misura, espressi in notazione compatta, sono:

$\boldsymbol{\varepsilon_{r,A}}$**=5.08(28)** $\boldsymbol{\varepsilon_{r,B}}$**=4.40(40)**

Siamo in presenza di 2 misure differenti della medesima grandezza fisica, che hanno fornito valori diversi e con incertezze differenti. **Si avrà compatibilità tra coppie di misure indipendenti se la distanza tra i due valori di misura è inferiore alla radice quadrata della somma quadratica delle due incertezze, eventualmente estesa per un fattore di copertura *k*:** $|M_\alpha - M_\beta| \le k\sqrt{u^2(M_\alpha)+u^2(M_\beta)}$, con valori possibili/plausibili k=1, 2, o 3. Naturalmente a valori di k inferiori corrispondono compatibilità più forti.

Nel caso considerato si ottiene compatibilità per un fattore di copertura minimo $\boldsymbol{k_{AB}}$**≅1.39~1.4**. **Le due misure sono tra loro compatibili con *k*=2**.

1d) Ricorrendo al criterio della media pesata tra le misure compatibili, la miglior stima per il valore della misura e la sua incertezza tipo sono:

$$\varepsilon_r=\varepsilon_{r,MP}=\frac{\dfrac{\varepsilon_{r,A}}{u^2(\varepsilon_{r,A})}+\dfrac{\varepsilon_{r,B}}{u^2(\varepsilon_{r,B})}}{\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,A})}+\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,B})}}=\mathbf{4.86} \quad ; \quad u(\varepsilon_r)=u(\varepsilon_{r,MP})=\sqrt{\frac{1}{\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,A})}+\dfrac{1}{u^2(\varepsilon_{r,B})}}}=\mathbf{0.23}$$

Come previsto dalla teoria, il valore della media pesata cade nell'intervallo tra i due valori mediati e più vicino a quello con incertezza minore, mentre l'incertezza della media pesata risulta inferiore alla più bassa tra le due incertezze delle misure mediate.

La miglior stima (misura) finale è quindi $\boldsymbol{\varepsilon_r=\varepsilon_{r,MP}}$**=4.86(23)**.

(25 min) **Esercizio 2**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2a) Indicare quali caratteristiche minime deve avere una DAQ (al cui interno è presente un amplificatore con guadagni $G = 0.5$, 1, 10, 100 e un convertitore A/D con dinamica unipolare 0V +5 V) per poter acquisire contemporaneamente i seguenti segnali:

V_1 Segnale analogico con banda massima di 10 kHz, ampiezza massima 600 mV picco-picco, a valor medio 1 V, di cui si vogliono apprezzare dettagli con risoluzione migliore di 0.1 mV.

V_2 Onda quadra con livelli 0 V e 5 V, ad una frequenza di 5 kHz, di cui si devono acquisire almeno 20 campioni per periodo.

V_3 Segnale proveniente da un sensore di pressione, con sensibilità di 10 μV/°Pa, impiegato per misurare una pressione P intorno ai 10 kPa, con incertezza richiesta $u(P) \leq 10$°Pa.

2b) Si faccia un esempio di misura di temperatura attraverso un sensore NTC: si descriva una possibile architettura circuitale per la lettura e si riporti quindi l'espressione del valore di temperatura in funzione dei parametri elettrici misurati.

2a) La scheda di acquisizione deve avere almeno 3 canali di ingresso, preferibilmente in modalità **differenziale**, per misurare il segnale V_1 (di cui si vogliono apprezzare dettagli con risoluzione migliore di 0.1 mV).

Volendo acquisire contemporaneamente i 3 segnali, la scheda di acquisizione deve avere una frequenza di campionamento 3 volte più grande di quella indispensabile per il singolo canale. Inoltre il numero di bit è dettato dal canale che richiede la migliore risoluzione relativa.

Il guadagno dell'amplificatore e quindi le dinamiche impostabili all'interno della scheda sono: $D_{scheda,1} = +10$ V ($G = 0.5$), $D_{scheda,2} = +5$ V ($G = 1$), $D_{scheda,3} = +500$ mV ($G = 10$), $D_{scheda,4} = +50$ mV ($G = 100$). Per ottimizzare l'accuratezza della misura utilizzeremo sempre la minima dinamica che contiene interamente il segnale da misurare.

Il primo segnale deve essere campionato ad almeno **20 kSa/s** (il doppio della sua banda massima di 100 kHz). La sua dinamica va da 700 mV a 1300 mV, per cui scegliamo $\boldsymbol{G_1 = 1}$. Il numero di livelli di quantizzazione richiesto è quindi $N_1 = D_{A/D}/(G_1 \times \Delta V_1) = 5\text{ V} / (1 \times 0.1\text{ mV}) = 50\,000$ livelli. Per cui il numero di bit richiesti per questo canale è $\boldsymbol{n = 16}$ ($2^n = 65536$).

Il secondo segnale, onda quadra alla frequenza di 5 kHz, deve essere campionato con almeno 20 punti per periodo, per cui:

$f_{c,2}$ =5 kHz × 20 Sa = **100 kSa/s.**

Per quanto riguarda il secondo segnale non ci sono richieste particolari sulla risoluzione. La sua dinamica va da 0 V a +5 V, per cui scegliamo possiamo scegliere $G_2 = 1$, o anche $G_2 = 0.5$.

Il terzo segnale è una misura di pressione, su cui non abbiamo richieste di velocità. L'incertezza richiesta sulla misura di tensione vale $u(V_3) = (10°\text{Pa}) \times 10\ \mu\text{V/Pa} = 100\ \mu\text{V}$, a cui corrisponde un intervallo di quantizzazione (risoluzione) $\Delta V_3 = u(V_3) \times 12^{0.5} \cong 350\ \mu\text{V}$.

La dinamica stimata vale $V_3 = 10°\text{kPa} \times 10\ \mu\text{V/Pa} = 100$ mV, per cui scegliamo $\boldsymbol{G_3 = 10}$. In questo caso il numero di livelli di quantizzazione minimo vale:

$N_3 = D_{A/D}/(G_3 \times \Delta V_3) = 5\text{ V} / (10 \times 350\ \mu\text{V}) \cong 1430$. Per cui il numero di bit richiesti è $\boldsymbol{n = 11}$.

Riepilogando, è necessaria una scheda con **3 canali, operanti in modalità differenziale**, con frequenza di campionamento di almeno **300 kSa/s** (il triplo della più alta richiesta dal singolo segnale), con almeno $\boldsymbol{n = 16}$ **bit**.

2b) È possibile utilizzare un circuito a ponte per la misura di resistenza. (Si vedano gli appunti e le dispense del corso).
La dipendenza della resistenza dalla temperatura è data da

$$R = R_0 e^{-\beta(1/T_0 - 1/T)}.$$

per cui la temperatura si ricava da

$$T = \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta} \ln \frac{R}{R_0} \right)^{-1}$$

Dove β , T_0 e R_0 sono valori dati dal costruttore (tipicamente $\beta \cong 4000$ K, T_0 = 25 °C = 298 K e R_0 è la resistenza alla temperatura T_0)

(30 min) **Esercizio 3**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

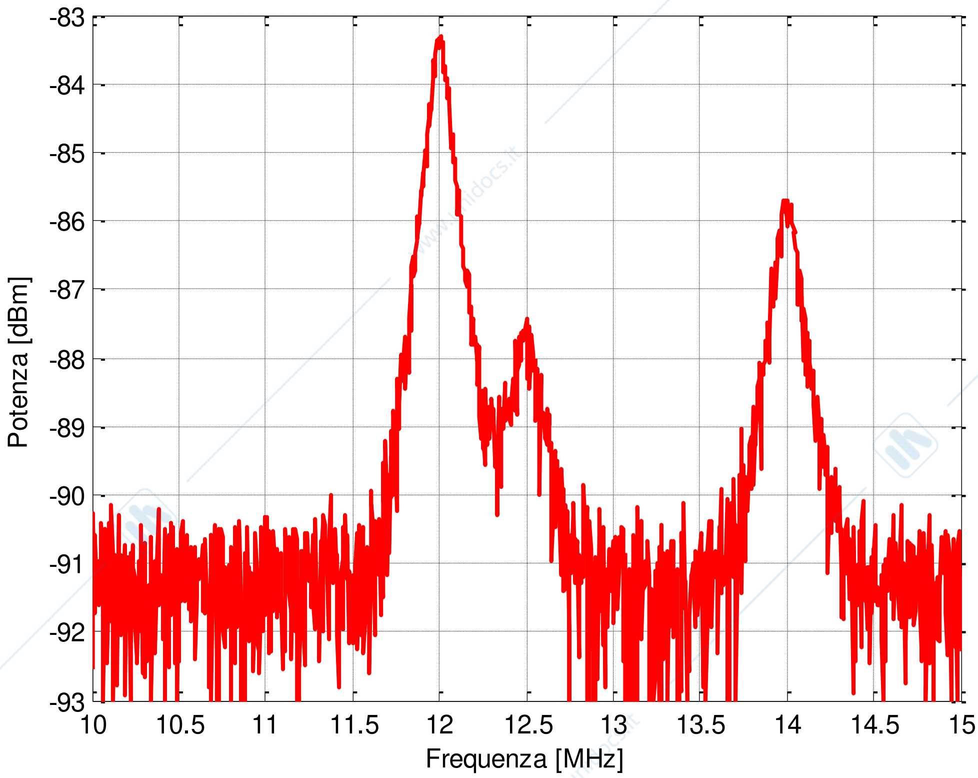
3a) In figura è riportato lo schermo di un analizzatore di spettro a supereterodina. Si descrivano tutte le impostazioni scelte dall'utente per ottenere questa misura.

3b) Quanto vale il rapporto segnale-rumore per il segnale più ampio?

3c) Si stimino il minimo tempo necessario per effettuare questa scansione e la *noise figure* dell'analizzatore.

3d) Si disegni sullo schermo la traccia che verrebbe visualizzata se si raddoppiasse la *RBW*. Che cosa è cambiato con questa nuova impostazione?

3e) Sarebbe possibile visualizzare questo segnale con un oscilloscopio?



3a) Impostazioni:

f_{START}=10 MHz e f_{STOP}=15 MHz, dunque con *SPAN*=5 MHz.

Reference level RL=-83 dBm con amplificazione verticale A_y=1 dB/DIV

Tutte le righe spettrali visualizzate hanno una piena larghezza a metà altezza (FWHM) dal picco che è uguale alla r*esolution bandwidth* ***RBW*=200 kHz** (2/5 di divisione a -3dB dal picco).

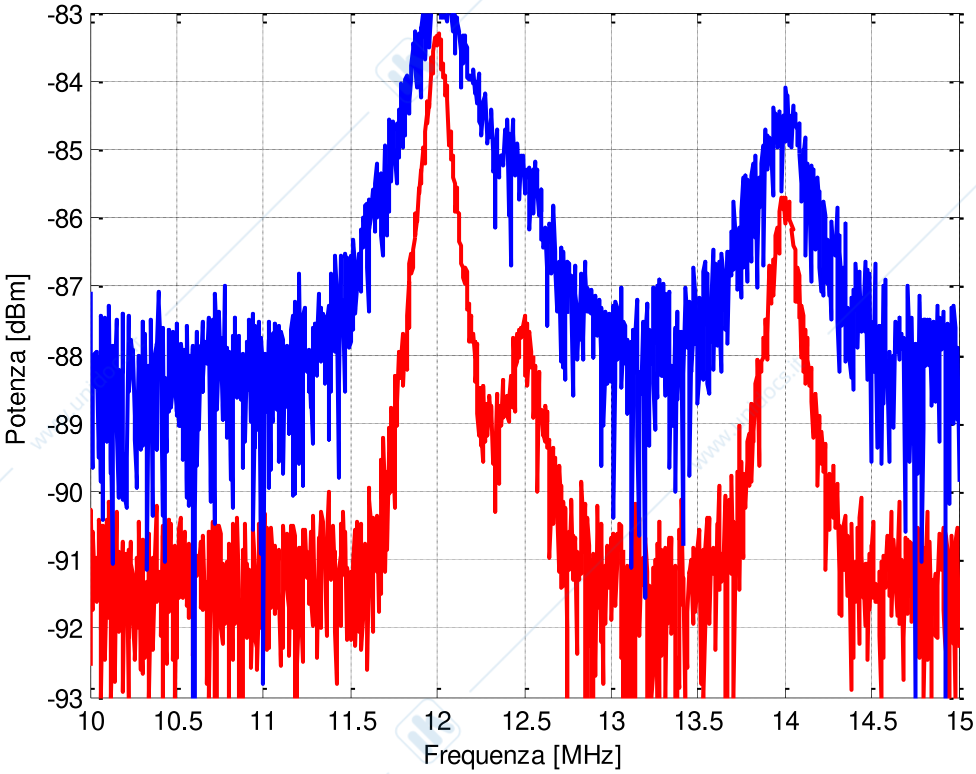
3b) Il segnale a 12 MHz ha un rapporto degnale-rumore di circa **8 dB.**

3c) Il tempo di scansione minimo vale circa $ST \cong 3\frac{SPAN}{RBW^2} = 3\frac{5\cdot 10^6}{(2\cdot 10^5)^2} = \mathbf{0.375\ ms}$

Dove con il fattore 3 si è tenuto conto del tempo di risposta del filtro quasi-gaussiano presente all'interno dell'analizzatore di spettro.
Dal fondo di rumore ricaviamo la *noise figure* dell'analizzatore:

P_{FLOOR}**=-91 dBm** = $NF \cdot kT \cdot RBW$= NF-174 dBm/Hz+53 dB·Hz da cui **NF = 30 dB**.

3d) Se aumentassimo da 200 kHz a 400 kHz la *RBW* si allargherebbero i picchi (non si vedrebbe più il segnale a 12.5 MHz) e salirebbe di 3 dB il fondo di rumore, come mostrato dalla curva blu in figura. Inoltre il tempo di scansione minimo sarebbe 4 volte più breve.



3e) Il segnale più alto (a 12 MHz) ha una potenza di circa -83.5 dBm, corrispondenti a circa 4.5 pW. La sua ampiezza su 50 Ω vale:

$$A = \sqrt{2RP} = 21\ \mu\text{V}$$

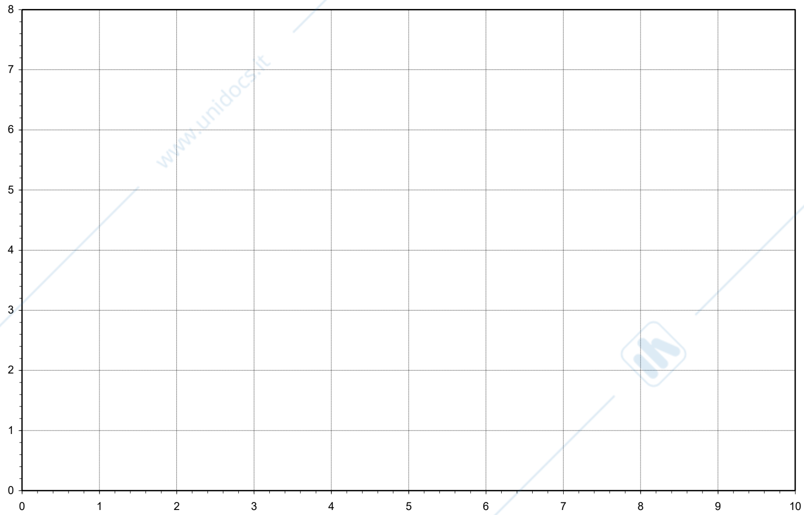
Un segnale di tale ampiezza non è visualizzabile da un oscilloscopio, in quanto ben al di sotto del suo fondo di rumore (si pensi che normalmente la massima amplificazione verticale è 1 mV/DIV).

.

(30 min) **Esercizio 4**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

4a) Con un oscilloscopio analogico a 2 canali e con banda B=100 MHz si osserva un segnale sinusoidale $V_S=V_0\cos(2\pi f_0 t+\varphi)$ e l'uscita di un comparatore invertente con soglia a 0 V, tempo di salita pari a 10 ns e livelli di uscita 0 V e 5 V. All'ingresso del comparatore è posto il segnale V_S.
V_0=3 V; f_0=2 MHz; φ=543 mrad.
Si scelgano tutte le impostazioni dell'oscilloscopio, per visualizzare entrambi i segnali.
4b) Si calcoli il tempo di salita dell'onda quadra visualizzata sull'oscilloscopio.
4c) Si mostri la schermata oscillografica corrispondente alla misura dei due segnali (sinusoide e onda quadra).
4d) Un convertitore A/D a 14 bit e 1 MSa/s, privo di altre non-idealità ad eccezione di un rumore interno con varianza $\sigma_N^2 = 2\times 10^{-8}$ V^2, ha una dinamica D da 0 V a 1 V. Si calcoli il numero di bit equivalenti del convertitore.



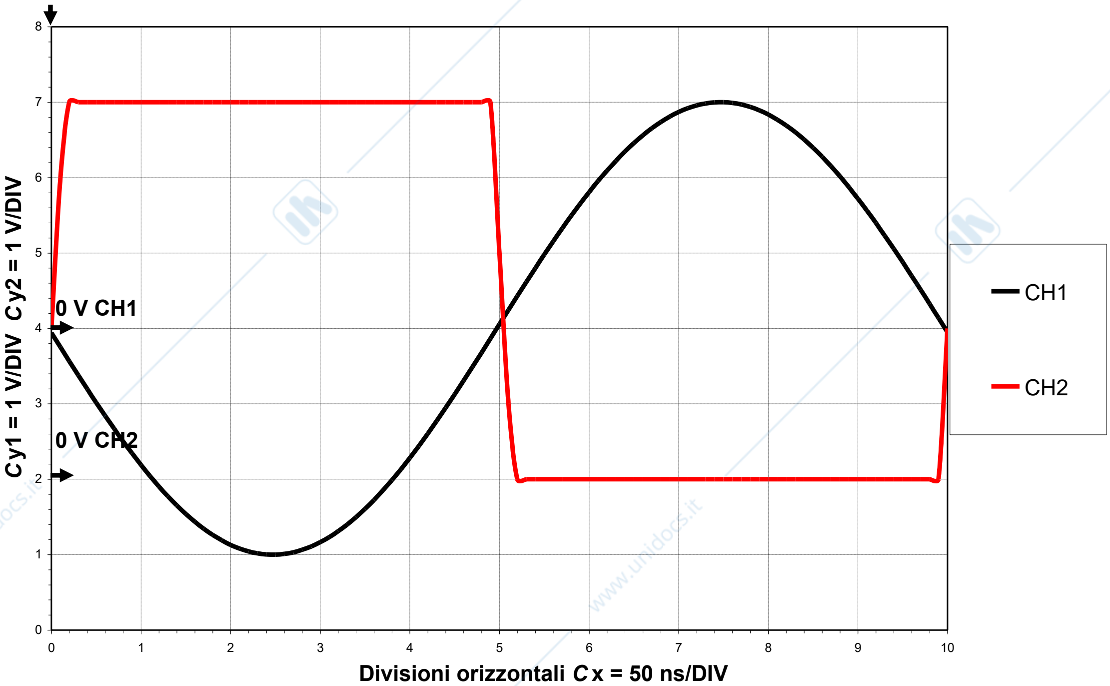
4a) Per visualizzare correttamente l'intera dinamica verticale del segnale sinusoidale di ampiezza 3 V è necessario impostare il CH1 dell'oscilloscopio con una deflessione verticale di $C_{y,1}$ = 1 V/DIV, con livello di 0 V a centro schermo. Per quanto riguarda il segnale TTL si può ancora impostare un'amplificazione verticale di $C_{y,2}$ = 1 V/DIV, abbassando il livello di 0V, ad esempio alla seconda divisione verticale. I segnali sono accoppiati in DC, anche se per il segnale sinusoidale l'accoppiamento AC non varierebbe la visualizzazione oscillografica. Per quanto concerne l'amplificazione orizzontale, decidiamo di visualizzare almeno un periodo dei due segnali (ovviamente isofrequenziali), che hanno frequenza $f \cong 2$ MHz e dunque periodo $T = 0.5$ µs. Possiamo quindi scegliere come deflessione C_x=50 ns/div, in modo da visualizzare esattamente un periodo.
Il *trigger* analogico può essere prelevato sul segnale a onda quadra (con pendenza maggiore), ad esempio a un livello di 2 V (va bene un qualsiasi livello abbastanza lontano dai due livelli), con pendenza positiva, e con accoppiamento DC.
Ovviamente la fase del segnale non significa assolutamente niente: dipende dal riferimento scelto per l'asse dei tempi, che nel caso dell'oscilloscopio è dato dall'istante di trigger.
Data l'elevata frequenza dei segnali ($f \cong 2$ MHz) sicuramente è necessario scegliere la modalità di visualizzazione *alternated*.

4b) Il tempo di salita visualizzato è dato dalla combinazione dei tempi di salita del segnale da misurare (t_{comp}=10 ns) e dell'oscilloscopio (t_{osc}=0.35/100 MHz= 3.5 ns):

$$t_{\mathrm{meas}} = \sqrt{t_{\mathrm{comp}}^2 + t_{\mathrm{osc}}^2} \cong 10.6\,\mathrm{ns}$$

Quindi l'errore dovuto alla banda limitata dell'oscilloscopio in questo caso è molto limitato.

4c) La schermata oscillografica corrispondente alla misura è riportata in figura.



4d) La risoluzione dimensionale è $\Delta V = D/2^n = (1\ \mathrm{V})/(2^{14}) = (1\ \mathrm{V})/(16384) \cong 61\ \mu\mathrm{V}$.

Per ricavare il numero di bit equivalenti n_e, utilizziamo la formula

$$n_{\mathrm{e}} = n - \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_{\mathrm{q}}^2 + \sigma_{\mathrm{N}}^2}{\sigma_{\mathrm{q}}^2}\right) = n - \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{\sigma_{\mathrm{N}}^2}{\sigma_{\mathrm{q}}^2}\right)$$

Dove n è il numero di bit, σ_{q}^2 è la varianza di quantizzazione e σ_{N}^2 è la varianza del rumore interno.

Essendo

$${}_{\mathrm{q}}^{2} = u_{\mathrm{q}}^2 = \frac{(\quad V)^2}{12} \quad 3.1\times 10^{\ 10}\ \mathrm{V}^2\mathrm{e} \quad {}_{\mathrm{N}}^{2} = \left(V_{\mathrm{N,eff}}\right)^2 \quad 2 \quad 10^{\ 8}\ \mathrm{V}^2$$

si ottiene

$$n_{\mathrm{e}} = n \quad \frac{1}{2}\log_2 \quad 1 + \frac{200}{3.1} \div \quad n \quad \frac{1}{2}\log_2(65.4) \quad n \quad 3 = 11\,\mathrm{bit}$$

Esercizio ___ *(continua)*

[foglio addizionale per eventuale esercizio "lungo"]

INDICARE IL RICHIAMO IN FONDO ALLA PAGINA DELL'ESERCIZIO CORRISPONDENTE