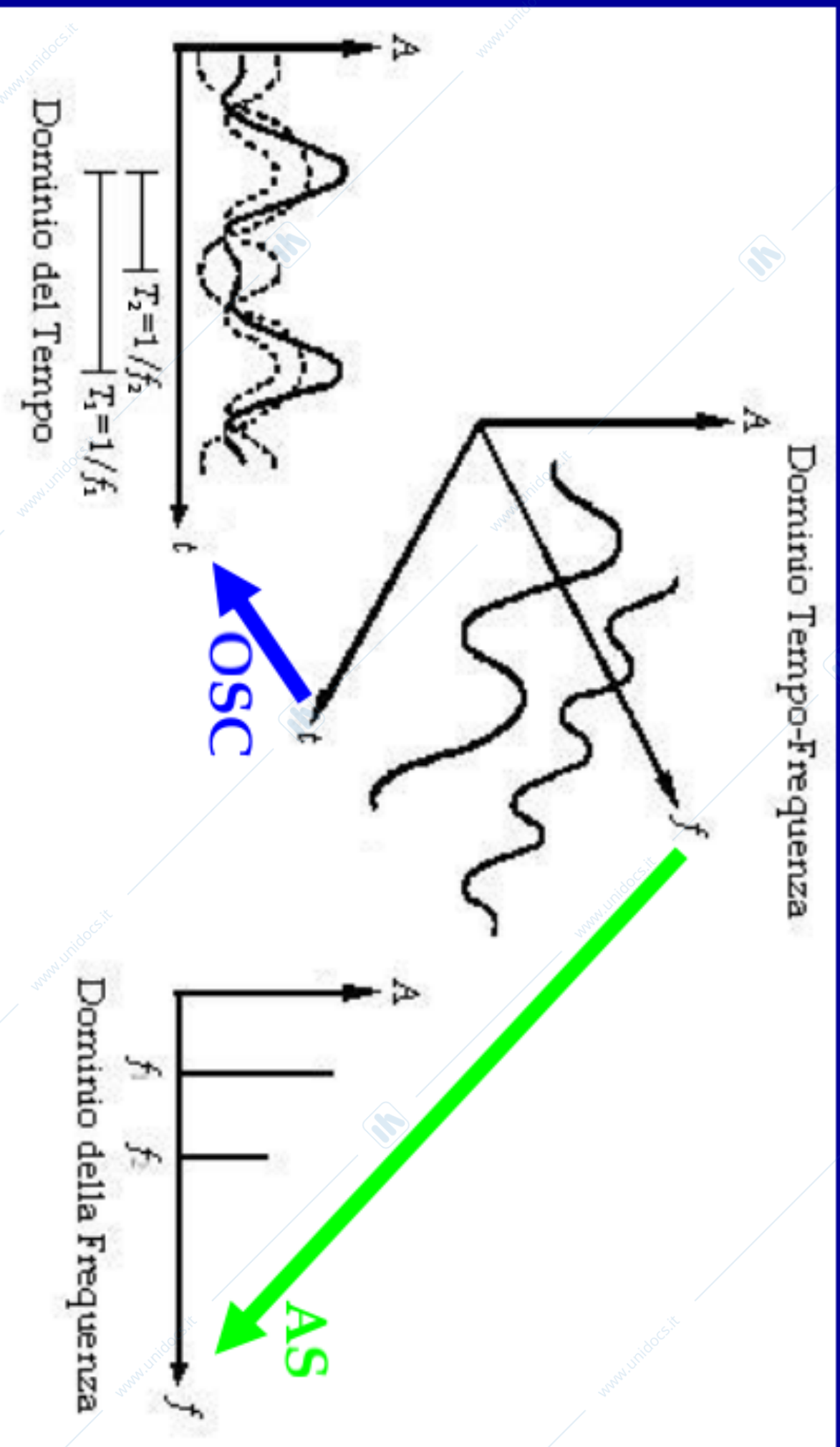


ANALIZZATORI DI SPETTRO

Analisi spettrale



Trasformata di Fourier (1/2)

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j\omega t) dt$$

$\omega = 2\pi f$ pulsazione angolare



Trasformata di Fourier (2/2)

Lo spettro di un segnale $s(t)$ reale è

$S(f)$ complesso (ampiezza e fase)

Nella realtà si possono misurare solo spettri di segnali **troncati**, ossia osservati su un **tempo T finito** (e poi integrati secondo Fourier)

$$S_T(\omega) = \int_{t_0}^{t_0+T} s(t)e^{-j\omega t} dt$$

Gamme spettrali ("segnali")

SUBSONICI < 20 Hz

AUDIO 20 Hz ÷ 20 kHz

*Intervallo dove
l'orecchio riesce a
sentire*

HF 3 MHz ÷ 30 MHz

RF 30 MHz ÷ 3 GHz

MICROONDE 3 GHz ÷ 30 GHz

MICROONDE 30 GHz ÷ 300 GHz

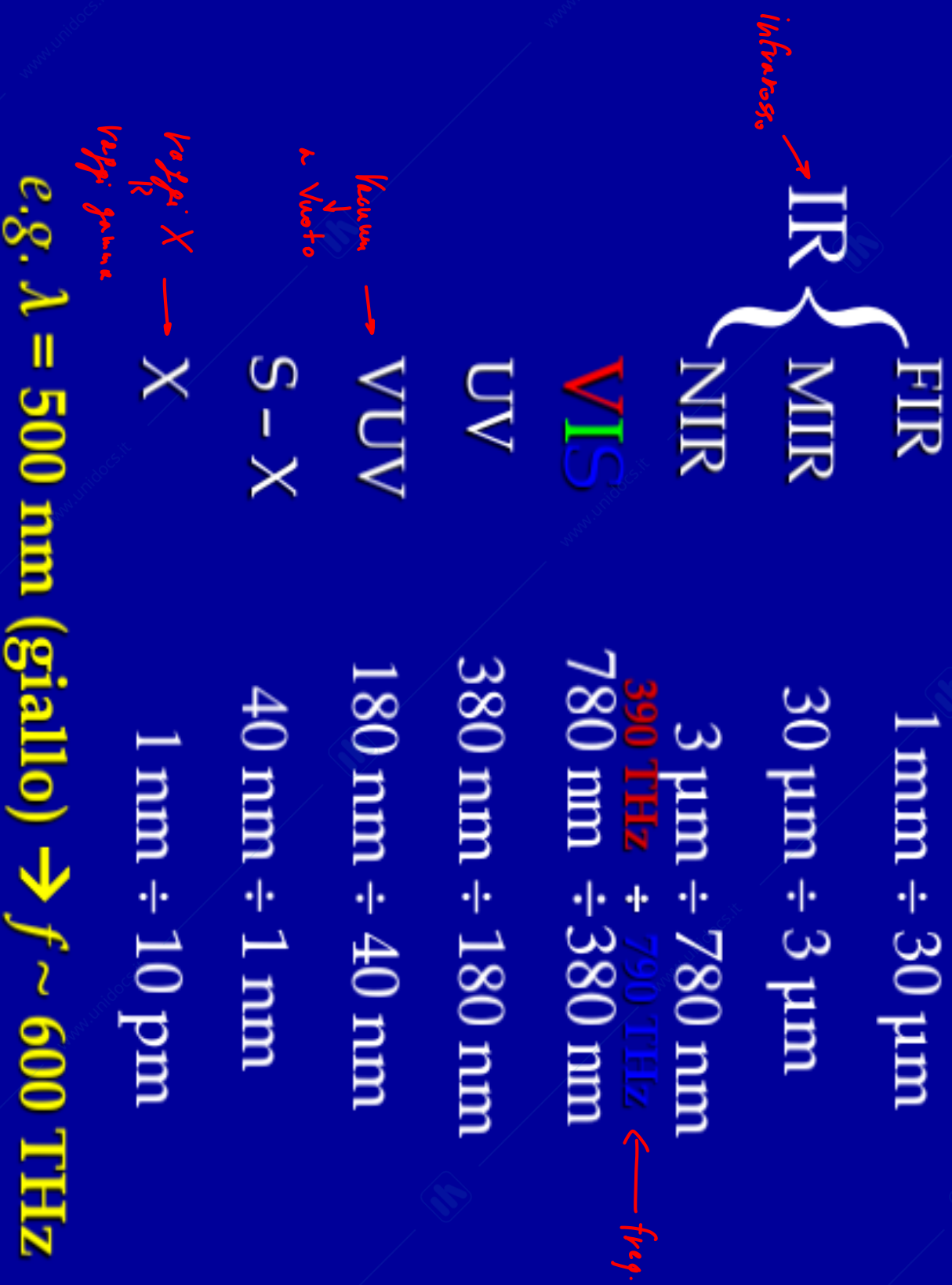
Frequency	Band
10 kHz to 30 kHz	Very Low Frequency (VLF)
30 kHz to 300 kHz	Low Frequency (LF)
300 kHz to 3 MHz	Medium Frequency (MF)
3 MHz to 30 MHz	High Frequency (HF)
30 MHz to 144 MHz	
144 MHz to 174 MHz	Very High Frequency (VHF)
174 MHz to 328.6 MHz	
328.6 MHz to 450 MHz	
450 MHz to 470 MHz	
470 MHz to 806 MHz	Ultra High Frequency (UHF)
806 MHz to 960 MHz	
960 MHz to 2.3 GHz	
2.3 GHz to 2.9 GHz	
2.9 GHz to 30 GHz	Super High Frequency (SHF)
30 GHz and above	Extremely High Frequency (EHF)

A più alte frequenze è comune
l'uso della lunghezza d'onda

$$\lambda = c / f$$

Spettro ottico e raggi X

dopo le microonde ci sono le onde millimetriche → non molto usate



Intero spettro e.m. e sue sigle

→ Si misura l'energia in eV

Per ogni valore di freq. sono stabiliti
di misure diversi

CLASS	FREQUENCY	WAVELENGTH	ENERGY
γ	300 EHz	1 pm	1.24 MeV
HX	30 EHz	10 pm	124 keV
SX	3 EHz	100 pm	12.4 keV
NUV	300 PHz	1 nm	1.24 keV
EUV	30 PHz	10 nm	124 eV
NUV	3 PHz	100 nm	12.4 eV
NIR	300 THz	1 μ m	1.24 eV
MIR	30 THz	10 μ m	124 meV
FIR	3 THz	100 μ m	12.4 meV
EHF	300 GHz	1 mm	1.24 meV
SHF	30 GHz	1 cm	124 μ eV
UHF	3 GHz	1 dm	12.4 μ eV
VHF	300 MHz	1 m	1.24 μ eV
HF	30 MHz	1 dam	124 neV
MF	3 MHz	1 hm	12.4 neV
LF	300 kHz	1 km	1.24 neV
VLF	30 kHz	10 km	124 peV
VF	3 kHz	100 km	12.4 peV
ELF	300 Hz	1 Mm	1.24 peV
ELF	30 Hz	10 Mm	124 feV

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$E = h\nu$$

γ = Gamma rays

HX = Hard X-rays

SX = Soft X-Rays

EUV = Extreme ultraviolet

NUV = Near ultraviolet

Visible light

NIR = Near infrared

MIR = Moderate infrared

FIR = Far infrared

Radio waves:

EHF = Extremely high frequency (Microwaves)

SHF = Super high frequency (Microwaves)

UHF = Ultrahigh frequency

VHF = Very high frequency

HF = High frequency

MF = Medium frequency

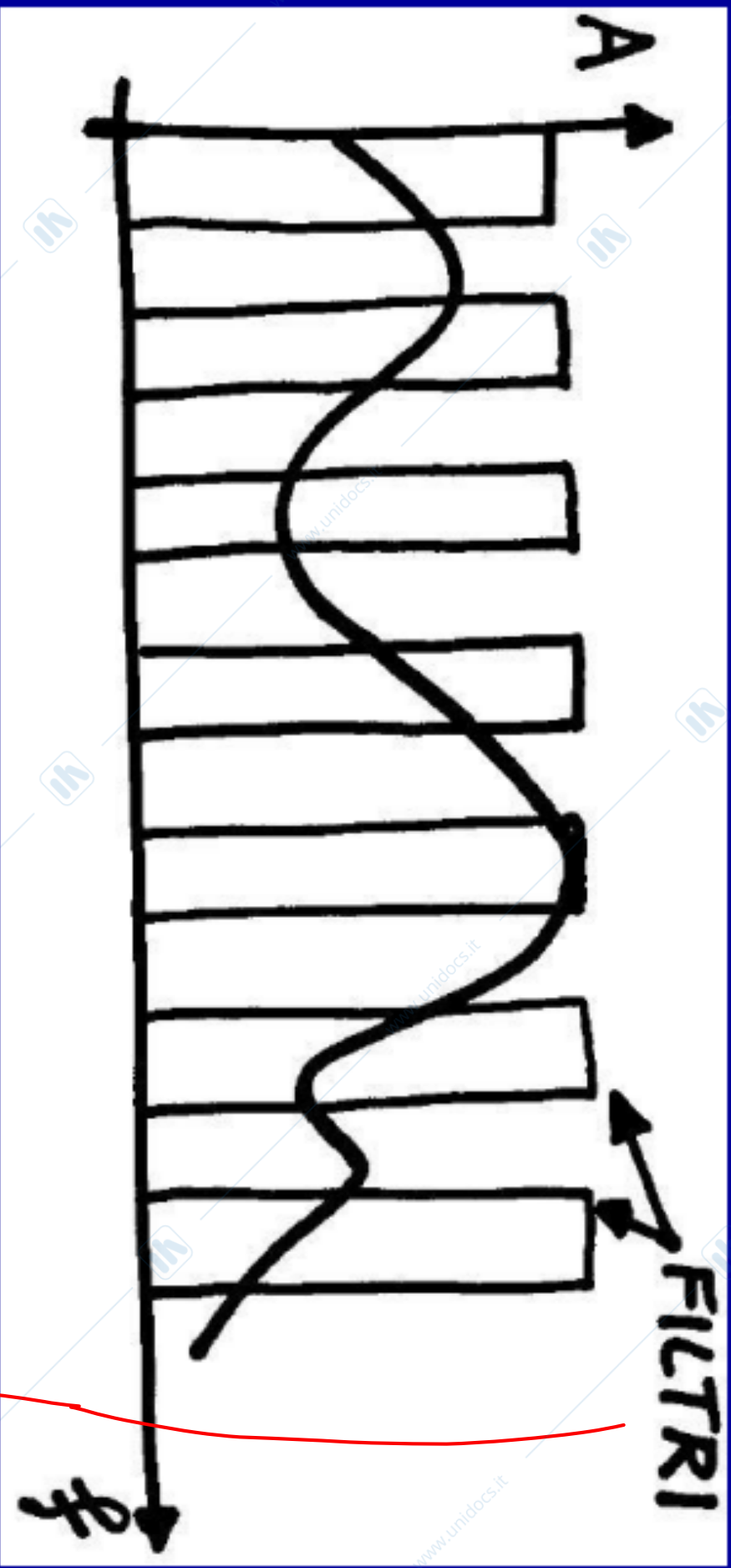
LF = Low frequency

VLF = Very low frequency

VF = Voice frequency

ELF = Extremely low frequency

Principio dell'AS a banco di filtri



la velocità

di Stazionari

deve essere +

velocità della

velocità di

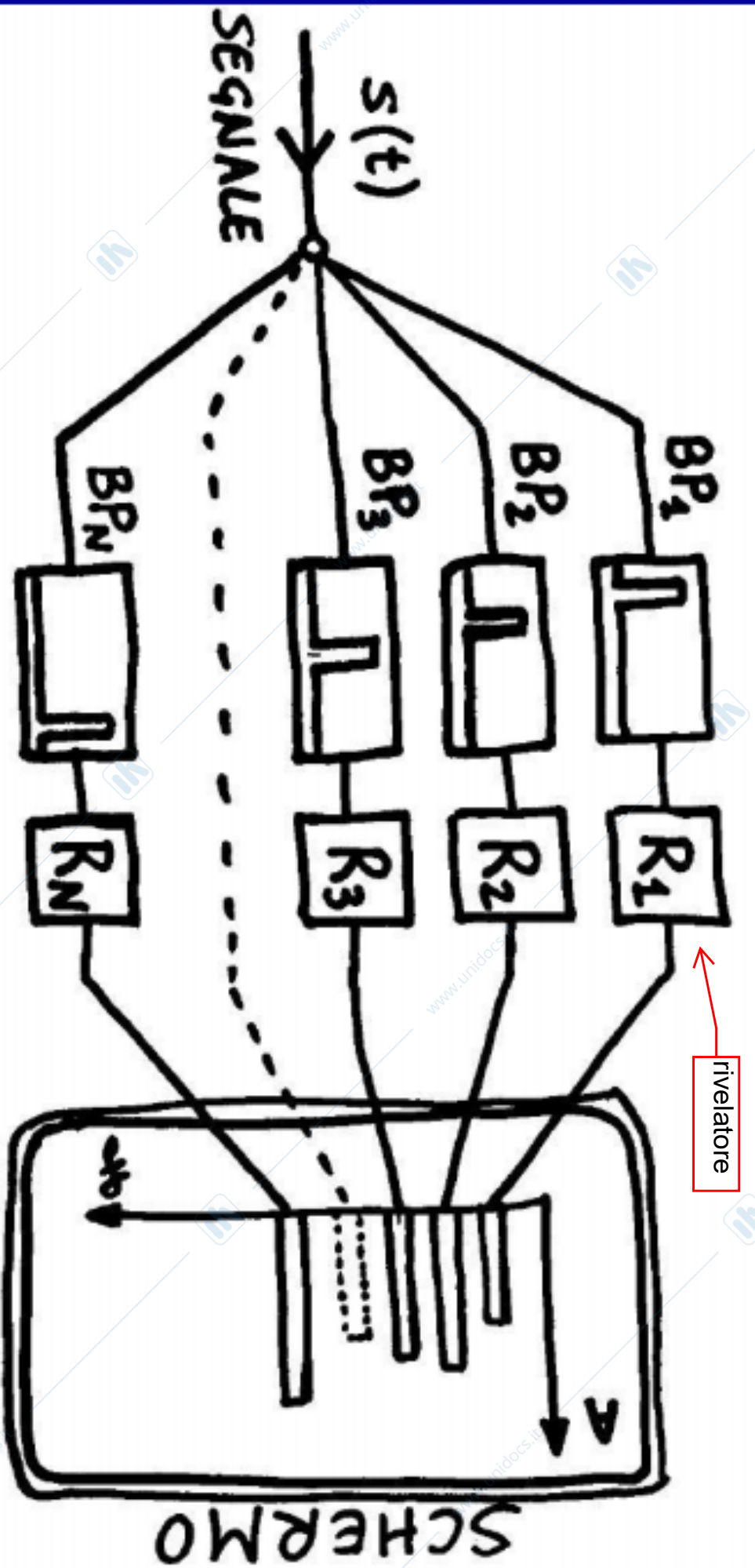
variazione dello

spazio

- **Analisi parallela** ("simultanea")
- **Impiego in banda audio**
- **Misura segnali "non stazionari"**

filtri per vedere quanto segnale c'è in quelle porzioni di temp.

AS a banco di filtri (con più Riv.)

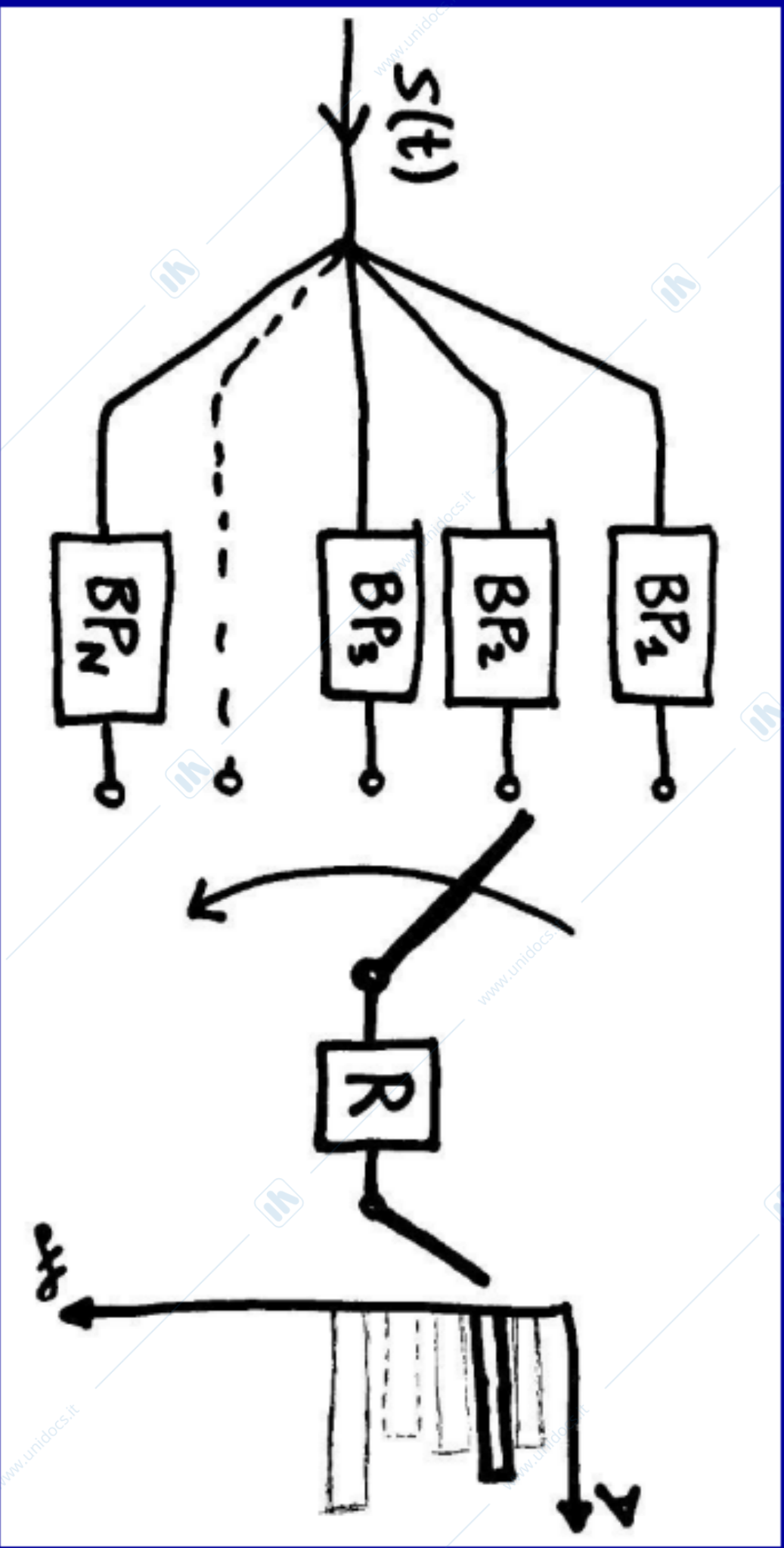


"equalizzatore grafico dello stereo"

50 "barre" su Windows MediaPlayer...

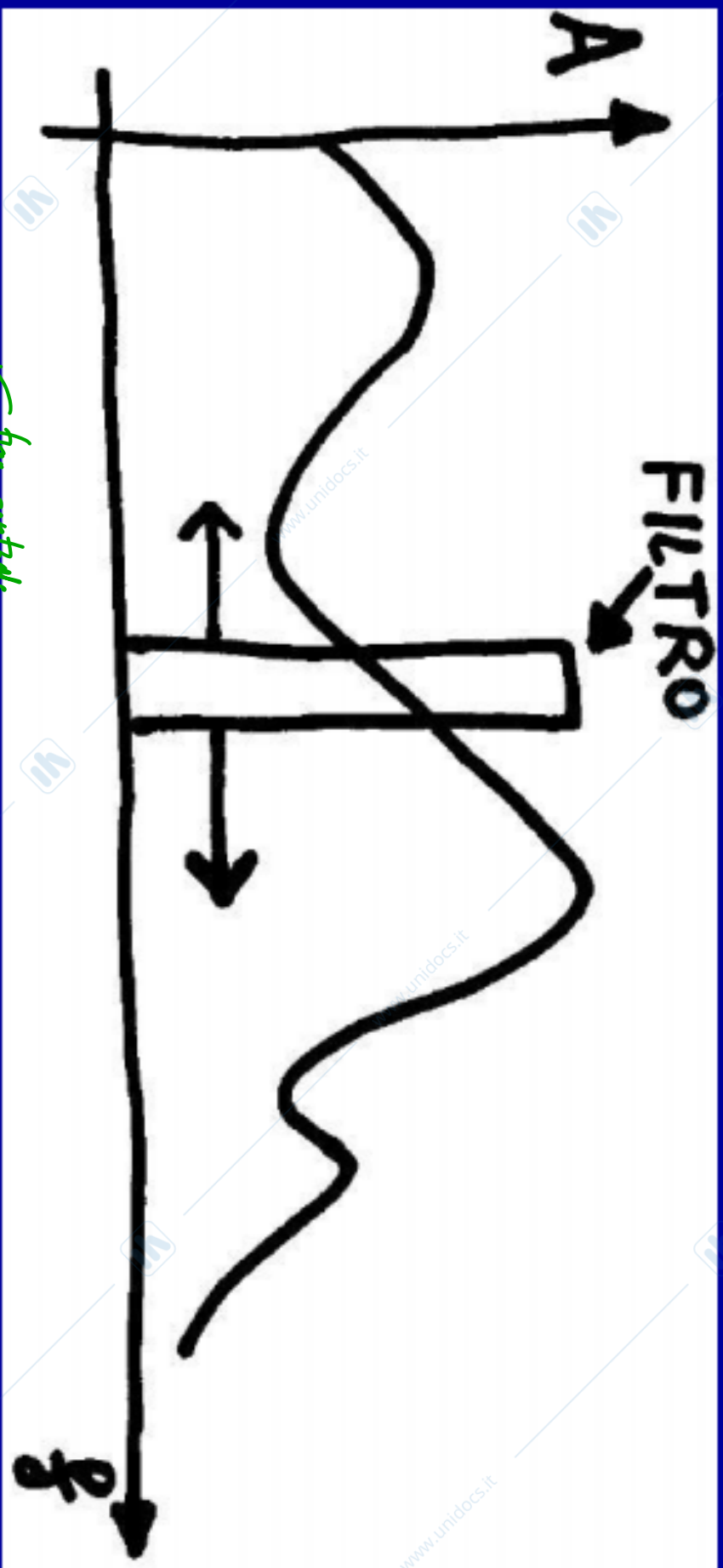
$S'(f)$
SPETTRO

AS a banco di filtri (un solo Riv.)



"ANALISI SEQUENZIALE"

AS a filtro accordato (1/2)



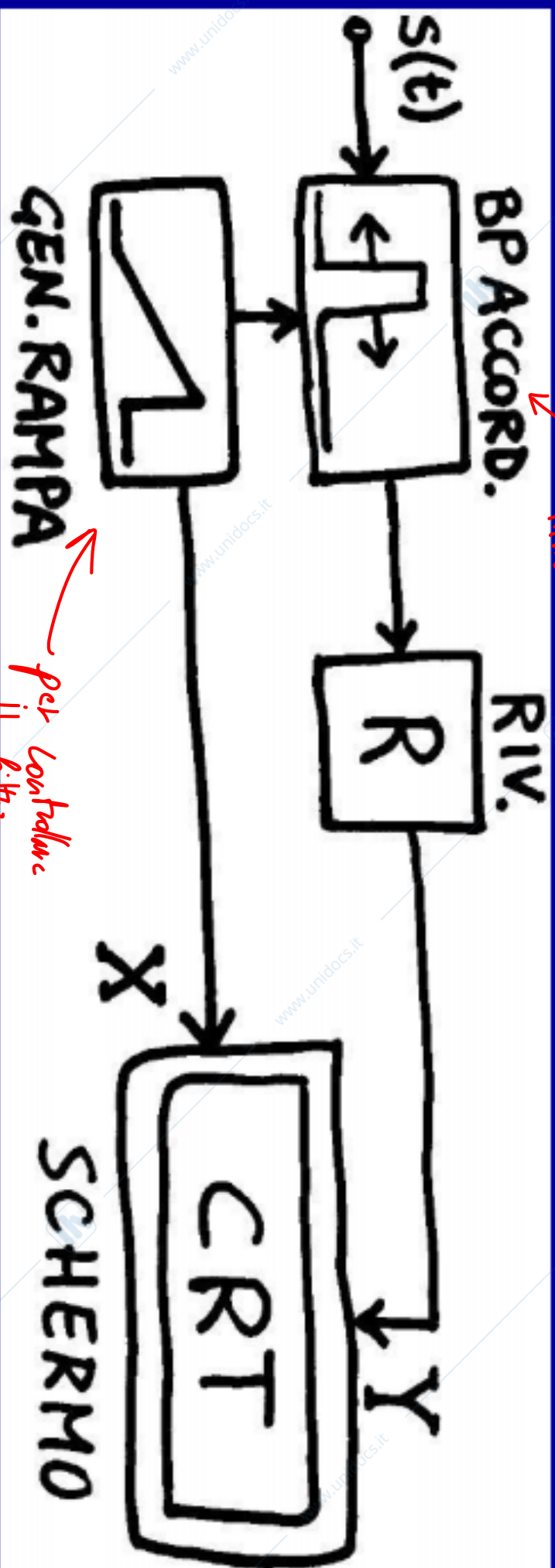
fattore di merito
(dipende dalla frequenza)

$$Q = \frac{f}{\Delta f}$$

≈ COSTANTE per un dato filtro

ANALISI SEQUENZIALE (si muove il filtro lungo lo spettro, osservando una frequenza alla volta)

AS a filtro accordato (2/2)



- Semplicità di comando del CRT

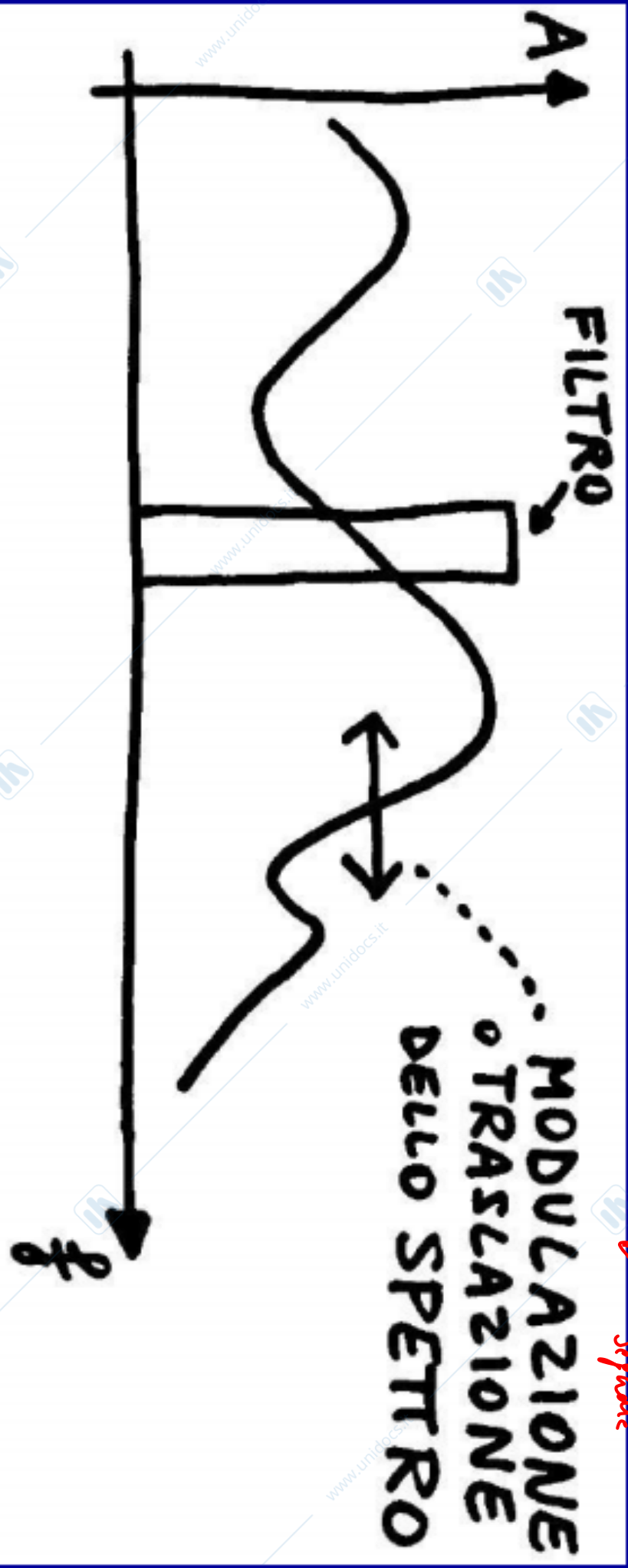
- **Minimo numero di filtri e rivelatori**

- **Problema: RBW varia con f**

Resolution Band Width

AS a eterodina (1/2)

Pratica che far muovere il t. l'ho separato facendo muovere il



FILTRO A SINTONIA FISSA

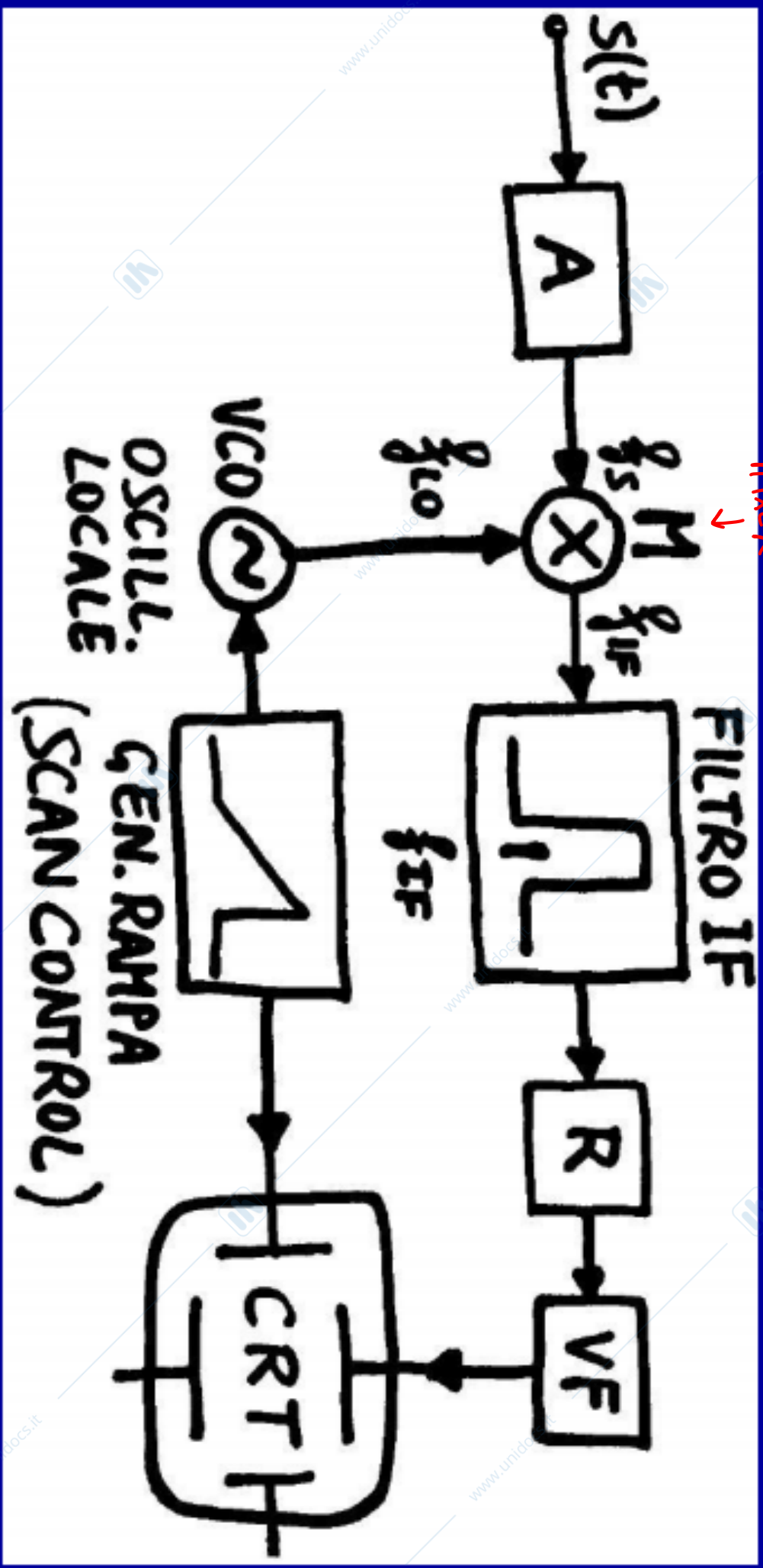
$$Q = \frac{f}{\Delta f} = \text{cost.}$$

$$\Rightarrow \Delta f = RBW = \text{cost.}$$

ANALISI SEQUENZIALE (si muove / modula lo

spettro facendolo passare attraverso il filtro)

AS a eterodina (2/2)



$f_{IF} = |f_{LO} \pm f_s| \quad ? \rightarrow f_{IF} = f_{LO} - f_s$

Pb. della **frequenza immagine** (es. $f_s^* = f_{IF} + f_{LO}$)

Modulazione (1/2)

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \quad \text{Eulero}$$

$$\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad \sin\beta = \frac{e^{j\beta} - e^{-j\beta}}{2j}$$

$$\begin{aligned} \cos\alpha \cos\beta &= \frac{1}{4} (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})(e^{j\beta} + e^{-j\beta}) = \\ &= \frac{1}{4} [e^{j(\alpha+\beta)} + e^{j(\alpha-\beta)} + e^{j(-\alpha+\beta)} + e^{j(-\alpha-\beta)}] = \\ &= \frac{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}{2} \end{aligned}$$

somma e
differenza

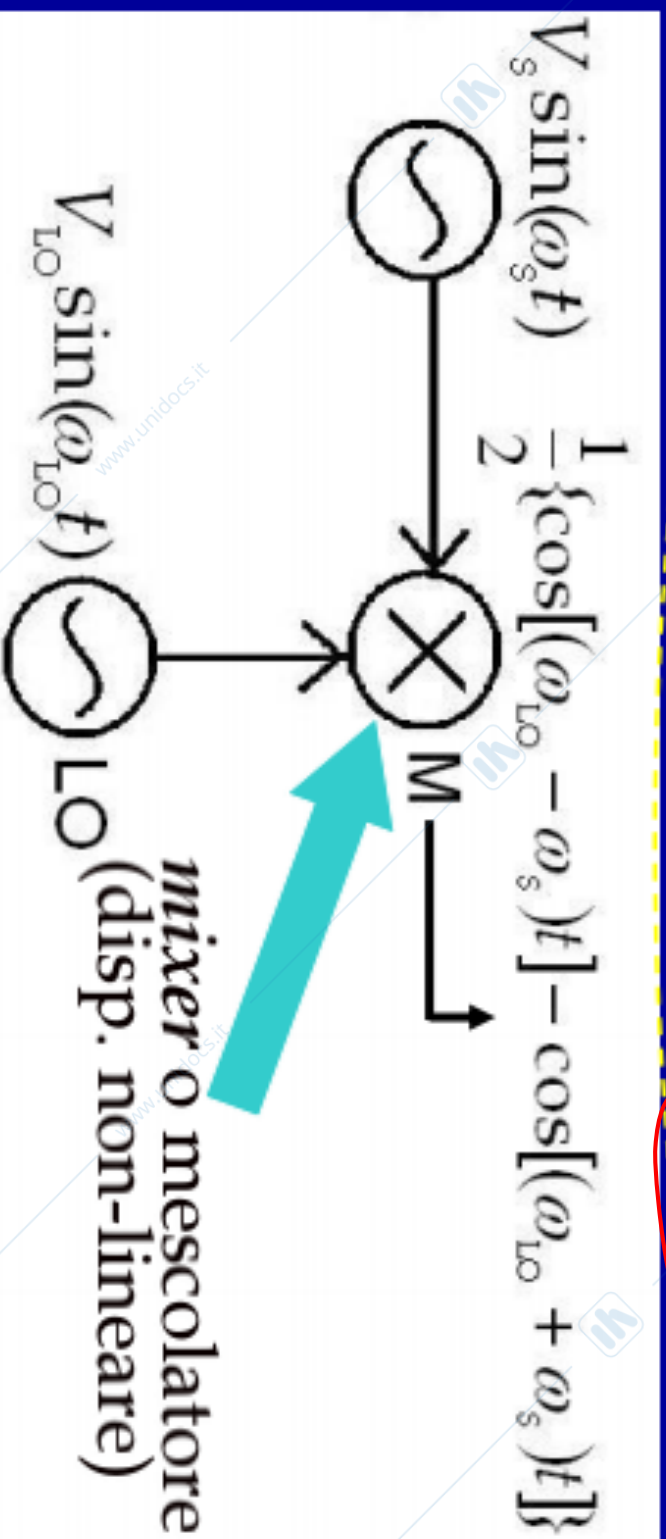
Modulazione (2/2)

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{4} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) (e^{j\beta} - e^{-j\beta}) =$$

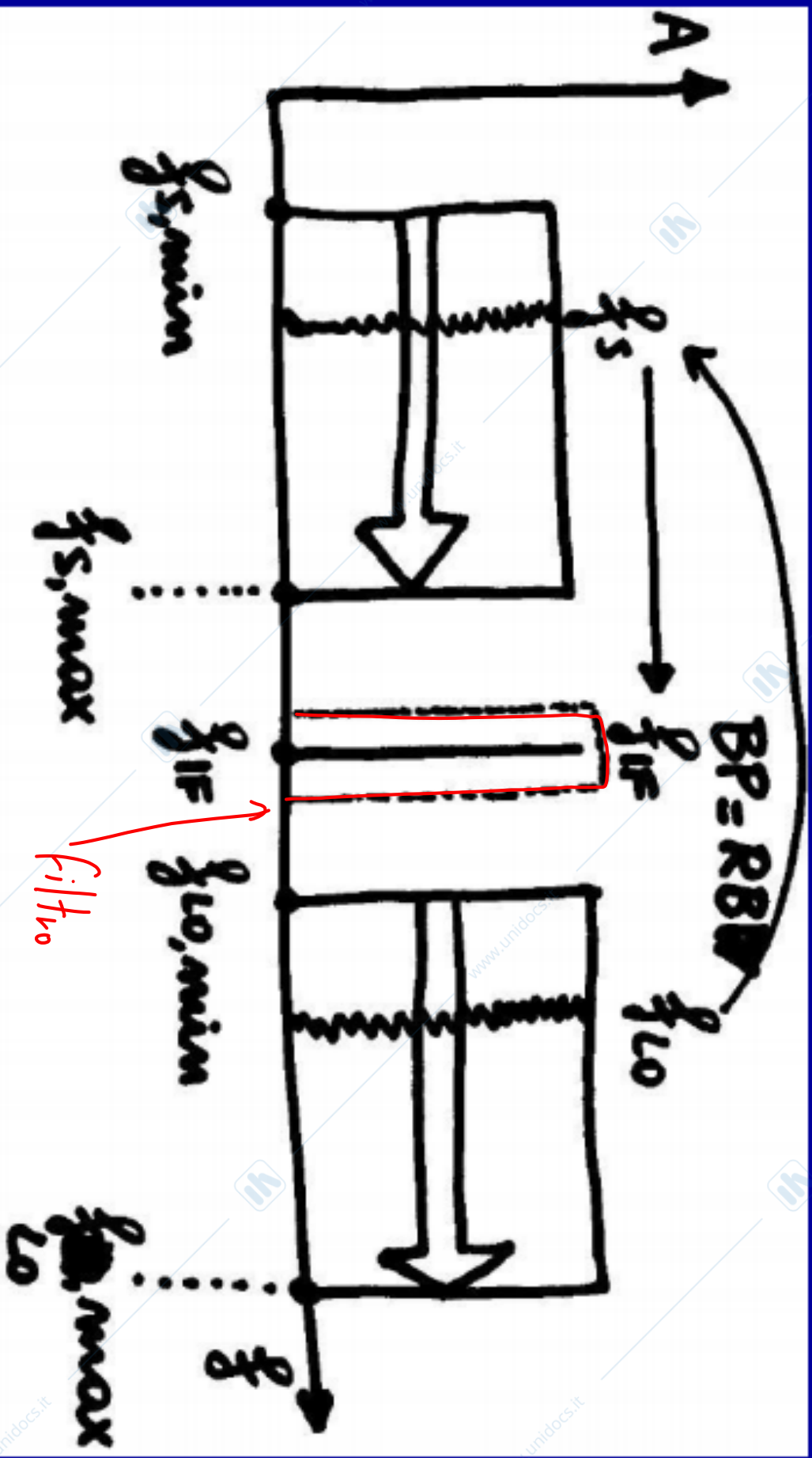
$$= -\frac{1}{4} [e^{j(\alpha+\beta)} - e^{j(\alpha-\beta)} - e^{-j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha+\beta)}] =$$

$$= \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

differenza
e somma



Selezione della frequenza intermedia



Se $f_{LO} > f_{IF} > f_s$

allora $f_{IF} = f_{LO} - f_s$

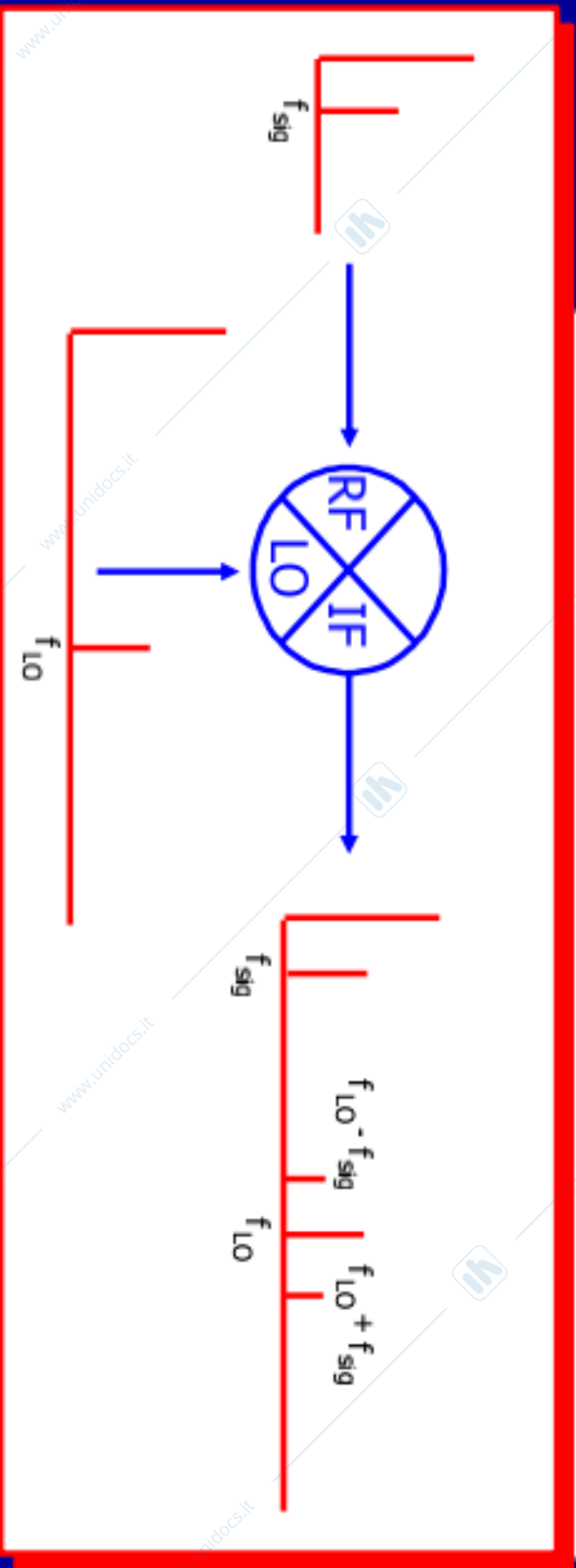
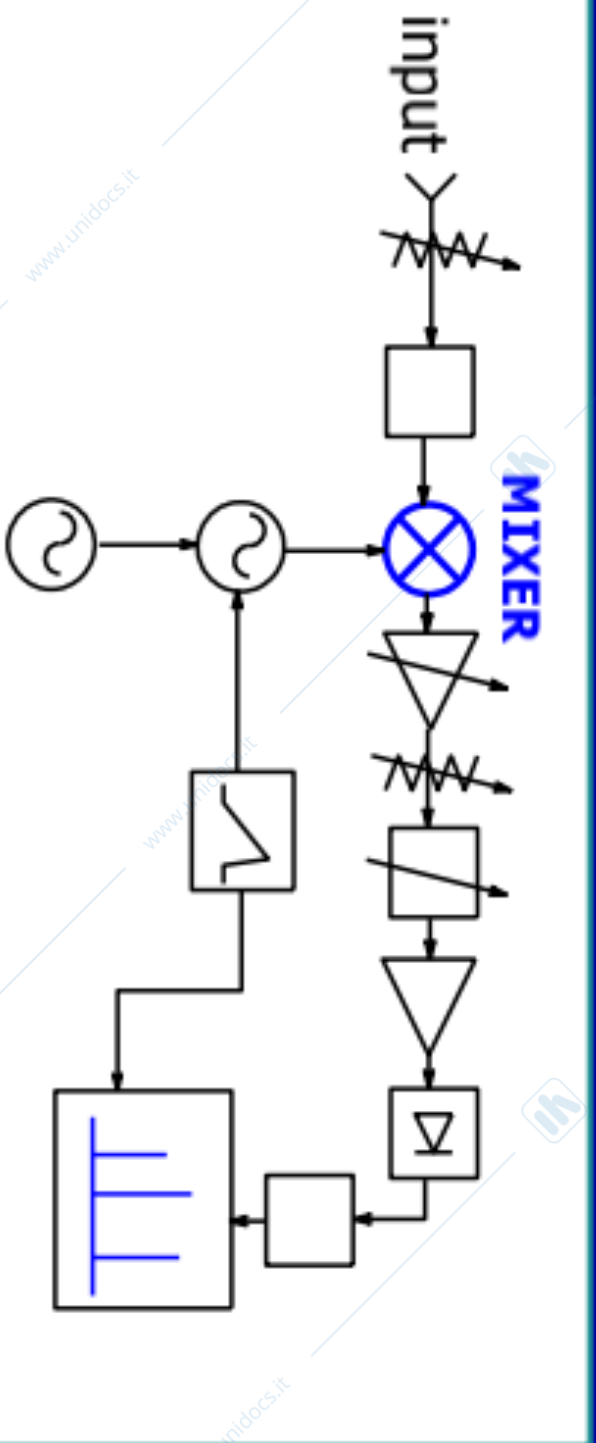
e così si elimina la
frequenza immagine

f_{IF}

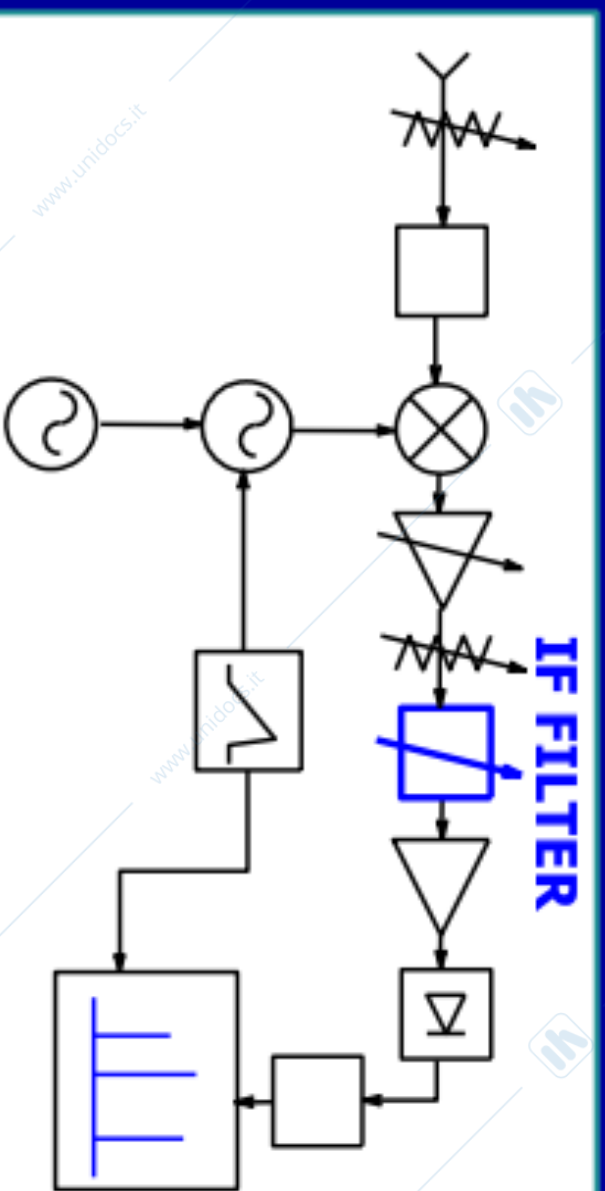
www.unidocs.it

Appunti e dispense di Spettro i universitari

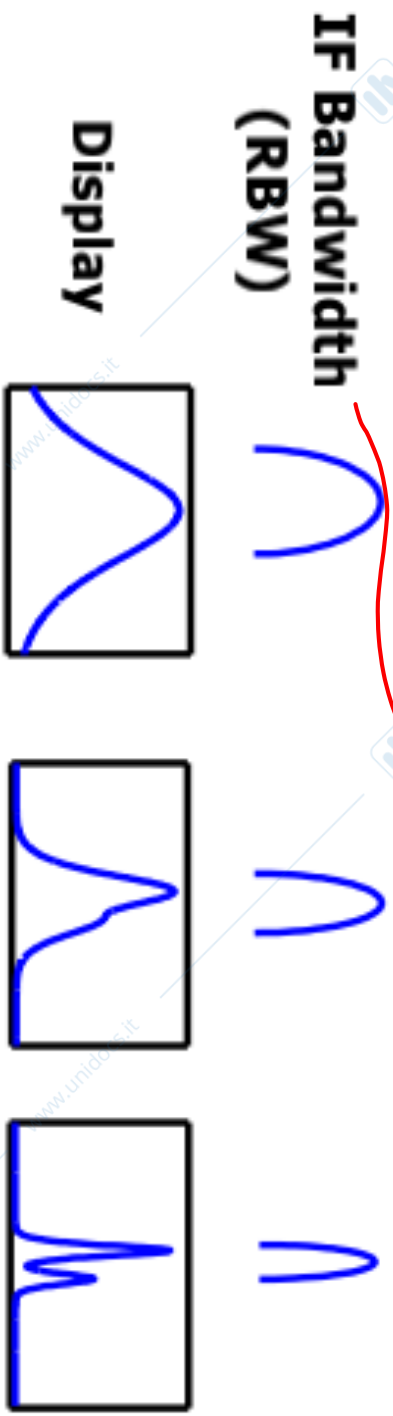
Mixer



Filtro a frequenza intermedia

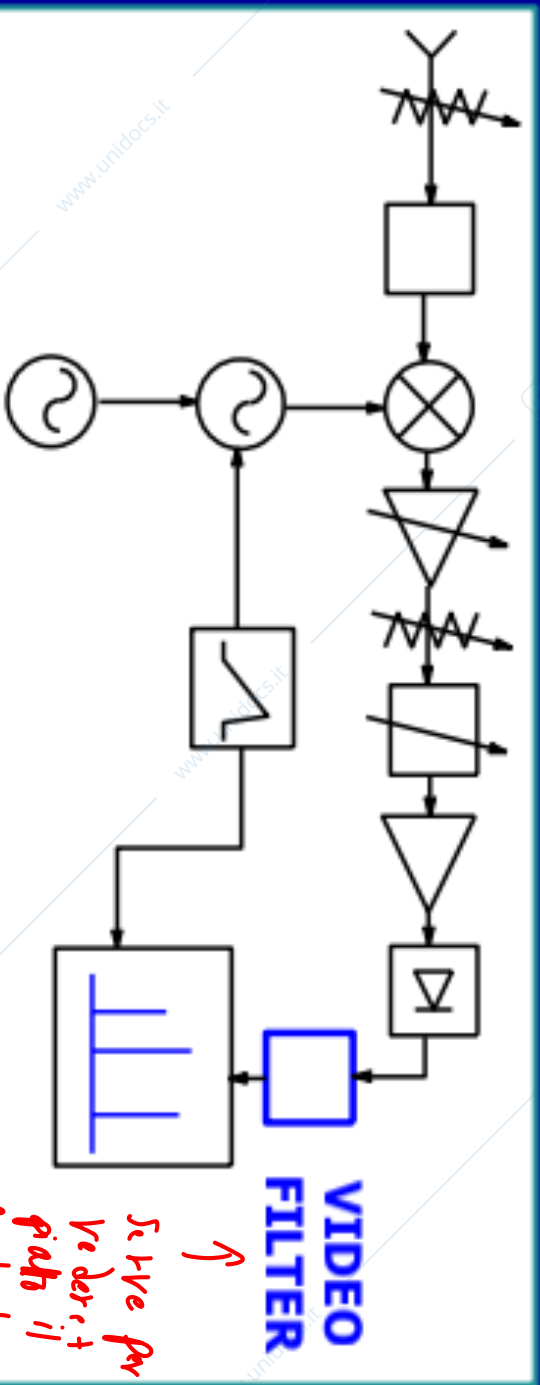


determina la risoluzione in freq.

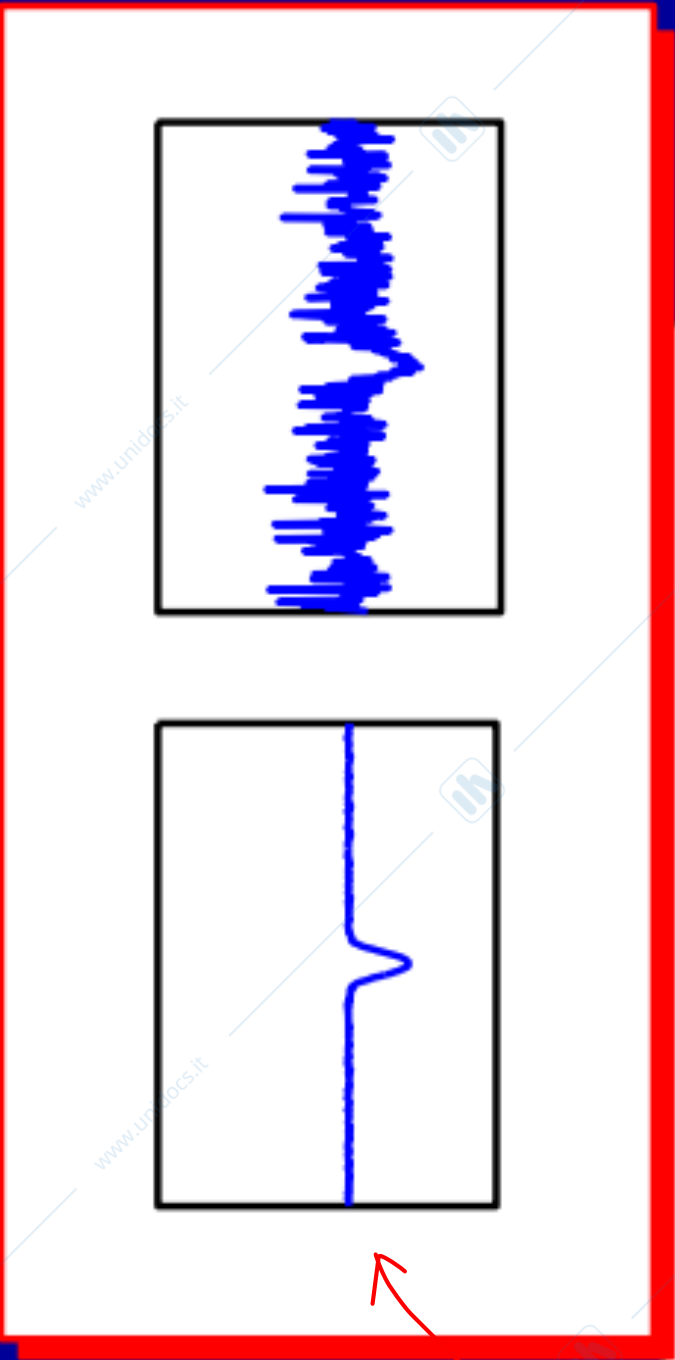


Display

Video Filter



Se si ve per
ve dar e +
piato il
fornito di rumore



Filtri stretti (RBW "piccola")

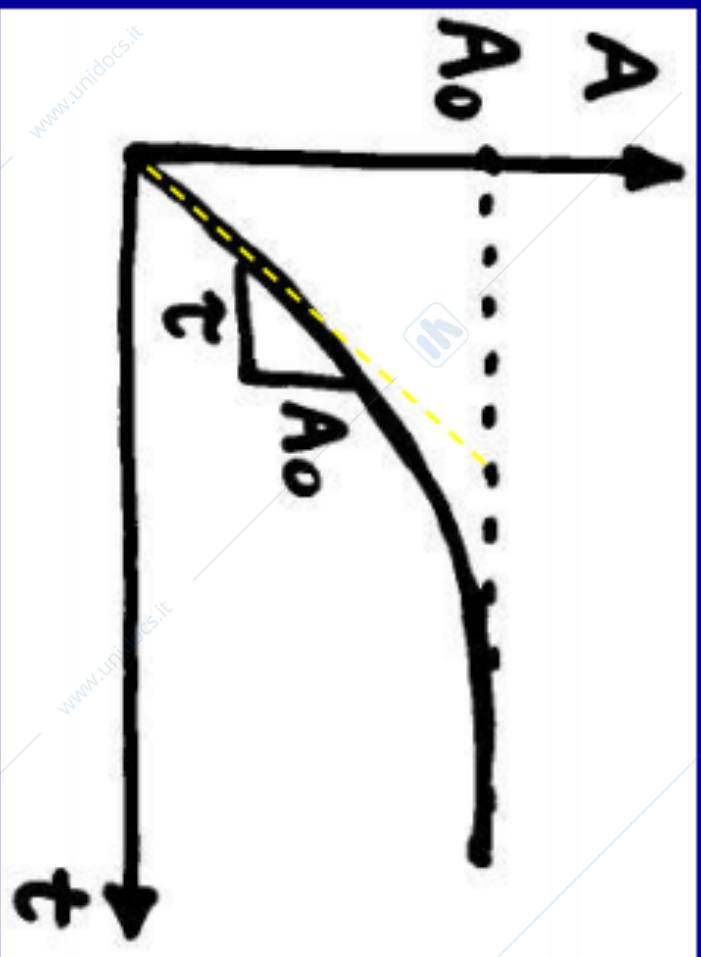
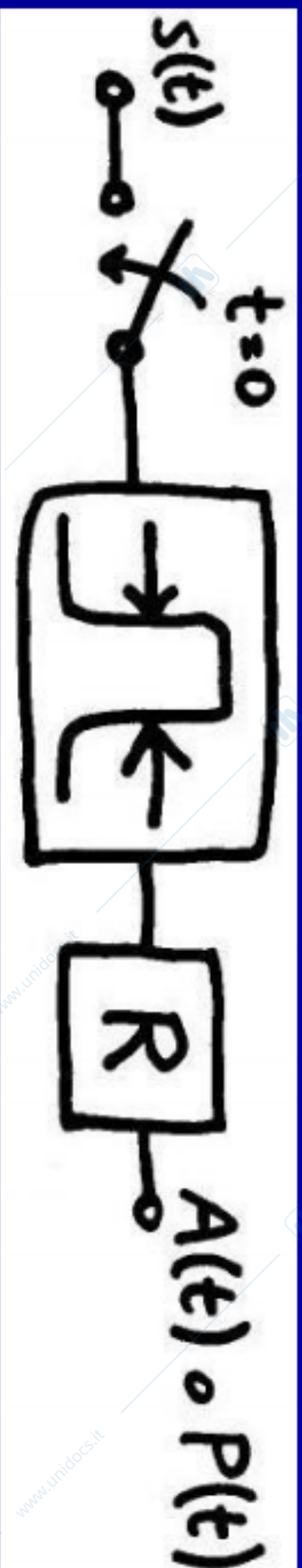
Filtri a IF stretti danno una elevata risoluzione spettrale ma richiedono tempi lunghi di analisi (Pb. di "non stazionarietà" del segnale)

$$\text{BANDA} \propto \frac{1}{\text{TEMPO}}$$

↳ molto limitate

↳ la risposta di GHz non è istantanea

Selettività e t_r di assestamento (1/3)



$$A(t) = A_0(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau \approx \frac{1}{RBW}$$

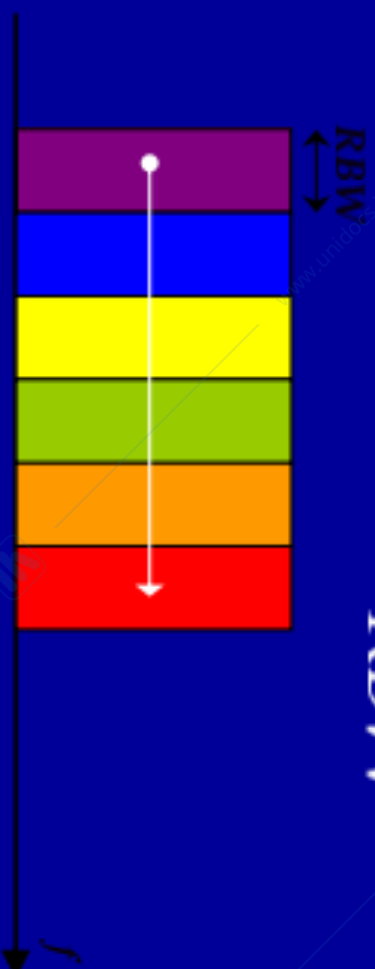
La risposta di filtro + rivelatore non è istantanea

Selettività e t. di assestamento (2/3)

La velocità di scansione, $SS = [\text{Hz/s}]$, è limitata da:

$$MT \approx \tau \approx \frac{1}{RBW}$$

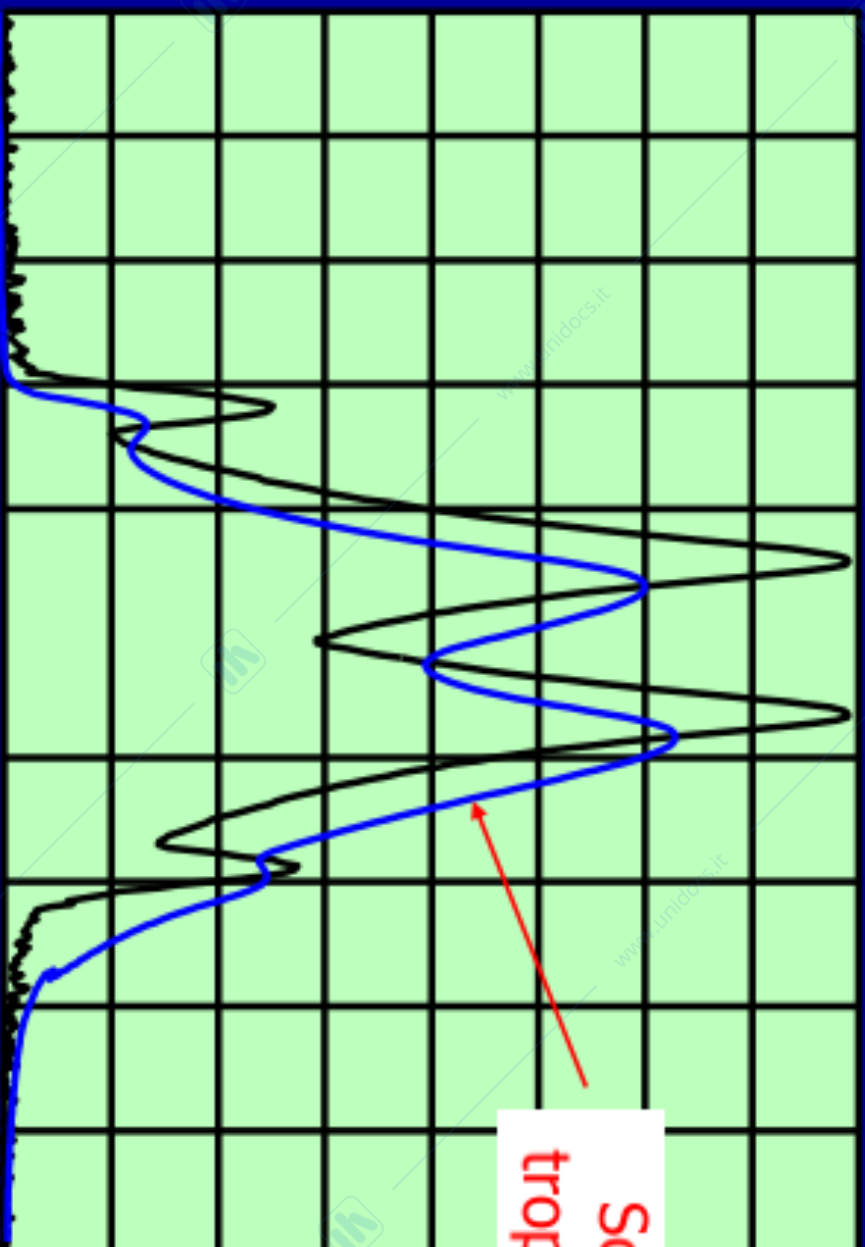
$$T = \frac{3 \text{ SPAN}}{RBW^2}$$



$$ST = N \times MT \approx \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW^2}$$

A *span* fissato, il tempo di scansione cresce quadraticamente al diminuire di RBW

Selettività e t. di assestamento (3/3)



Scansione
troppo veloce

Se la scansione è troppo veloce la misura è ancora effettuabile, ma perde la calibratura

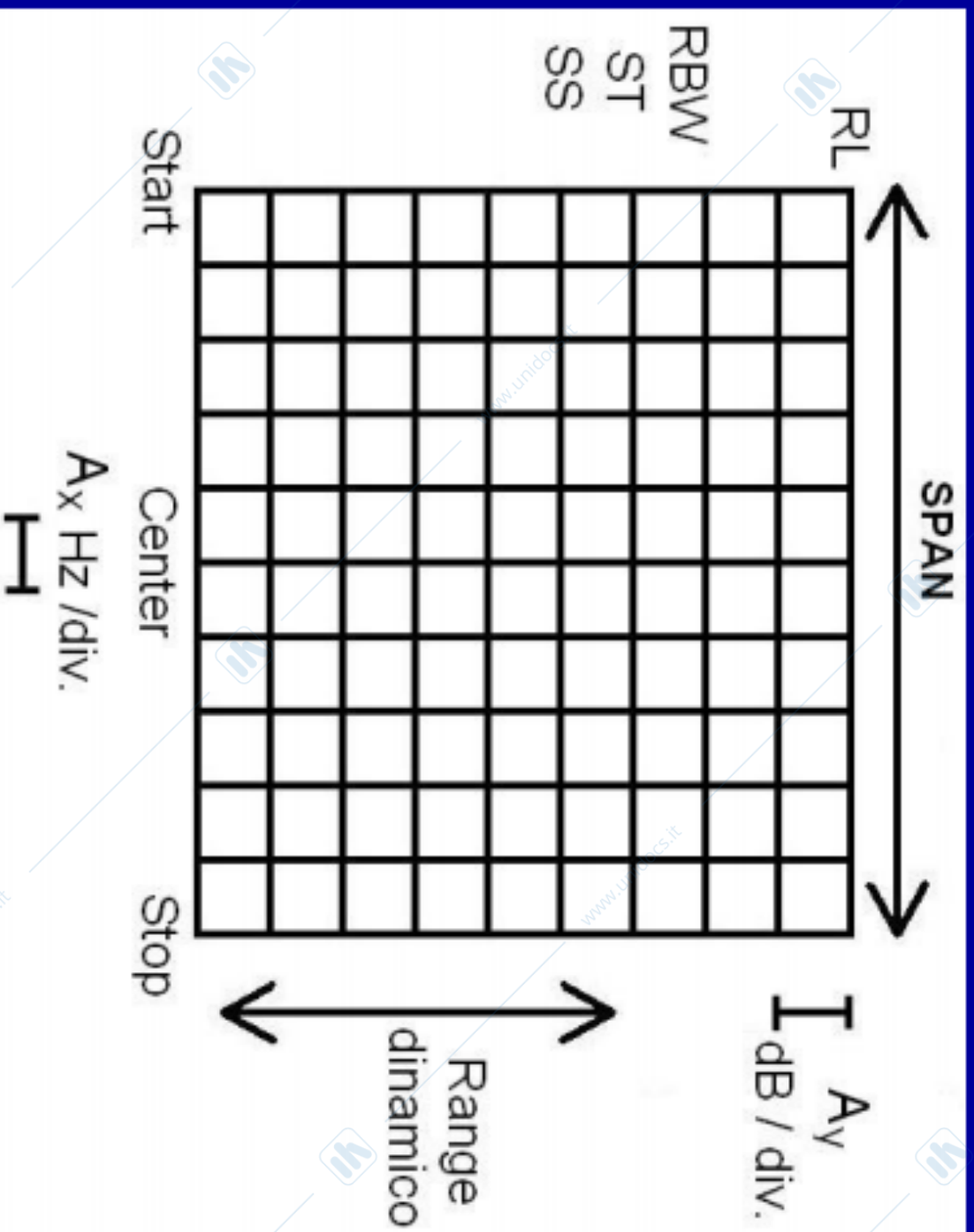
Però dipende dall'impostazione

Per alcuni

Utilizzati la procedura di calibrazione ha con l'attuale impostazione

24/67

Parametri di misura di un AS (1/2)



la potenza
 è l'interprete
 sulla banda
 larga RBW

NB. la pot. è mis.
 in dBm, ma le
 divisioni sono in dB/DIV
 (a brimati sarebbe linear)

10 DIV verticali → *logaritmico* ordinate: **POTENZA [dBm]**
 10 DIV orizzontali → *lineare* ascisse: **FREQUENZA [Hz]**

DIVISIONI

Parametri di misura di un AS (2/2)

REFERENCE LEVEL

$$RL = [\text{dBm}]$$

X *Passo*
metriche

FREQUENCY SPAN

$$\Delta f_{\text{span}} = f_{\text{stop}} - f_{\text{start}} = [\text{Hz}]$$

RESOLUTION BANDWIDTH

$$RBW = [\text{Hz}]$$

(EQUIVALENT) POINTS

$$N = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW} \quad [1]$$

MEASUREMENT TIME

$$MT = \tau \approx \frac{1}{RBW} \quad [\text{s}]$$

SWEEP TIME

$$ST = N \cdot MT \approx \frac{\Delta f_{\text{span}}}{(RBW)^2} \quad [\text{s}]$$

non u solo

SWEEP SPEED

$$SS = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{ST} \approx \frac{RBW}{\tau} \approx (RBW^2)$$

$$\left[\frac{\text{Hz}}{\text{s}} \right]$$

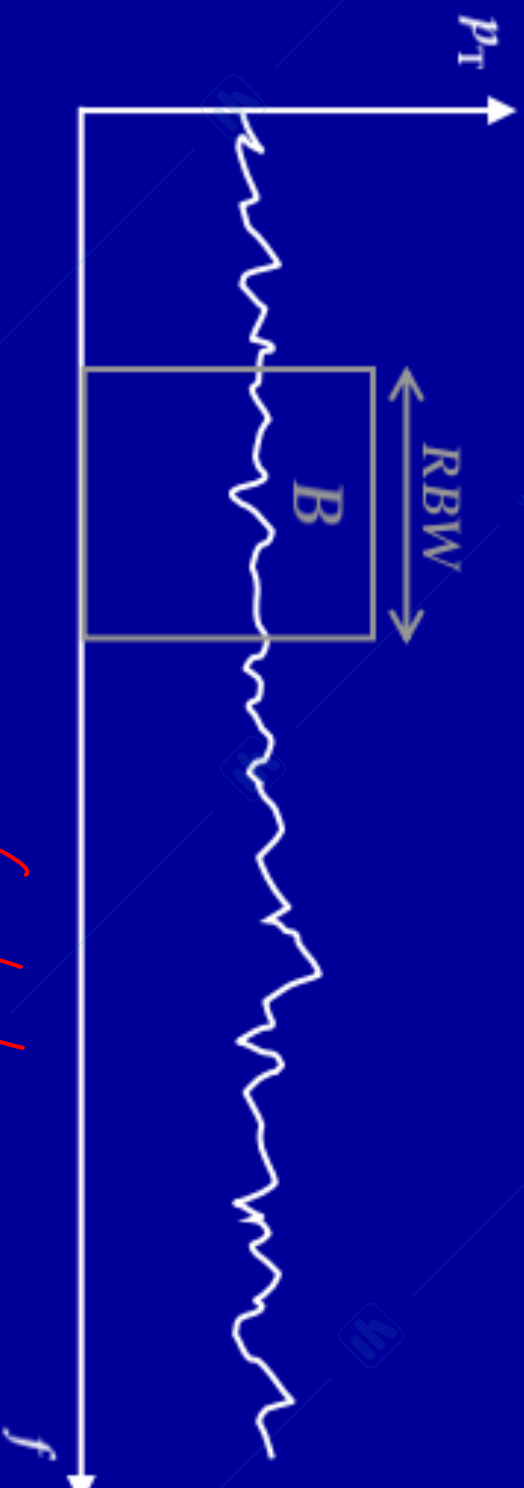
da sapere

Rumore termico e fondo di rumore (1/3)

$p_T = kT$ densità spettrale $\left[\frac{W}{Hz} \right]$ (rumore "bianco")

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \left[\frac{W}{Hz K} = \frac{J}{K} \right]$$

costante di Boltzmann



$$P_T = p_T B = kTB \text{ [W]} \quad \text{rumore termico in una banda } B$$

Rumore termico e fondo di rumore (2/3)

per $T = 290 \text{ K}$ (+ 17°C) \sim temp. ambiente
 temperatura di riferimento per le misure di rumore

si ha $p_T \cong 4 \times 10^{-21} \text{ W/Hz} \cong \mathbf{-174 \text{ dBm/Hz}}$

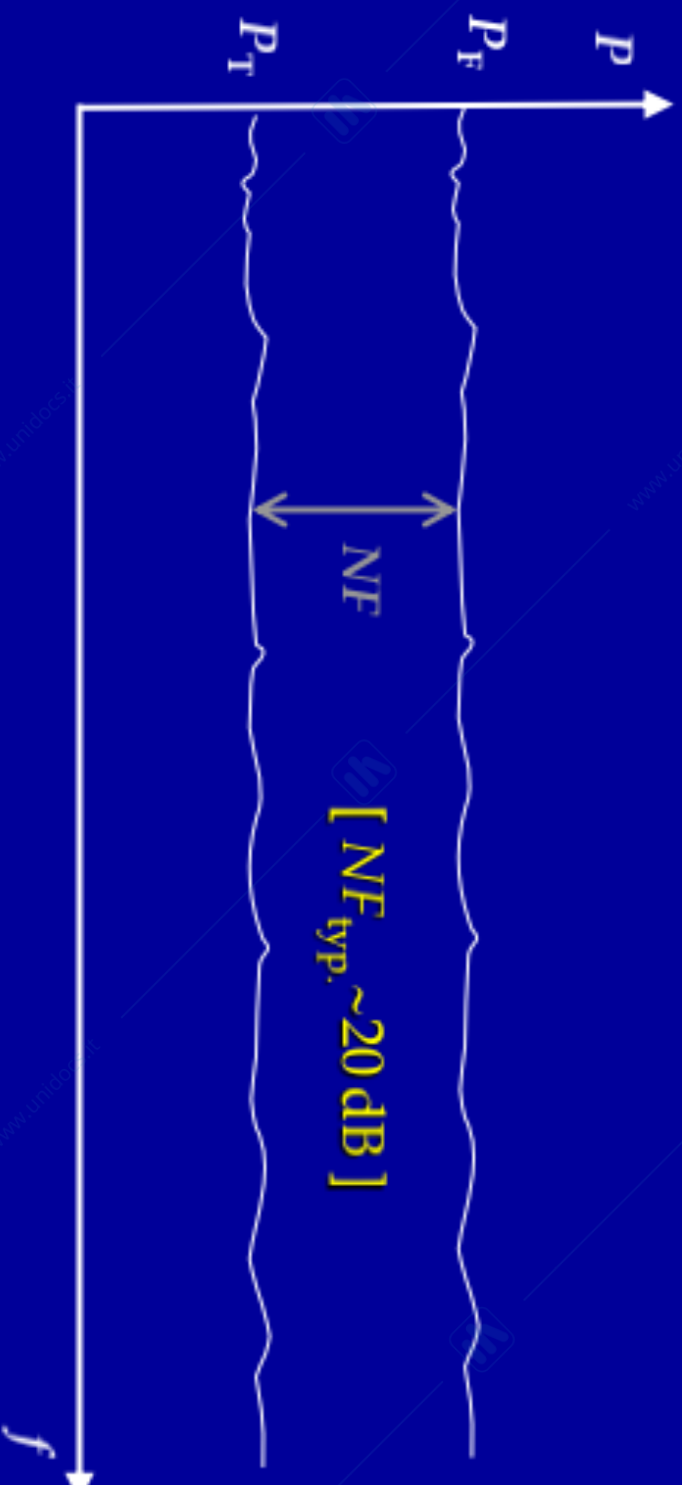
$$P_T = kT \times RBW \quad P_T |_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} \left[\frac{kT \times RBW}{1 \text{ mW}} \right] =$$

$$= 10 \log_{10} \left[\frac{kT \times (1 \text{ Hz})}{1 \text{ mW}} \frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right] =$$

$$= \mathbf{-174 \text{ dBm} + 10 \log_{10} \left[\frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right]}$$

Rumore termico e fondo di rumore (3/3)

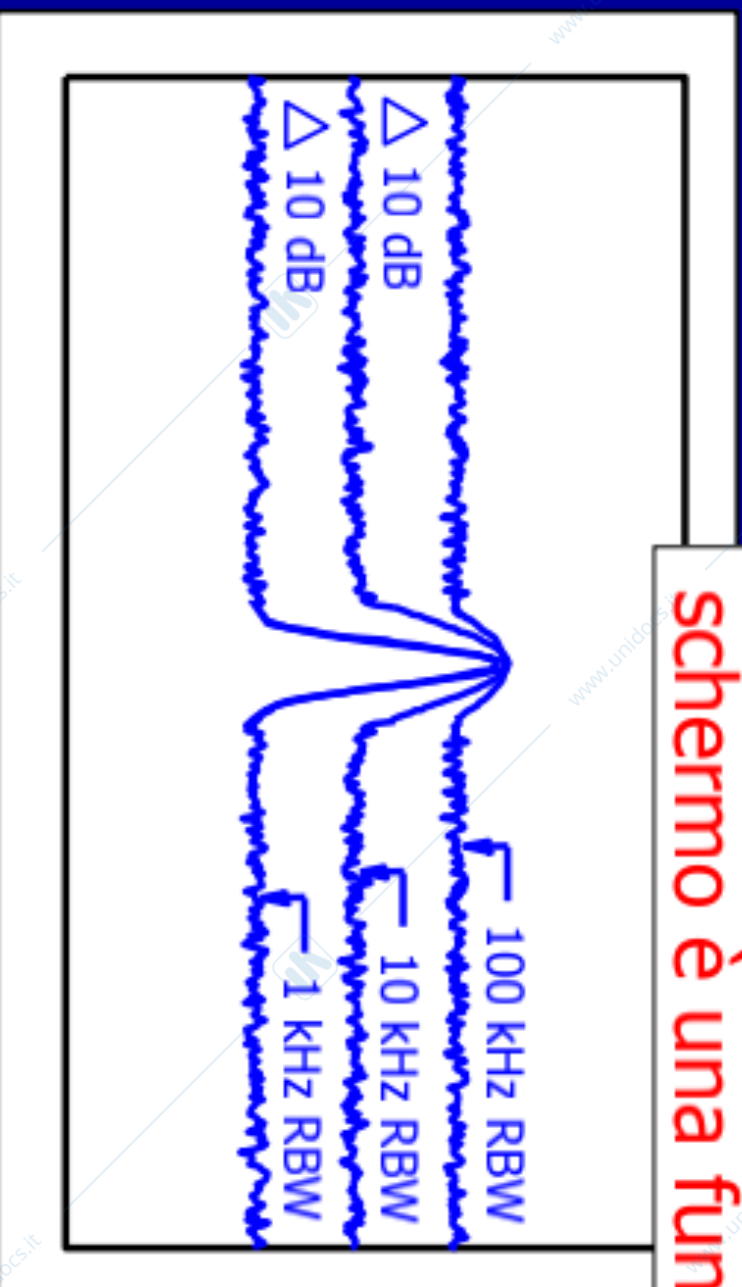
Noise Figure, NF (in numero o in dB) ci dice di quante volte il fondo di rumore complessivo (termico+elettronico), detto rumore "di fondo", è superiore al "solo" rumore termico valutato alla temperatura di 290 K



$$P_F = P_T \cdot NF \quad \text{o in decibel} \quad P_{F,(dBm)} = P_{T,(dBm)} + NF_{(dB)}$$

Effetto di RBW sul fondo di rumore

Il livello del rumore di fondo sullo schermo è una funzione della RBW



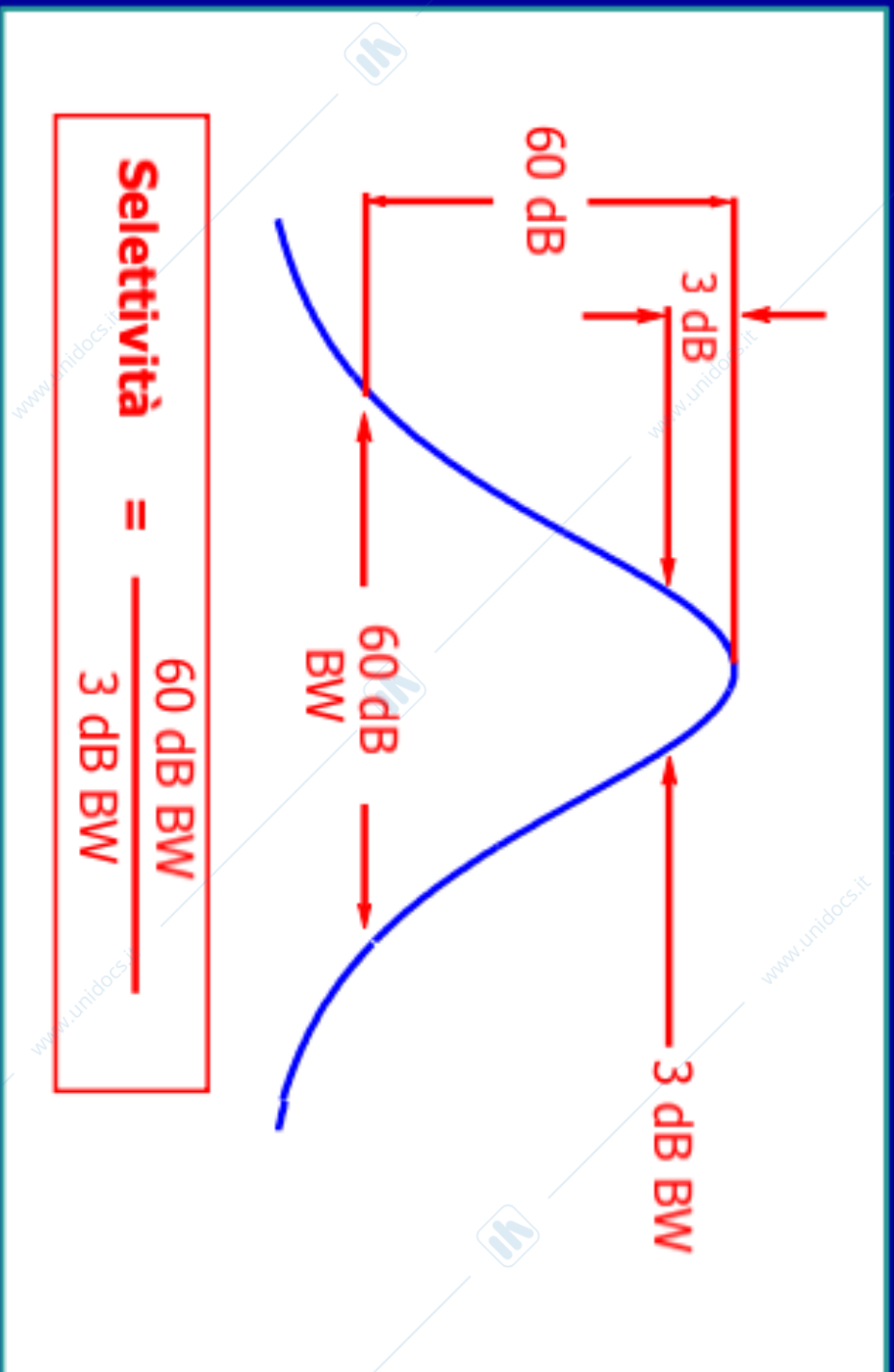
$$ST_{100\text{kHz}} = ST$$
$$ST_{10\text{kHz}} = 100 \times ST$$
$$ST_{1\text{kHz}} = ST \times 10000$$

Diminuendo la RBW scende il fondo di rumore
ma rallenta significativamente il tempo di scansione

Selettività del filtro a IF

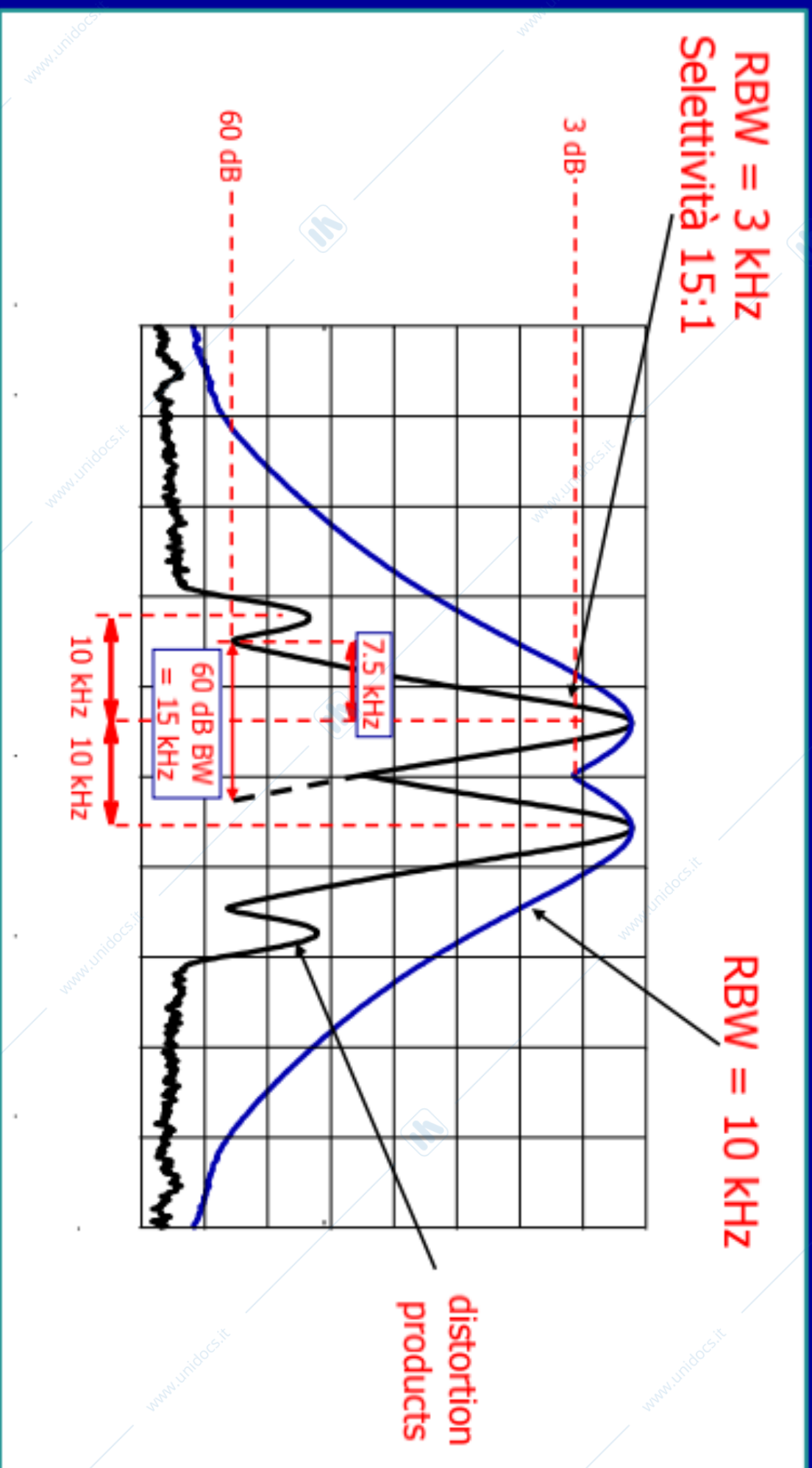
Filteri ben sono raffa ngoli precisi $\square \rightarrow$ si sarebbe un *ESICITA* $\rightarrow +\infty$

Il filtro a IF è progettato per avere una forma quasi gaussiana. L'allargamento del filtro è quantificato attraverso la selettività, che ha tipicamente un valore 10-15 per filtri analogici.



il filtro si allarga man mano che si scende

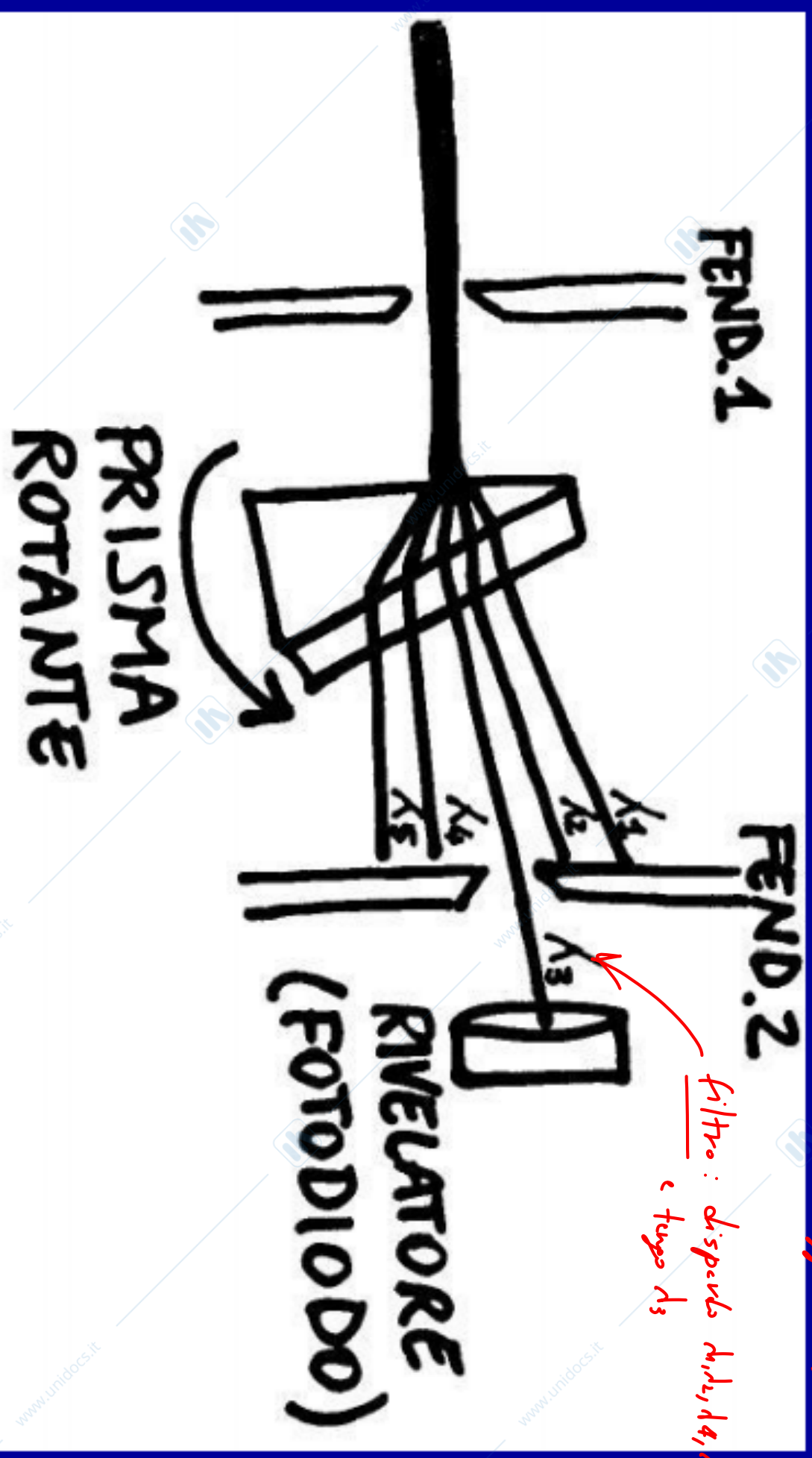
Esempio di schermata di AS



Non lo chiede

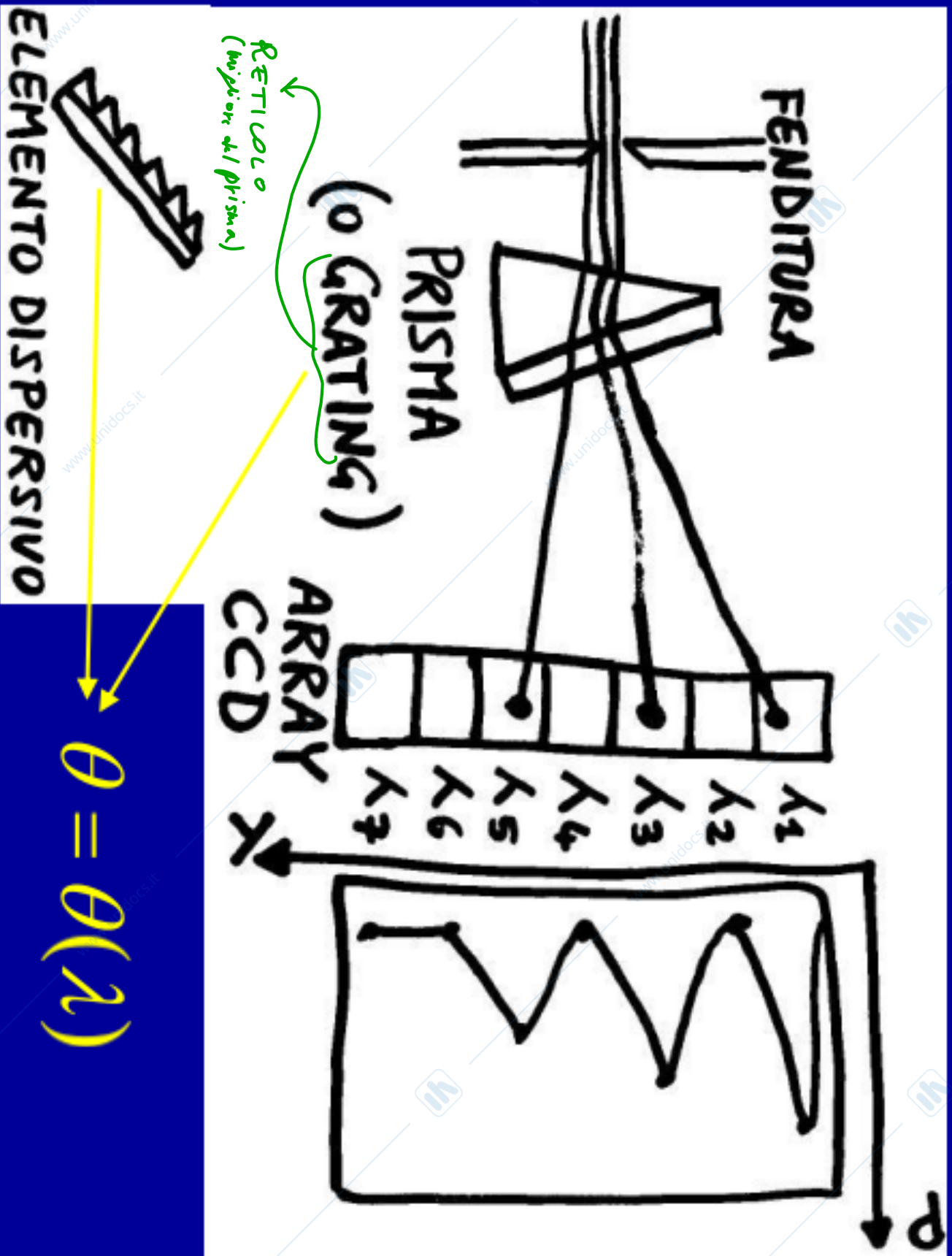
AS ottico (sequenziale)

→ Si usano dei filtri che dividono la luce (legge di Snell)



Si trasmettono in successione su un unico rivelatore le diverse lunghezze d'onda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$

AS ottico (parallelo)



ELEMENTO DISPERSIVO

$$\theta = \theta(\lambda)$$

AS a FFT: Trasformata di Fourier Discreta

L'analisi spettrale si può ottenere per **elaborazione numerica di segnali acquisiti nel tempo**

Avendo a disposizione N valori campionati del segnale nel tempo $s(t_k) = s(k\Delta t)$, è possibile ottenere i valori discreti $S(f_m) = S(m\Delta f)$ dello spettro del segnale eseguendo, con una semplice sommatoria, la

trasformata di Fourier discreta (DFT)

Non lo chiede

$$S(m\Delta f) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k\Delta t) e^{-j2\pi m\Delta f \cdot k\Delta t}$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{-j2\pi m \cdot k/N}$$

$$\Delta f = 1/T = 1/(N\Delta t)$$

Tempo tot. di acq.

"f"
"t"

"f"
"t"

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$

AS a FFT: dinamica e risoluzione

Partendo da N campioni reali - "tensione" (V) - nel tempo si ottengono N campioni complessi in frequenza, però solo i primi $N/2$ sono significativi (gli altri hanno lo stesso modulo e fase opposta)

La risoluzione in frequenza Δf è pari al reciproco del tempo totale di acquisizione T

RBW

$$\Delta f = 1 / T = 1 / (N \Delta t)$$

essendo $T = N \Delta t$

La massima frequenza dello spettro è invece pari a

Nyquist

$$f_{\text{Max}} = f_c / 2 = 1 / (2 \Delta t)$$

essendo $f_c = 1 / \Delta t = 1 / T_c$

AS a FFT: aliasing (1/3)

La DFT corrisponde allo spettro del segnale (spettro campionato) solo se la frequenza di campionamento ($f_c = 1/\Delta t$) rispetta il teorema di Shannon:

$$f_c = 2f_{\text{Max}} > 2B$$

(con B banda - massima frequenza - del segnale)

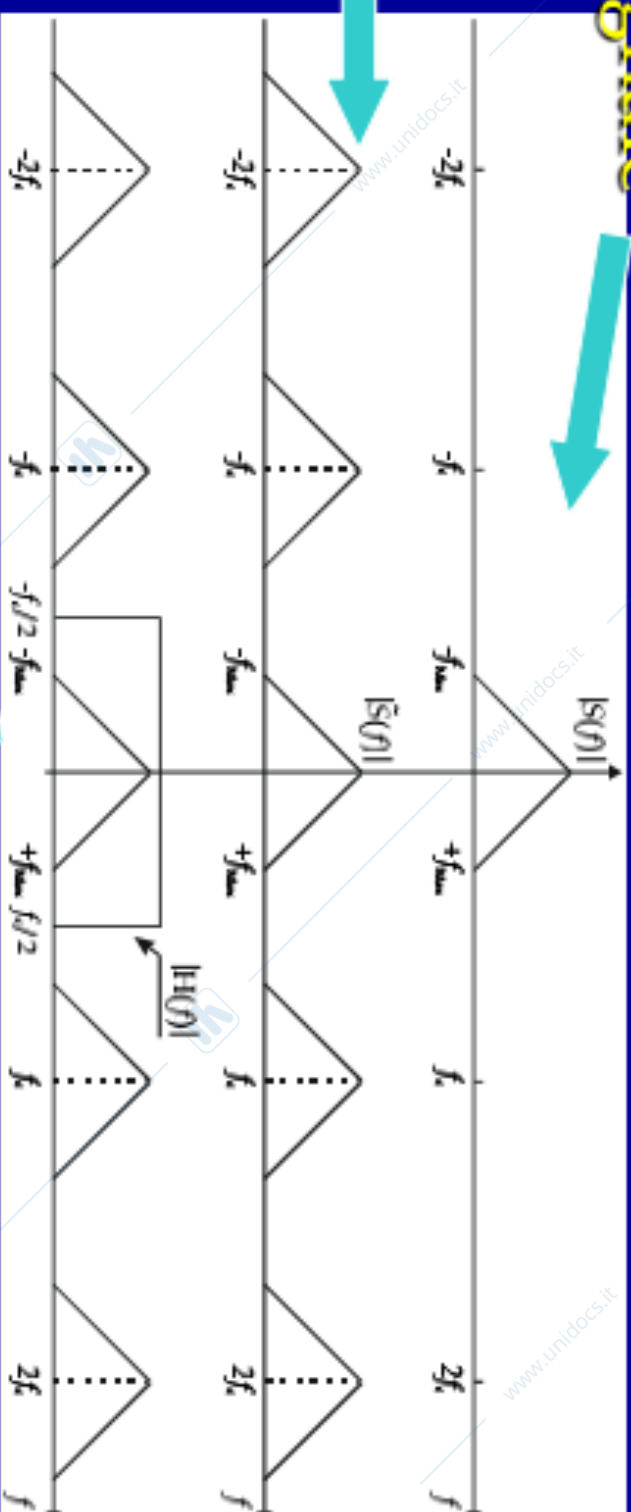
Altrimenti si verificano fenomeni di *aliasing* (poiché la **discretizzazione nel tempo** induce una **periodicità in frequenza**, non ci devono essere "sovrapposizioni" tra le varie **repliche spettrali spaziate di f_c** tra loro)

AS a FFT : aliasing (2/3)

CASO I: $f_c > 2B$ (con $B=f_{Max}$)

Spettro del segnale

Spettro del segnale
campionato



Spettro del segnale
ricostruito dopo
filtraggio

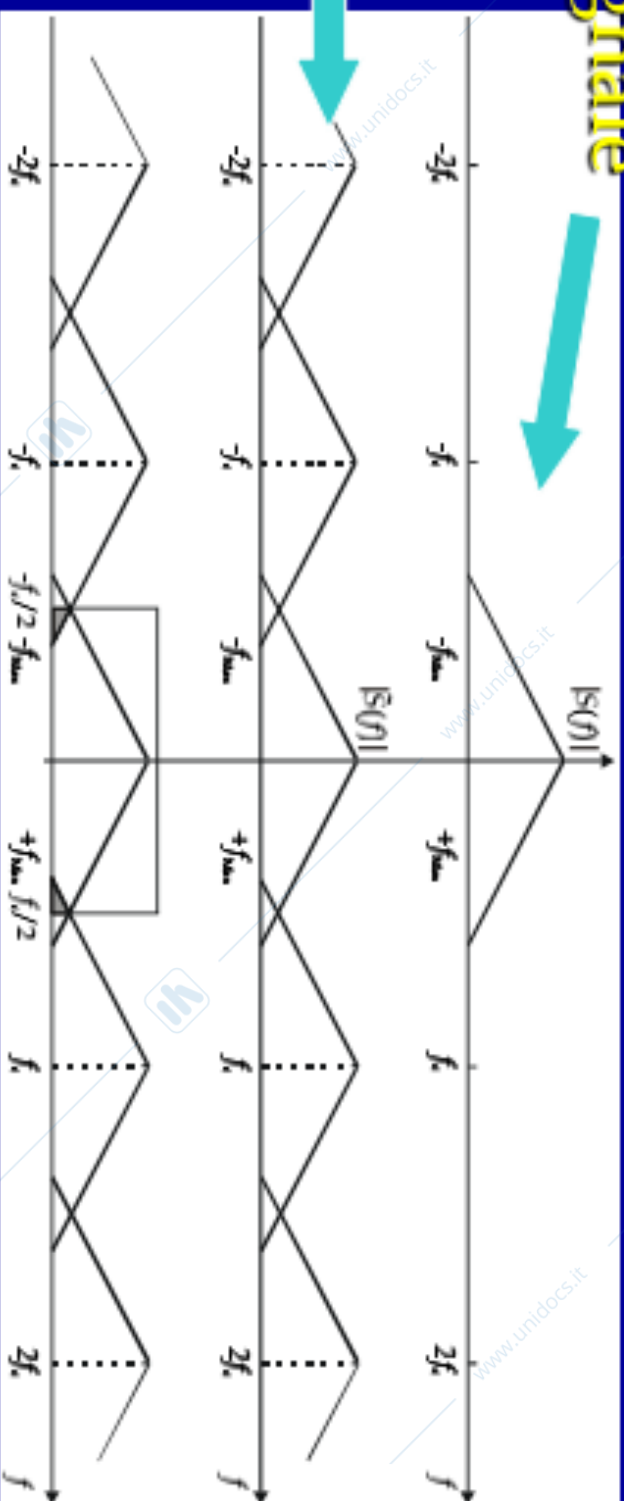
AS a FFT : aliasing (3/3)

CASO II: $f_c < 2B$

Spettro del segnale

Spettro del segnale campionato

Spettro del segnale ricostruito dopo filtraggio



aliasing

Spettro del segnale ricostruito dopo filtraggio

filtraggio

AS a FFT: Fast Fourier Transform

Quando il numero N di campioni acquisiti è pari a una potenza di 2 (un valore tipico è 1024), l'algoritmo DFT può essere semplificato, evitando di calcolare più volte termini identici

→ molto + veloce ↓ DFT

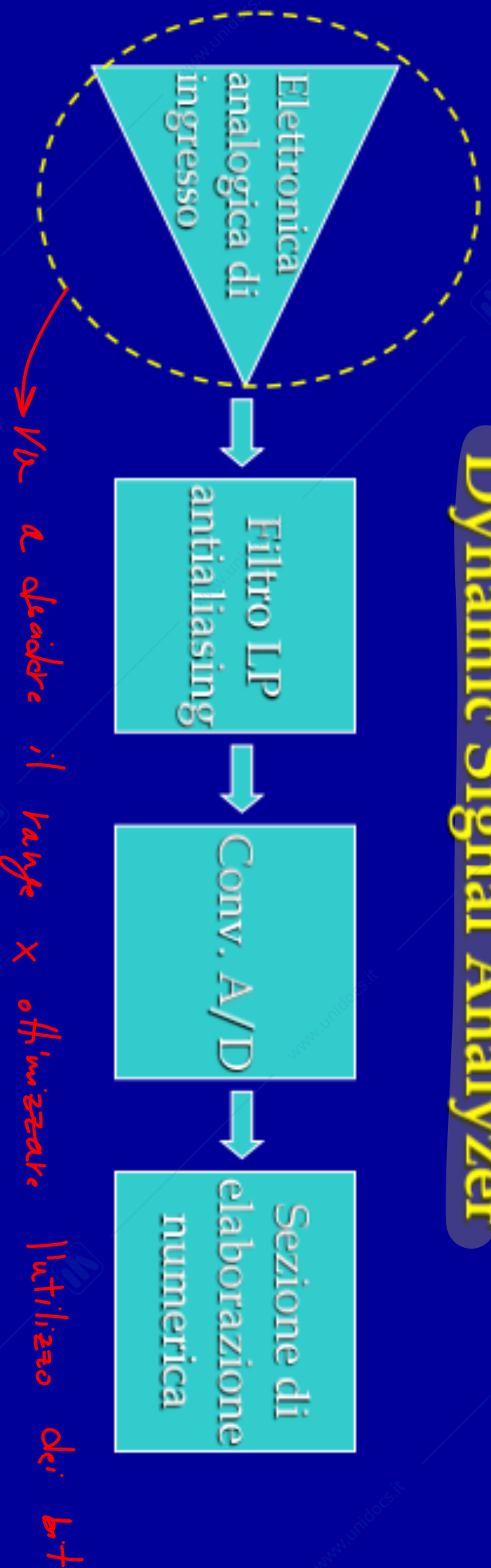
Si ottiene in questo modo l'algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*), che richiede $M \log_2(N)$ operazioni invece di N^2 : è più veloce e occupa meno memoria

Quando N non è una potenza di 2, si aggiungono zeri simmetricamente, a sinistra e a destra della sequenza campionata, fino a portare il numero complessivo di punti a una potenza di 2

AS a FFT: schema a blocchi

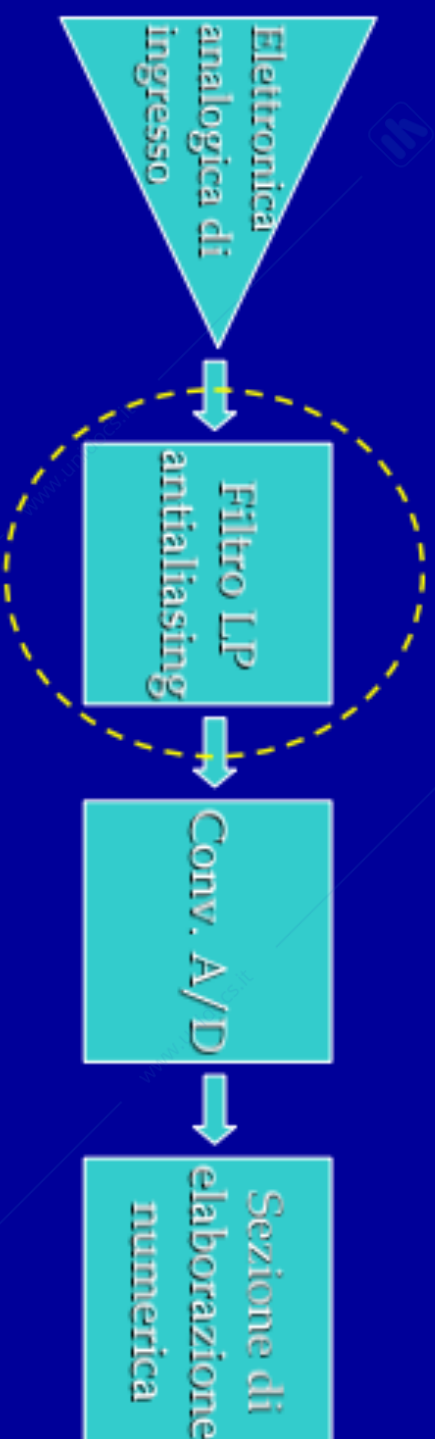
Lo strumento AS a FFT è tipicamente chiamato

Dynamic Signal Analyzer



L'**elettronica di ingresso** amplifica o attenua il segnale in modo da sfruttare al meglio il numero di bit del convertitore A/D

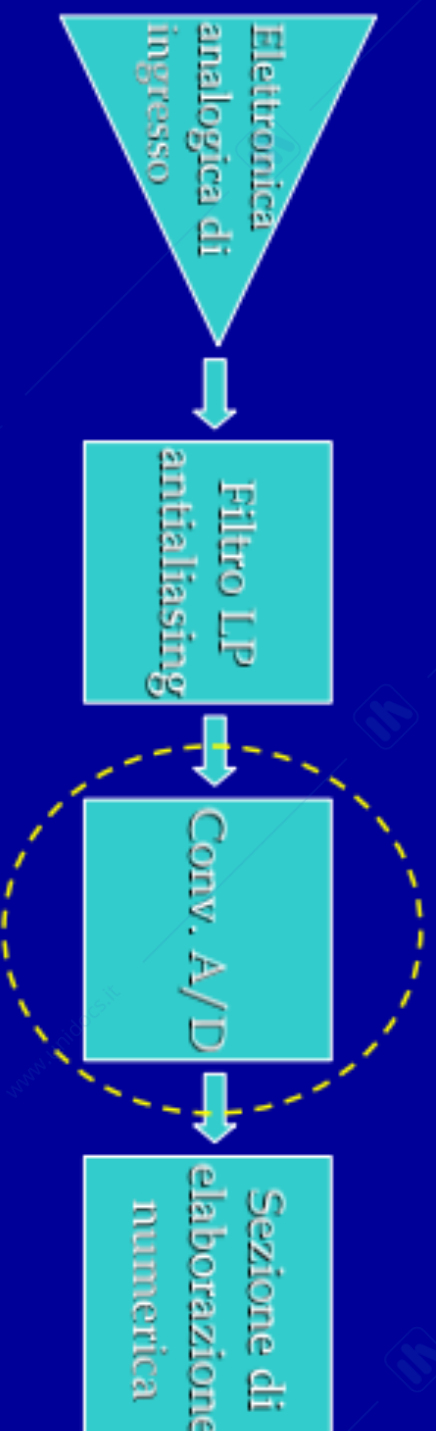
AS a FFT: filtro antialiasing



Il **filtro passa basso antialiasing** ha la caratteristica di essere piatto nella banda di utilizzo e scendere con pendenza molto elevata (filtro a molti poli): l'ideale sarebbe un filtro rettangolare (non realizzabile)

Serve a limitare la banda di modo che $B < f_c/2$

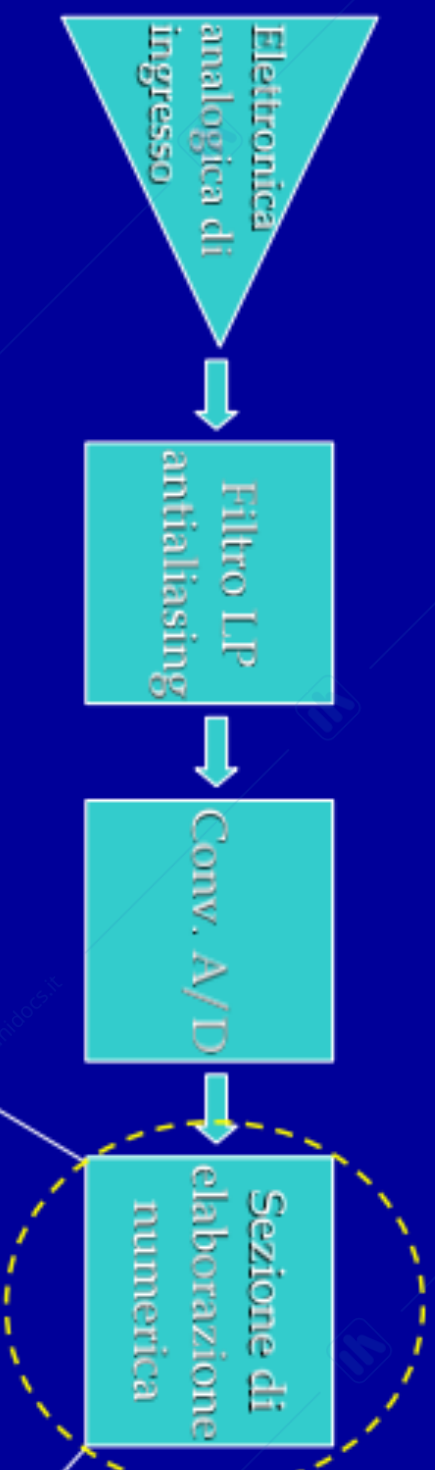
AS a FFT: convertitore A/D



Il **convertitore A/D** viene fatto lavorare sempre alla massima velocità (un valore tipico è 400 kSa/s con 16 bit di risoluzione). In questo modo è possibile mantenere fisso il filtro antialiasing

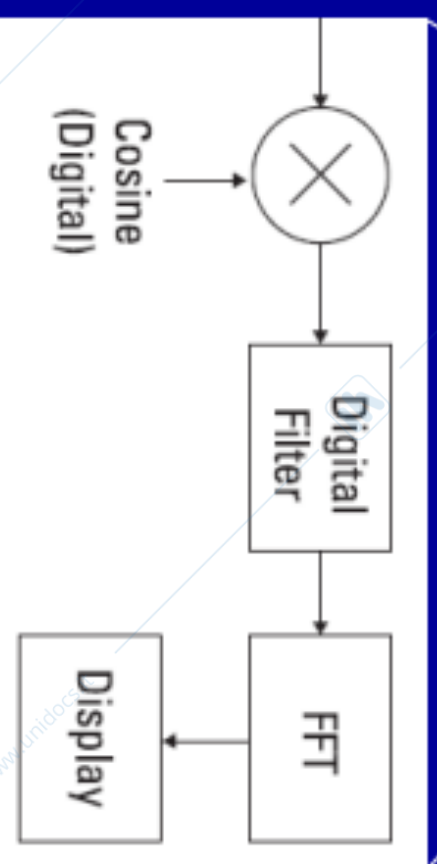
La selezione della banda da visualizzare è fatta esclusivamente tramite elaborazione digitale

AS a FFT: elaborazione numerica



La **sezione di elaborazione numerica** consiste in 3 stadi:

- Mixer digitale
- Filtraggio per decimazione
- Algoritmo FFT

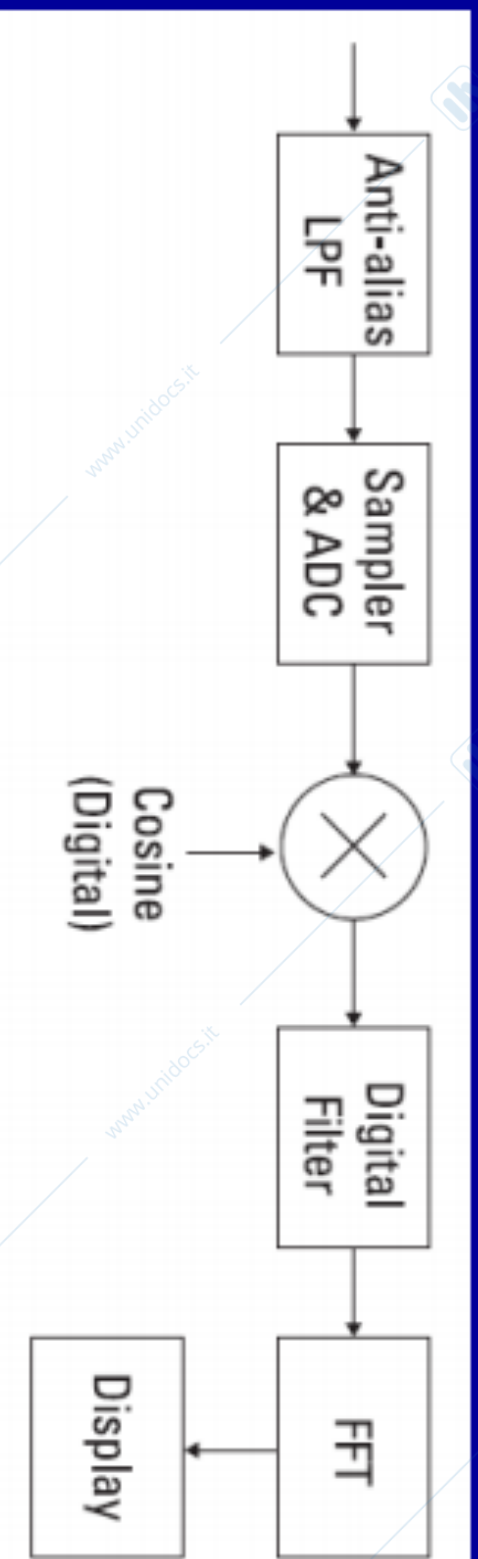


AS a FFT: mixer digitale

Il mixer digitale consiste in una **moltiplicazione numerica per una sinusoidale**, il che comporta una traslazione in frequenza (del segnale precedentemente acquisito e digitalizzato)

Tramite questo mixer è possibile scegliere la frequenza centrale di visualizzazione dell'AS. Il principio è lo stesso dell'**eterodina**, però **effettuato digitalmente**

Per spettri che partono "da 0 Hz", non si effettua moltiplicazione



AS a FFT: decimazione

Il **filtro digitale** effettua una **decimazione** dei campioni: dagli N campioni nel tempo crea un vettore n volte più piccolo, ottenendo ogni singolo valore come **media di n campioni** (come *High-Res in OD*)

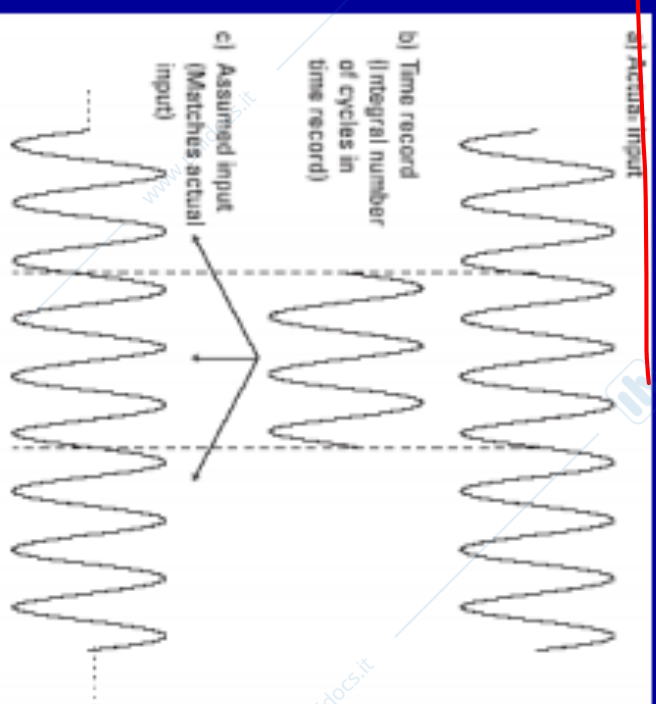
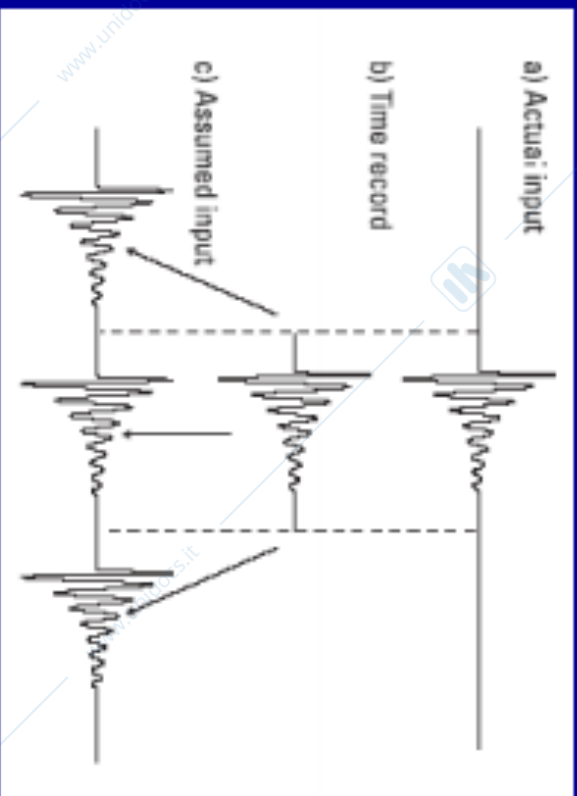
Con questo **filtraggio** si riduce lo **SPAN** della **visualizzazione al valore desiderato** (è come avere ridotto la frequenza "effettiva" di campionamento): il successivo algoritmo FFT opera tipicamente su un numero prefissato di campioni (solitamente 1024)

Il vettore (spettro) risultante dall'FFT assume una **posizione in frequenza** (f_{CENTER} e **SPAN**) che **dipende dal mixer digitale e dalla decimazione** effettuata

AS a FFT: windowing (1/3)

Lo spettro ottenuto tramite l'algoritmo FFT presuppone che il segnale nel tempo sia periodico (ricordiamo che **discreto** - campioni - **in frequenza** implica **periodico nel tempo** e viceversa)

Nel caso di segnali con durata limitata, o periodici campionati esattamente in fase, non ci sono problemi nel **"periodicizzare"** il segnale nel tempo

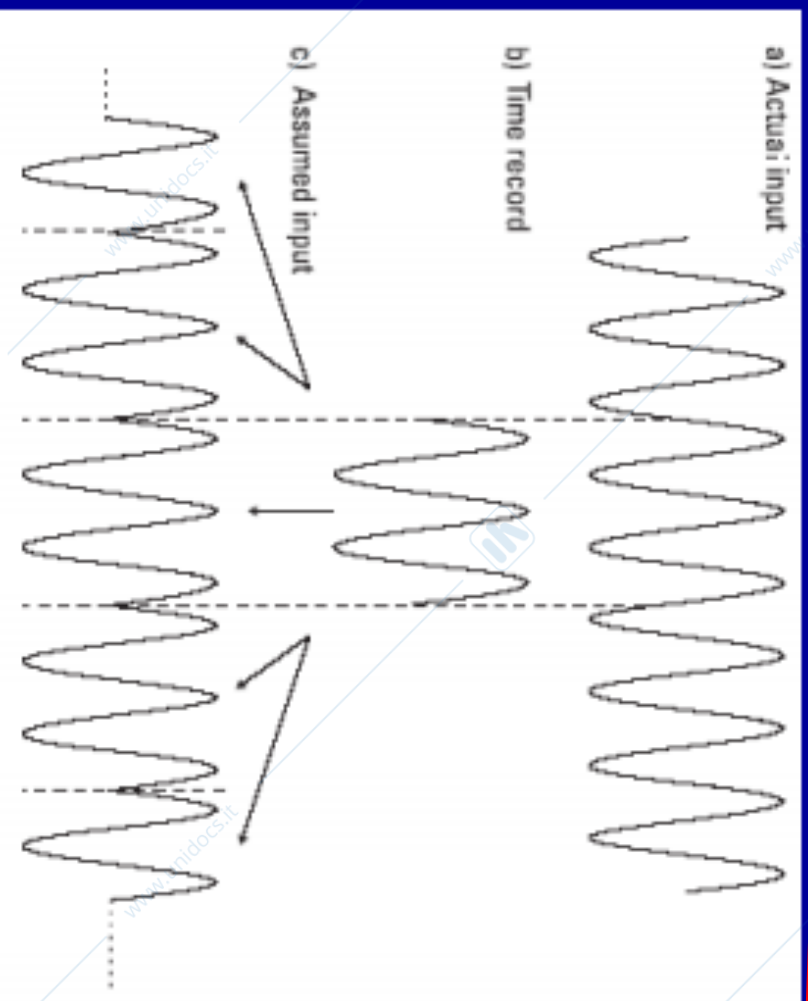


Un segnale periodico nel tempo è periodico in frequenza
 Discreti in frequenza e continui nel tempo
 Discreti in tempo e continui in frequenza

è
 viceversa

AS a FFT: windowing (2/3)

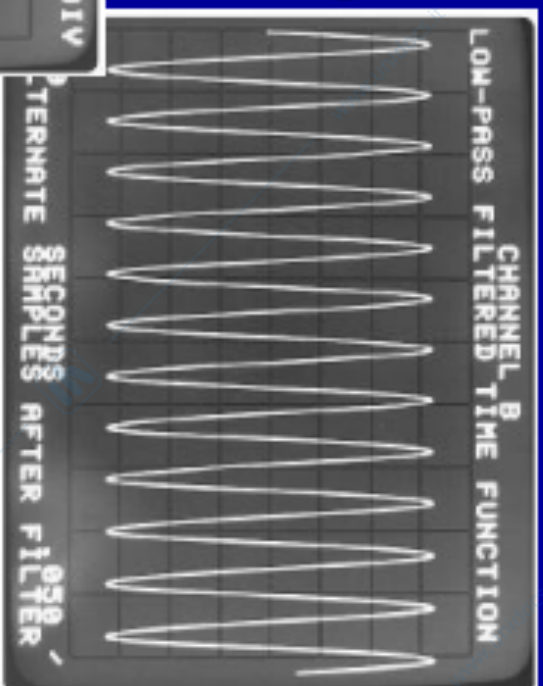
È invece molto probabile che l'acquisizione del segnale (se non si ha a disposizione un *trigger*) sia come in figura, per cui il segnale "periodicizzato" [la parte acquisita e idealmente ripetuta da $-\infty$ a $+\infty$ nel tempo] subisce delle discontinuità agli estremi della finestra



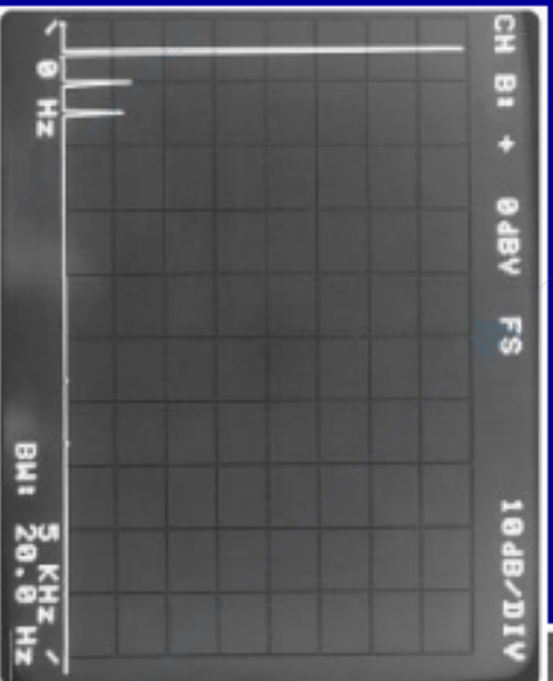
AS a FFT: windowing (2/3)

I salti di fase (discontinuità) indotti da questa fittizia periodicità introducono componenti spurie in frequenza che possono mascherare il segnale reale

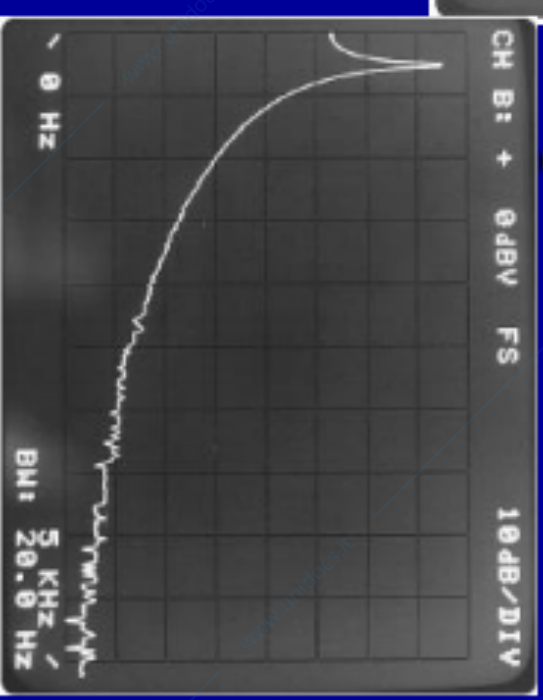
Segnale
acquisito
nel tempo



Spettro corretto



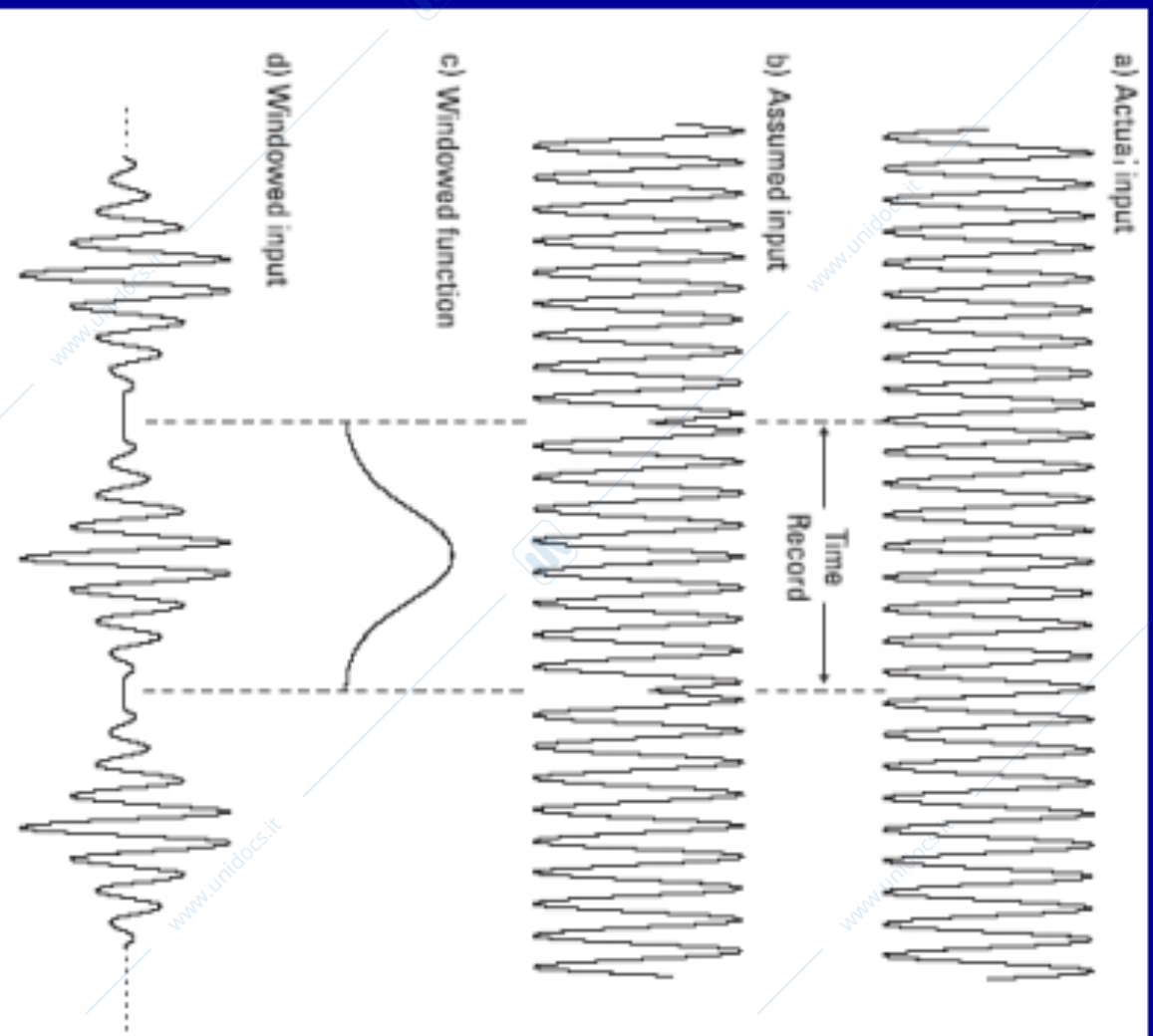
Spettro da FFT



AS a FFT: windowing (3/3)

Per evitare i salti di fase si utilizza la tecnica della **finestratura**: si moltiplica il segnale nel tempo per una **"funzione (finestra) a campana"**, che valga zero ai bordi dell'intervallo

A seconda della funzione utilizzata si hanno finestre con diverse proprietà (di accuratezza/selettività spettrale o di accuratezza in ampiezza/potenza)



AS a FFT: esempio (1/2)

Impiegando un convertitore A/D a 400 kSa/s si vuole visualizzare lo spettro di un segnale (con 1024 punti) nell'intorno di 1 kHz, con risoluzione Δf pari a 1 Hz

E' necessario quindi campionare per circa 1 s ($\Delta f = 1/T$): scegliamo $T=1.024$ s ottenendo $N=4096 = \frac{400 \text{ kSa}}{5} \cdot T$ campioni. (L'intervallo di campionamento è scelto in modo tale da avere un multiplo intero di 1024 campioni)

Il mixer digitale moltiplica gli N campioni per una sinusoida a 1 kHz (fissando $f_{\text{CENTER}} = [f_{\text{STOP}} - f_{\text{START}}]/2 = 1$ kHz) e poi il filtro digitale decima (media) i campioni acquisiti di un fattore 400, ottenendo i 1024 punti per l'algoritmo FFT (lo SPAN passa da 200 kHz a 500 Hz)

AS a FFT: esempio (2/2)

I 1024 campioni vengono quindi elaborati dall'algoritmo FFT ottenendo 512 campioni ("spettro unilatero"), a partire dalla frequenza 1 kHz, con risoluzione spettrale Δf pari a circa 1 Hz ($\Delta f = 1 / 1.024 \text{ s} = 0.9766 \text{ Hz}$)

Lo spettro monolatero del segnale ricostruito va da 0 Hz a 500 Hz ($512 \times 0.9766 \text{ Hz}$), ma tenendo presente che a 0 Hz è stata traslata la frequenza di 1 kHz

I 512 punti visualizzati sullo schermo rappresentano dunque le frequenze da 1000 Hz sino a 1500 Hz

Se anziché moltiplicare il segnale campionato per un seno digitale, lo si moltiplica per un esponenziale complesso è possibile ottenere 1024 punti significativi di cui 512 prima di 1 kHz e 512 dopo 1 kHz

$\Rightarrow f_{\text{START}} = 500 \text{ Hz}$ e $f_{\text{STOP}} = 1500 \text{ Hz}$

FINE del CORSO (Lezioni)

Grazie per la vs attenzione!