

Intendiamo misurare la velocità v di un liquido all'uscita da un piccolo foro alla base di un contenitore, in funzione del livello h del liquido all'interno del contenitore stesso.

Abbiamo a disposizione un velocimetro laser, che fornisce in uscita un segnale in tensione di ampiezza massima 1 V, la cui frequenza è proporzionale alla velocità del fluido:

$$f = k_f \times v \quad \text{dove } k_f = 10.0 \pm 0.2 \text{ kHz / (m/s)}.$$

Utilizziamo inoltre un misuratore di livello che fornisce in uscita una tensione V pari a

$$V = k_V \times h \quad \text{dove } k_V = 10 \text{ V/m, con un'incertezza sulla misura } u(V) = 10 \text{ mV}.$$

Acquisiamo i due segnali con una scheda di acquisizione (con caratteristiche tali da non aggiungere incertezza alla misura) ed elaboriamo i dati al PC. Riportiamo in tabella i risultati delle misure effettuate.

Livello [cm]	Velocità [m/s]
10	1.39
20	2.01
40	2.76
80	3.98

- Che caratteristiche minime deve avere la mia scheda di acquisizione per effettuare correttamente la misura?
- Si ricavi empiricamente la relazione che lega la velocità di uscita v al livello del liquido h , giustificando le scelte effettuate.
- Si riportino in un grafico i punti sperimentali e la curva di regressione ottenuta.

NOTA: Si ricorda che il coefficiente angolare ed il termine noto della retta di regressione lineare valgono

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\sum y_i - m \sum x_i}{n}$$

SOLUZIONE

a) La scheda deve avere almeno 2 canali per acquisire i due segnali, con dinamica di almeno 10 V per acquisire il segnale proveniente dal misuratore di livello. La velocità di campionamento deve essere sufficiente a misurare la frequenza massima del segnale in uscita dal velocimetro, che vale circa 40 kHz. La frequenza di campionamento minima per questo canale vale quindi 80 kSa/s (per il teorema di Shannon). Avendo due canali di acquisizione in contemporanea la scheda necessita di almeno 160 kSa/s. Per riservarsi un po' di margine una buona scelta può essere una scheda con almeno 200 kSa/s.

Il numero di bit della scheda deve essere tale da non peggiorare l'incertezza del segnale proveniente dal misuratore di livello, che ha un'incertezza $u(V) = 10 \text{ mV}$. Se volessimo un'incertezza di quantizzazione esattamente uguale all'incertezza del misuratore, la risoluzione in tensione dovrebbe essere $\Delta V = \sqrt{12} \times 10 \text{ mV} \cong 35 \text{ mV}$. Per non aumentare significativamente l'incertezza della misura possiamo scegliere $\Delta V = 10 \text{ mV}$. Il numero di

livelli corrispondente vale $N = \frac{D}{\Delta V} = \frac{10 \text{ V}}{10 \text{ mV}} = 1000$, che corrisponde praticamente a $n = 10$ bit.

3b) La velocità di uscita del fluido dovrebbe seguire la relazione $v = \sqrt{2gh}$ (l'andamento di v con \sqrt{h} si intuisce anche dal grafico dei punti sperimentali che si ricava al punto successivo), decidiamo quindi di verificare una dipendenza lineare tra $y = v$ e $x = \sqrt{h}$ attraverso la regressione lineare: supponiamo una relazione del tipo $y = mx + b$.

Svolgendo i calcoli secondo le formule riportate nella nota otteniamo: $m \cong 4.442 \text{ m}^{1/2} \text{ s}^{-1}$ e $b \cong -0.009 \text{ ms}^{-1}$. Si può notare che $\sqrt{2g} \cong 4.43 \text{ m}^{1/2} \text{ s}^{-1}$, in ottimo accordo con la nostra misura.

Inoltre il valore di b è molto prossimo a 0, come previsto da modello teorico.

L'equazione ottenuta empiricamente vale dunque $v \cong 4.442\sqrt{h} - 0.009$, avendo indicato h in metri e v in m/s.

3c) Riportiamo nel grafico i punti sperimentali e la curva di regressione.

