FONDAMENTI DELLA MISURAZIONE **20 Giugno 2018**

Prof. Michele Norgia **Primo appello AA 2017/2018**

Tempo a disposizione 1h40min TOT, 1h5min II P **Aula C.I.1 ore 9.15**

COGNOME: ______________________________ **Nome:** _________________________ *(stampatello)*

Corso di Laurea: __________ **Matricola e firma** __ __ __ __ __ __ _______________ *(firma leggibile)*

Punteggi: (precompito **8**+ESE1 **10**+ESE2 **7**+ESE3 **8** =**33** p)

Crocettare la scelta e gli esercizi svolti **(almeno parzialmente)**

ESAME INTERO (**1 2 3**) □ SOLO SECONDA PARTE(**2 3**)□

SOLUZIONI

(35 min) **Esercizio 1**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1a) La misura del volume di una collana d'oro viene effettuata stimando l'incremento di volume di acqua in un recipiente tarato. Per diminuire l'errore, la misura viene fatta compiere da 5 persone diverse, ottenendo i seguenti valori di misura: V_i [cm^3] =1.03; 0.99; 1.01; 0.97; 1.00. A ciascuna persona è stato chiesto di arrotondare il valore a 0.01 cm^3.

Si stimi il volume di oro V e la sua incertezza tipo.

1b) Supponendo che la collana sia di oro puro, ne stimiamo il peso a partire dalla sua densità, che vale ρ=19.3 gr/cm^3, nota con incertezza relativa dell'1%.

Si calcoli la forza peso P della collana e la sua incertezza relativa, sapendo che l'accelerazione di gravità vale g=9.81 m/s^2, valore arrotondato alla seconda cifra decimale.

1c) Pesiamo la collana con una bilancia elettronica con risoluzione 0.01 N e accuratezza del fattore di scala pari al 2 % del valore misurato, ottenendo 0.17 N. Si calcoli l'incertezza di questa seconda misura.

1d) Si valuti la compatibilità delle due misure di peso effettuate e si fornisca la miglior stima possibile per il peso della collana.

1a) Essendo in presenza di 5 misure ripetute, stimiamo il valore di misura come la media campionaria delle 5 misure:

$$V = \overline{V} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} V_i = 1.000 \text{ cm}^3$$

L'incertezza della misura è invece stimata dalla deviazione standard campionaria del valor medio:

$$u(V) = s(\overline{V}) = \frac{s(V)}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{1}{5}\frac{1}{5-1}\sum_{i=1}^{5}\left(V_i - \overline{V}\right)^2} = 0.01 \text{ cm}^3 = 10 \text{ mm}^3.$$

Quindi, ***V*=1000(10) mm^3**.

Si osserva che l'incertezza di quantizzazione, dovuta all'arrotondamento a 0.01 cm^3, risulta già decisamente inferiore rispetto al contributo di incertezza di categoria A dovuto alla dispersione delle misure ripetute e dunque sicuramente trascurabile (in questo caso risulterebbe decorrelata e quindi andrebbe anche divisa per $\sqrt{n}$).

1b) La misura della forza peso si ottiene come $P = V \times \rho \times g$.
Stimiamo l'incertezza dell'accelerazione di gravità considerando che l'errore di arrotondamento possa essere uniformemente distribuito:
g=9.81 m/s^2 e $u(g)$ = (0.01 m/s^2) / $\sqrt{12}$ ≅ 0.0029 m/s^2.
La forza peso vale dunque $\boldsymbol{P} = V \times \rho \times g$ = 1 cm^3 × 19.3 gr/cm^3× 9.81 m/s^2 ≅ **0.1893 N**

Essendo P una produttoria di variabili ad esponente unitario, il quadrato della sua incertezza relativa è pari alla somma dei quadrati delle incertezze relative delle singole variabili. Calcoliamo prima le incertezze relative
$u_r(V)$ = 10 mm^3/ 1 cm^3 = 1 %
$u_r(\rho)$ = 1 %
$u_r(g)$ = 0.0029 m/s^2 / 9.81 m/s^2 ≅ 3×10^{-4} (sicuramente trascurabile rispetto alle altre due)

L'incertezza relativa di P vale quindi:
$\boldsymbol{u_r(P)} = \sqrt{u_r^2(V) + u_r^2(\rho) + u_r^2(g)} \cong$ **1.4 %**
Il risultato finale della misura è
***P* = 0.1893 N ±0.0027 N** o anche ***P* = 0.1893(27) N**

1c) L'incertezza della pesata P_2 è data da due contributi: l'incertezza di quantizzazione u_q e l'incertezza del fattore di scala u_f, che si sommano quadraticamente, in quanto scorrelati:
u_q = 0.01 N / $\sqrt{12}$ ≅ 0.0029 N
u_f = 0.17 N ×2 % ≅ 0.0034 N
$\boldsymbol{u(P_2)} = \sqrt{u_q^2 + u_f^2} \cong$ **0.0045 N**
Il risultato finale della misura è
$\boldsymbol{P_2}$ **= 0.1700 ±0.0045 N**

1d) Siamo in presenza di due misure indipendenti della stessa grandezza che hanno fornito valori di misura diversi tra loro. Valutiamo la compatibilità tra le due misure secondo il criterio di compatibilità standard che prevede di confrontare la distanza tra i due valori con una combinazione delle due incertezze standard, secondo la relazione: $|P - P_2| \le k_{comp}\sqrt{u^2(P) + u^2(P_2)}$. Sostituendo i valori del caso, si ottiene (19.3 mN) ≤ k_{comp}(5.2 mN) che non è verificata neanche per k_{comp}=3. Le due misure sono tra loro **non compatibili**.

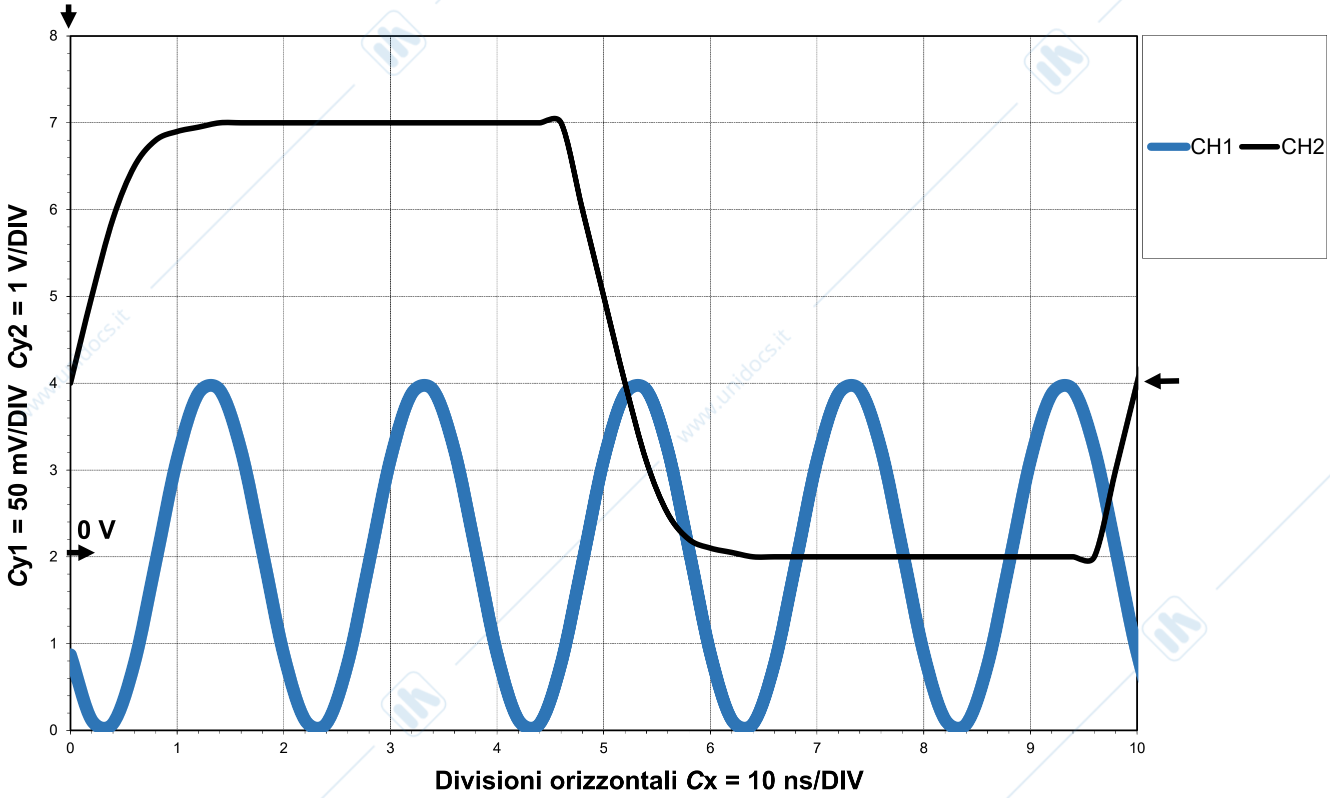
Per la misura del peso, disponendo di 2 misure non compatibili, non possiamo ricorrere al criterio della media pesata, per cui dobbiamo decidere diversamente il da farsi. In questo caso, supponendo di non aver commesso errori, l'evidenza sperimentale dimostra che la collana non è di oro puro (si ricordi l'esperimento di Archimede), per cui la miglior stima possibile del peso della collana è quella fornita dalla misura diretta effettuata con la pesa: $\boldsymbol{P_2}$ **= 0.1700 ±0.0045 N**

(30 min) **Eserczio 2**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2) Con un oscilloscopio digitale a due canali, si misurano due segnali:
 CH_1: segnale sinusoidale;
 CH_2: onda quadra TTL con tempi di scatto inferiori a 1 ns (fronti di salita estremamente rapidi).

La schermata visualizzata è la seguente (per comodità sono stati riportati sugli assi i valori di sensibilità impostati e sulla sinistra il livello di GND).



2a) Si descrivano i due segnali misurati (anche numericamente).
2b) Come è stato impostato l'oscilloscopio per effettuare questa misura? (accoppiamento, trigger etc.)
2c) Si stimi la banda dell'oscilloscopio impiegato.
2d) Il segnale sinusoidale è stato misurato correttamente?
2e) Ogni canale dell'oscilloscopio ha un campionatore a 200 MSa/s. Come è stato possibile mostrare su schermo due tracce continue? Che tecnica è stata impiegata?

2a) Il primo segnale su CH1 è una sinusoide con **ampiezza 100 mV**, 5 periodi in 100 ns, per cui **frequenza 50 MHz**. Il secondo segnale su CH2 è **un'onda quadra da 0V a 5 V**, con **frequenza 10 MHz**.

2b) CH2 è sicuramente accoppiato **in DC**, mentre CH1 potrebbe essere DC o AC. Il **trigger** è impostato **su CH2 a livello 2 V, con pendenza positiva**, a inizio schermo, probabilmente in modalità AUTO.

2c) La banda può essere stimata dal tempo di salita dell'onda quadra, dichiarata con fronti estremamente veloci. Dallo schermo si può misurare un tempo di salita (dal 10% al 90% della transizione) pari a circa una divisione, per cui

$\boldsymbol{B} \cong 0.35/T_{\mathrm{rise}} = 0.35/\ 10\ \mathrm{ns} = \mathbf{35\ MHz}$

2d) Data la frequenza di 50 MHz, superiore alla banda dell'oscilloscopio, sicuramente il segnale sinusoidale è stato attenuato e sfasato.

2e) È stata usata una tecnica di interpolazione. Visto il numero limitato di punti (2 punti a divisione) sicuramente l'oscilloscopio implementa un interpolatore a seno cardinale per ricostruire il segnale.

(35 min)

Esercizio 3

(svolgere su questo foglio e sul retro)

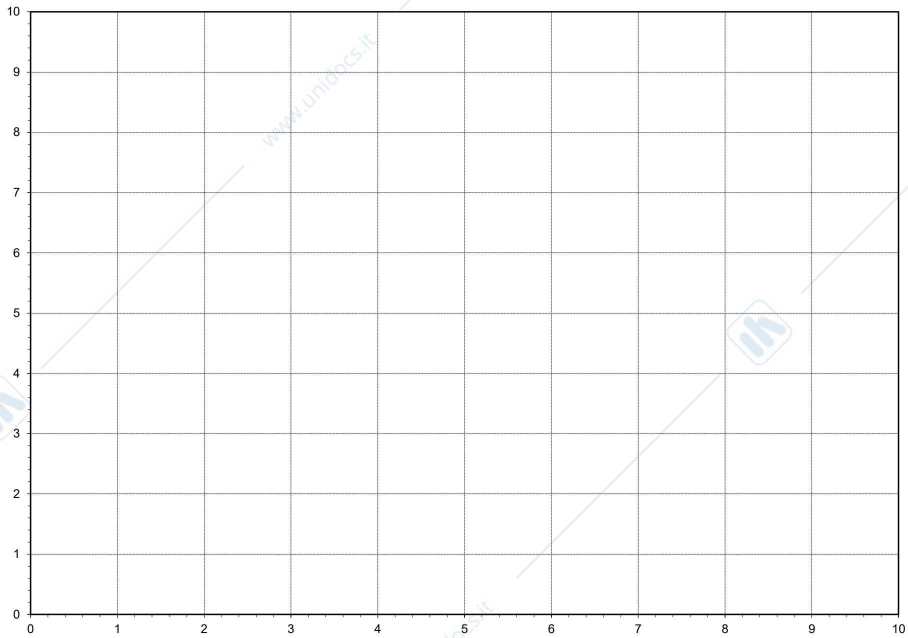
3) Si intende misurare il seguente segnale con un analizzatore di spettro:
$v_1 = A_1\cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + v_N(t)$ con A_1=10 mV, f_1=900 kHz, φ_1=49°, $v_N(t)$ rumore elettronico (bianco) con densità di potenza 2×10^{-14} W/Hz su 50 ohm di impedenza.

3a) Si scelgano le impostazioni dell'analizzatore di spettro per visualizzare v_1 con uno SPAN di 200 kHz, volendo circa 15 schermate al secondo..

3b) Si disegni la schermata dell'analizzatore di spettro nel riquadro sottostante.

3c) Che ipotesi è stata fatta sulla sua *Noise Figure*?

3d) Usando un convertitore analogico digitale per campionare il segnale v_1, supponendo che abbia una dinamica di ingresso di ±5V, quanti bit sarebbero necessari per avere un'incertezza di quantizzazione pari a circa 100 μV? Che tipologia di convertitore può avere le caratteristiche corrette per campionare questo segnale?



3a) Lo **SPAN** è impostato a **200 kHz.** Il segnale è a 900 kHz, per cui possiamo scegliere $\boldsymbol{f_{start}}$**= 800 kHz** e $\boldsymbol{f_{stop}}$**=1 MHz**.

Considerando che il tempo di scansione vale $ST = 3\times SPAN/(RBW)^2$, per avere 15 schermate al secondo dobbiamo impostare

$$\boldsymbol{RBW} = \sqrt{3SPAN/ST} = \sqrt{3\cdot 2\cdot 10^5 \cdot 15}\ \text{Hz} = \mathbf{3\ kHz}$$

La potenza del segnale sinusoidale vale

$\boldsymbol{P_1} = (A_1)^2/(2R_{in}) = 1\times10^{-6}$ W corrispondenti a **-30 dBm** a 900 kHz

La densità spettrale di potenza del rumore, vale p_N= **-107 dBm/Hz**.

Avendo impostato una RBW = 3 kHz, il fondo di rumore sullo schermo vale:

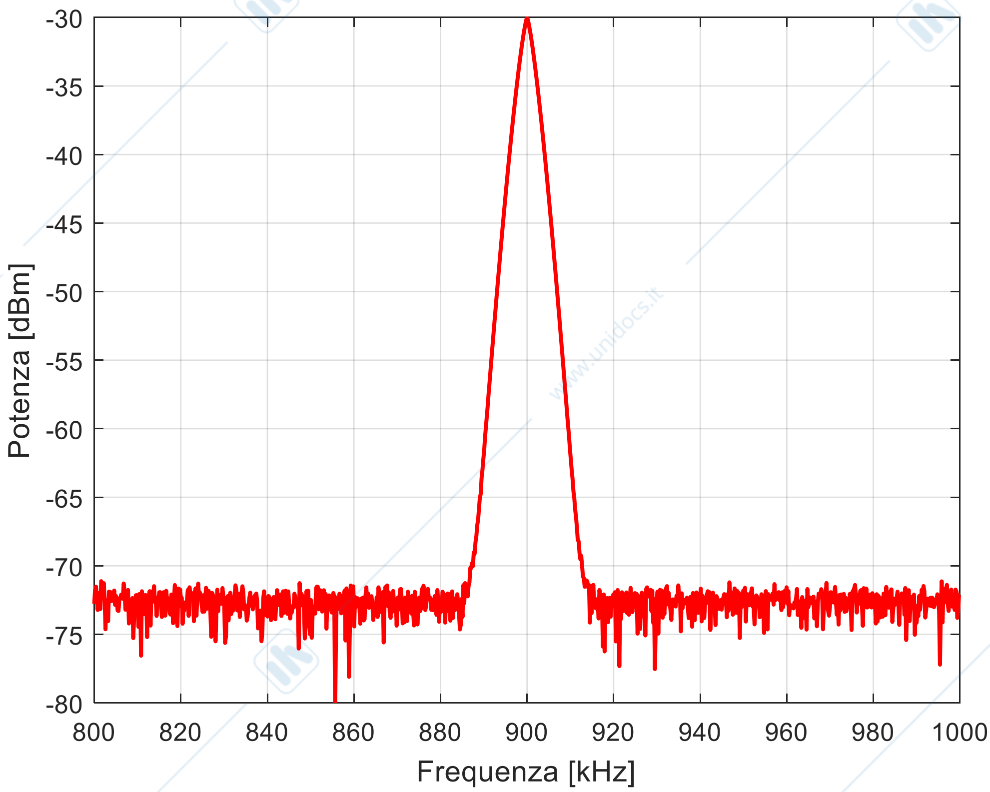
$P_N = p_N \times RBW$, quindi in scala logaritmica $\boldsymbol{P_N}$= -107 dBm/Hz + 35 dBHz = **-72 dBm**.

In questo conto abbiamo trascurato di considerare il rumore dell'analizzatore di spettro, in quanto sicuramente inferiore: per raggiungere p_N = -107 dBm/Hz dovremmo supporre una noise figure NF = 67 dB, valore decisamente troppo alto per essere realistico.

Vista la massima potenza di -30 dBm e la minima di -72 dBm, possiamo impostare

RL=-30 dBm; A_y=5 dB/DIV

3b)



3c) Come evidenziato nel punto precedente, si è ipotizzato che la *Noise Figure* dell'analizzatore sia abbastanza inferiore a 67 dB, in modo da non influenzare la misura del rumore associato al segnale.

3d) Si richiede un'incertezza di quantizzazione pari a 100 µV, a cui corrisponde un passo di quantizzazione $\Delta V = u_q \sqrt{12} \cong 350\,\mu\text{V}$.

Considerando la dinamica di ±5V, sono necessari N = 10 V / 350 µV ≅ 28 500 livelli, corrispondenti a circa

***n* = 15 bit**.

Visto che il segnale è a 900 kHz, il campionatore dovrà lavorare a più del doppio di questa frequenza (dipende dalla ricostruzione che si intende fare). Una tipologia di campionatore che può lavorare a qualche MSa/s con 16 bit è quella ad approssimazioni successive.

Esercizio ___ *(continua)*

[foglio addizionale per eventuale esercizio "lungo"]

INDICARE IL RICHIAMO IN FONDO ALLA PAGINA DELL'ESERCIZIO CORRISPONDENTE