MISURE E STRUMENTAZIONE **mercoledì 6 novembre 2019**

Prof. Michele Norgia **Prova in itinere AA 2019/2020**

Tempo a disposizione 1h15min **Aule 3.0.3 5.1.1 ore 11.30**

Cognome e nome: ______________________________ ____________________ *(stampatello)*

Matricola e firma __ __ __ __ __ __ ____________________ *(firma leggibile)*

Esercizi svolti (almeno parzialmente): 1 2 (18 + 15 =33p) ***(crocettare)***

N.B. Si richiede di **crocettare tutti i sottopunti**, ad es. 1c), 1d), degli esercizi ai quali si è dato risposta.

SOLUZIONI

(40 min)

Esercizio 1

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1) Un fucile spara proiettili approssimabili come sfere di ottone (densità ρ **compresa tra 8.4 kg/dm^3 e 8.6 kg/dm^3**). Il diametro del proiettile, ***D*=4.5 mm**, è stato misurato con un calibro che ha **risoluzione 0.1 mm**.

1a) Si misura la velocità di uscita di 5 proiettili, ottenendo i seguenti valori
v_i **= 110, 97, 104, 94, 100 [m/s]**.
Si ricavi la miglior stima della velocità media di un proiettile e la sua incertezza.

1b) Si ricavi il risultato della misurazione indiretta della massa di un proiettile e la sua incertezza relativa.

1c) Si valuti la compatibilità con il valore dichiarato sulla confezione ***m*** **= 0.450(23) g**.

1d) La gittata massima di un proiettile si ottiene sparando con un alzo di 45° e vale teoricamente $G = v^2/g$. Si calcoli la gittata massima della pistola, considerando ***g*= 9.8 m/s^2** con **incertezza estesa di 0.1 m/s^2** in corrispondenza del **95%** circa di confidenza.

1a) Il valor medio vale

$$\overset{s}{\mu} = \bar{v} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} v_k = 101.00 \text{ m/s}$$

L'incertezza della misura è la stima della deviazione standard del valor medio, che vale:

$$u(v) = s(\bar{v}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n}(v_k - \bar{v})^2} = 2.8 \text{ m/s}$$

Per cui v **= 101.0(28) m/s**.

1b) La massa del proiettile è $M=\rho V$ con V volume della sfera dato da

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{D^3}{8} = \frac{\pi}{6}D^3$$

Per cui $m = \rho V = \rho\frac{\pi}{6}D^3 \cong$ **0.4056 g**

avendo considerato ρ **= 8.5 kg/dm^3**, valore centrale dell'intervallo dato.

Essendo l'equazione della misura una produttoria generalizzata delle variabili d'ingresso e assumendo che queste non siano correlate tra loro, l'incertezza relativa dell'uscita è legata alle incertezze relative degli ingressi:

$$u_r(m) = \sqrt{u_r^2(\rho) + 9u_r^2(D)}$$

Attribuiamo alla densità ρ una distribuzione di probabilità uniforme compresa tra 8.4 kg/dm^3 e 8.6 kg/dm^3

$u(\rho)=\Delta\rho/\sqrt{12} = 0.058$ kg/dm^3 $\quad u_r(\rho)=u(\rho)/\rho=(0.058 \text{ kg/dm}^3)/(8.5 \text{ kg/dm}^3)=6.8\times10^{-3}$

$u(D)=\Delta D/\sqrt{12} =0.029$ mm $\quad u_r(D)=u(D)/D=(0.029 \text{ mm})/(4.5 \text{ mm})=6.4\times10^{-3}$

$u_r(m) = 10^{-3}\sqrt{6.8^2 + 9\cdot 6.4^2} \cong \mathbf{20\times10^{-3}}$

Pertanto l'incertezza assoluta è $u(m)=m\times u_r(m)$=8.1 mg con un risultato della misurazione indiretta

***m*=405.6 (81) mg**.

1c) Siamo in presenza di due misure indipendenti della stessa grandezza che hanno fornito valori di misura diversi tra loro. Valutiamo la compatibilità tra le due misure secondo il criterio di compatibilità standard che prevede di confrontare la distanza tra i due valori con una combinazione delle due incertezze standard, secondo la relazione: $|m_1 - m_2| < k_{comp}\sqrt{u^2(m_1)+u^2(m_2)}$. Sostituendo i valori del caso, si ottiene (44.4 mg)≤ k_{comp}(24 mg) che è verificata con $\mathbf{k_{comp}=2}$, quindi **le due misure sono compatibili**.

1d) La gittata massima di un proiettile si ottiene sparando con un alzo di 45° e vale teoricamente $G = v^2/g$.

$G = v^2/g$.= **1040.9 m**

Essendo una produttoria generalizzata calcoliamo le incertezze relative delle variabili:

$u_r(v)= u(v)/ v=$ 2.8%

$u(g)= U(g)/ 2 =0.05$ m/s^2 (perché l'intervallo di confidenza al 95% è circa a 2 sigma)

$u_r(g)= u(g)/ g =$ 0.51%

La sua incertezza relativa vale:

$u_r(G) = \sqrt{u_r^2(g) + 4u_r^2(v)}$ =**5.6 %**

Per cui $u(g)= u_r(g)\, g$ = **58 m**

G.= **1041 (58) m**

(35 min) **Esercizio 2**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2) Una scheda di acquisizione dati utilizza un convertitore A/D con **dinamica bipolare ±5 V** e viene impiegata per misurare i seguenti segnali:

- V_1, un segnale audio da radio FM (analogico limitato a **15 kHz**) di **ampiezza massima 100 mV**, da acquisire con almeno **200 livelli** di quantizzazione;
- V_2, un segnale all'incirca sinusoidale di **2 V di ampiezza** e frequenza **1 kHz**, di cui si vuole calcolare numericamente il valore RMS acquisendo almeno **50 campioni per periodo**.
- V_3, l'uscita di un ponte alimentato a 5 V con un sensore NTC (R_0=4.7kΩ a 25°C, β=3900 K), connesso con altre 3 resistenze pari a 4.7 kΩ. Si intendono misurare temperature da 0°C a 100°C, con risoluzione di almeno 0.1°C.

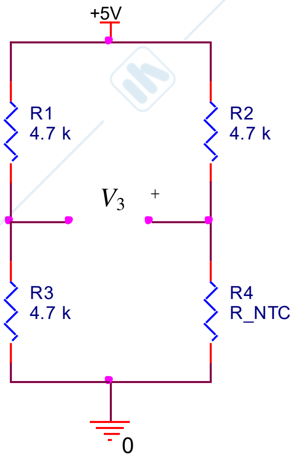
2a) Si descriva la modalità di connessione dei tre segnali, disegnando anche il ponte di misura del sensore NTC e valutando il valore di V_3, in corrispondenza di 0°C e di 100°C.

2b) Si calcoli la frequenza di campionamento della scheda necessaria ad acquisire contemporaneamente i tre segnali.

2c) Si calcoli la **sensibilità** del sensore di temperatura **a 100°C**.

2d) Si calcolino i guadagni ottimali su ogni singolo segnale e il numero di bit necessari per la corretta acquisizione (i guadagni impostabili dalla scheda sono G_i **= 0.1, 1, 10, 100**).

2a) La scheda di acquisizione deve avere almeno 3 canali di ingresso, in modalità *differenziale*, in quanto il segnale in uscita dal ponte di misura deve essere acquisito in modalità differenziale.



In prima approssimazione la resistenza di un NTC è data dalla relazione esponenziale $R_{NTC} = R_0 e^{-\beta\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)}$, dove T_0=298.15 K (25°C). Il ponte in figura è bilanciato quando tutte le resistenze sono uguali, quindi $R_{NTC,25}=R_1$= 4.7 kΩ.

Nel caso di 0°C $R_{NTC} = R_0 e^{-\beta\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)} = 4.7 e^{-3900\left(\frac{1}{298.15}-\frac{1}{273.15}\right)}\,\mathrm{k\Omega} \cong 15.56\,\mathrm{k\Omega}$, per cui la tensione di uscita del ponte vale:

$$V_{3,0} = \left(\frac{R_{NTC}}{R_{NTC}+R_2} - \frac{R_3}{R_3+R_1}\right)\times 5\mathrm{V} = \left(\frac{R_{NTC}}{R_{NTC}+4.7\,\mathrm{k\Omega}} - 0.5\right)\times 5\mathrm{V} \cong 1.34\ \mathrm{V}$$

Mentre nel caso di 100°C $R_{NTC} = R_0 e^{-\beta\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)} = 4.7 e^{-3900\left(\frac{1}{298.15}-\frac{1}{373.15}\right)}\,\mathrm{k\Omega} \cong 339\,\Omega$, per cui la tensione di uscita del ponte vale:

$$V_{3,100} = \left(\frac{R_{NTC}}{R_{NTC}+R_2} - \frac{R_3}{R_3+R_1}\right)\times 5\mathrm{V} = \left(\frac{R_{NTC}}{R_{NTC}+4.7\,\mathrm{k\Omega}} - 0.5\right)\times 5\mathrm{V} \cong -2.16\ \mathrm{V}$$

2b) Volendo acquisire contemporaneamente i 3 segnali, la scheda di acquisizione deve avere una frequenza di campionamento 3 volte più grande (multiplexing 3 a 1 dai canali all'ADC) di quella indispensabile per il canale con il segnale più veloce.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Il segnale V_1 deve essere campionato ad almeno 30 kSa/s per rispettare il teorema di Shannon, in quanto la frequenza massima presente è di 15 kHz.
Il segnale sinusoidale V_2 andrà campionato con almeno 50 campioni per periodo, quindi ad almeno 50 kSa/s.
Il terzo segnale è una misura di temperatura che non pone vincoli dal punto di vista della frequenza di campionamento necessaria all'acquisizione.
La frequenza di campionamento della scheda dovrà essere almeno:

$$\boldsymbol{f_{camp}} = n° \; segnali \times f_{\max} = 3 \times 50 \text{ kSa/s} = \mathbf{150 \text{ kSa/s}}.$$

2c) La sensibilità del sistema di misura, derivata della variabile di uscita rispetto all'ingresso, vale:

$$S = \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{\partial V}{\partial R_{NTC}} \frac{\partial R_{NTC}}{\partial T} = V_R \frac{R_2}{(R_{NTC} + R_2)^2} R_{NTC} \left(-\frac{\beta}{T^2} \right)$$

Dove $V_R = 5$ V è la tensione di alimentazione del ponte.
Sostituendo i valori, la sensibilità a 100°C vale $\boldsymbol{S}$ **= - 8.8 mV/K**.

A 0°C invece si ottiene una sensibilità pari a S = - 39.1 mV/K. Come è ragionevole, a temperatura più alte diminuisce la sensibilità dell'NTC rispetto alle variazioni di temperatura e quindi diminuisce anche la sensibilità del nostro sistema di misura.

2d) Il guadagno sui singoli canali è dettato dalla loro dinamica di ampiezza rispetto a quella del convertitore A/D presente nella scheda.
Per quanto riguarda il segnale V_1 (ampiezza massima 100 mV) per massimizzare la sua risoluzione sarà necessario un $\boldsymbol{G_1}$ **= 10**.
Per il segnale V_2 (2 V di ampiezza) sarà necessario utilizzare un $\boldsymbol{G_2}$ **= 1** affinché il segnale sia contenuto nella dinamica del convertitore A/D.
Il segnale V_3 può variare da circa -2.16 V a circa 1.34 V, per cui impostiamo il guadagno $\boldsymbol{G_3}$ **= 1**.

Il numero di bit necessari all'acquisizione viene dettato dalle richieste sulla risoluzione con cui devono essere misurati i singoli segnali.
V_1: 200 livelli richiesti sulla dinamica da -100 mV a + 100 mV, corrispondenti a $\Delta V = 0.1$ mV. Avendo impostato $G_1 = 10$, la dinamica della scheda allocata a questo canale è da -500 mV a + 500 mV, per cui sono richiesti $N = D_1 / \Delta V$ = 1 V / 1 mV = 1 000 livelli, corrispondenti a circa 10 bit.

V_3: per avere una risoluzione in temperatura migliore di 0.1°C, è necessaria una risoluzione di misura di V3 pari ad almeno $\Delta V = \Delta T \cdot |S| = (0.1°\text{C}) \cdot (8.8 \text{ mV/K}) = 0.88 \text{ mV}$ (si è impiegato il valore di sensibilità peggiore, quindi a 100°C; per temperature più basse la risoluzione in temperatura migliora, a parità di risoluzione in tensione). Avendo impostato $G_3 = 1$, la dinamica della scheda allocata a questo canale è da -5 V a + 5 V, per cui sono richiesti $N = D_3 / \Delta V$ = 10 V / 0.88 mV ≅ 11 363 livelli, corrispondenti a circa 14 bit.

V_2: non ci sono richieste specifiche, si suppone che i 14 bit siano più che sufficienti per stimare bene il valore

Sarà necessaria quindi una scheda con almeno **14 bit.**