

## MISURATORE DI PORTATA

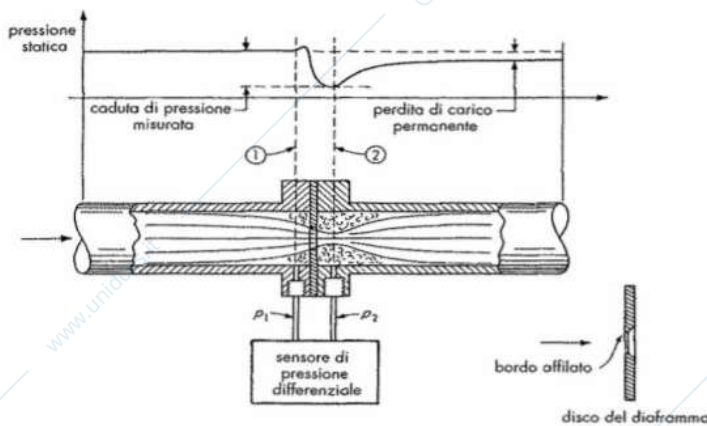
I misuratori di portata non sono molto comuni in quanto non molto precisi, estremamente costosi. Sono di diverse tipologie e ognuno di questo basa il suo funzionamento su un principio fisico diverso. Questi si dividano in realtà in **misuratori volumetrici** (che misurano la velocità) e **misuratori massici** (solitamente più precisi). Tra i misuratori volumetrici abbiamo:

- misuratori ad area costante e a caduta di pressione
- tubi di pitot con misure medie
- i rotometri (misure ad area variabili)
- misuratori a turbina
- elettromagnetici
- ultrasonici
- a distacco di vortici

I misuratori di tipo massico invece di dividano in **misuratori di Coriolis** e **misuratori termici**.

### Misuratori ad area costante e a caduta di pressione

Detti anche sistemi a **strozzamento**, sono misuratori ad aria costante. Il principio fisico è elementare per cui, se ai capi di tubo, genero una differenza di pressione costante, se riduco la sezione del tubo, la velocità aumenta con una conseguente diminuzione della pressione statica, altrimenti accade l'esatto contrario. Se in un tubo quindi a sezione costante, con una differenza di pressione ai capi delle due porte, inserisco un **diaframma**, ovvero un tappo che blocca il flusso, aumentando la velocità in un primo momento diminuendo la pressione statica alle spalle di questa. Per cui, leggendo la variazione di pressione è possibile misurare la portata del flusso.



Il diaframma ha un foro di sezione costante praticato al suo interno ed è il sensore in assoluto più utilizzato in quanto semplice, efficiente e a basso costo.

In alternativa, il diaframma può essere sostituito da un ugello.

Andando a scrivere infatti l'equazione di Bernoulli tra i punti 1 e 2:

$$\frac{\omega_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{\omega_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$$

dove  $p_1$  e  $p_2$  sono le pressioni statiche registrate rispettivamente in corrispondenza delle sezioni 1 e 2.

Essendo la portata massica definita da:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{Q} = \rho \cdot \omega \cdot A$$

La quale deve rimanere invariata, possiamo trovare così la relazione tra le velocità e la portata volumetrica per cui:

$$\omega_1 = \frac{\dot{Q}}{A_1} \text{ e } \omega_2 = \frac{\dot{Q}}{A_2}$$

che vanno sostituite nell'equazione di Bernoulli scritta così:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{Q^2}{A_1^2} - \frac{Q^2}{A_2^2} \right) = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

$$\frac{Q}{2A_2^2} \cdot \left( 1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right) = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

Da cui ricavo la portata volumetrica come:

$$Q = \frac{A_2}{\sqrt{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho}}$$

La realtà però è molto diversa dalla teoria per cui sono necessari dei coefficienti correttivi ricavati per via sperimentale qualora si voglia essere il più precisi possibili.

Tenendo infatti conto delle perdite di carico non considerate dall'equazione di Bernoulli, introduco un coefficiente correttivo detto **coefficiente di efflusso Cd per cui:**

$$Q = \frac{C_d \cdot A_2}{\sqrt{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho}}$$

dove Cd è il coefficiente di efflusso, Q è la portata volumetrica, A1 è la sezione trasversale del tubo e A2 è l'area della sezione del diaframma.

**Nel caso di un flusso incomprimibile a  $\rho = \text{cost.}$  il coefficiente di efflusso varia solo in funzione di Reynolds.** Questo è molto importante in quanto ci permette di tarare lo strumento in funzione di questo parametro, per ogni liquido possibile, mentre se fosse stata funzione diretta della densità, ad esempio, avremmo dovuto tarare lo strumento ogni volta.

Nota- vedere gli appunti di fisica tecnica per spiegazione del numero di Reynolds.

**Le cose cambiano notevolmente nel caso di un fluido comprimibile in quanto questo comporta la dipendenza di Cd, non solo da Reynolds, ma anche da un coefficiente di comprimibilità  $\varepsilon$ .**

Per cui la formula della portata diventa:

$$\dot{q}_m = \frac{C_d}{\sqrt{1 - \beta^4}} \cdot \varepsilon \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_1}}$$

dove:

$$\frac{\pi}{4} \cdot d^2 = A_{2f}$$

$$\beta = \frac{d}{D} \text{ rapporto di strozzamento}$$

Il coefficiente di comprimibilità ha una formulazione semi empirica e lo è anche il coefficiente di efflusso complessivo per cui si ha che:

$$C = 0,595 + 0,031\beta^8 + 0,002 \cdot 9 \beta^{2,5} \cdot \left(\frac{10^6}{Re_D}\right)^{0,75} + 0,090 L_1 \beta^4 (1 - \beta^4)^{-1} - 0,0337 L_2 \beta^3$$

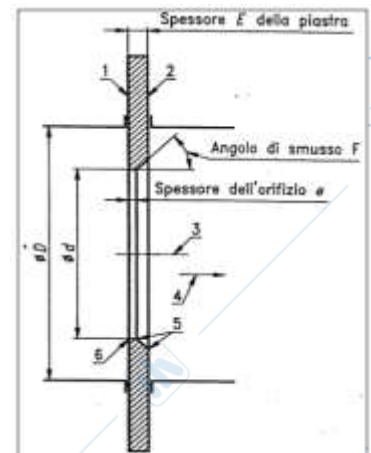
$$\varepsilon = 1 - (0,41 + 0,35 \beta^4) \cdot \frac{\Delta p}{kp_1}$$

Dove si vede la dipendenza di entrambi dalla geometria e dalla velocità.

Ora per determinare i valori corretti con cui tarare lo strumento o eseguire i calcoli per la portata volumetrica dobbiamo necessariamente usare la normativa che prevede i dati in tabella.

La norma, che è la UNI EN ISO5167 regola le caratteristiche geometriche, l'installazione dei diaframmi e da indicazioni riguardo:

- natura del fluido
- condizioni del flusso
- tratti minimi rettilinei
- geometrie dei condizionatori
- circolarità del condotto
- geometria del dispositivo
- prese di pressione



La normativa prevede che il rapporto di strozzamento abbia dei valori limiti per cui:

$$0,2 D < \beta < 0,8 D$$

Noto quindi il diametro del tubo nel quale voglio misurare la portata, posso procedere a ipotizzare un valore

corretto da normativa del rapporto di strozzamento e valutare quindi il diametro corretto del diaframma.

Sempre da normativa, si impone un angolo di smusso tra i 30 e i 45°. Pr quanto riguarda lo spessore del diaframma E, invece, possiamo dire che:

$$E < 5\% \text{ di } d \text{ se la distanza dalle prese di pressione è inferiore a } \frac{D}{2}$$

mentre lo spessore dell'orifizio deve essere inferiore al 2% di d.

Ma come le posiziono le prese di pressione? Queste devono essere posizionate infatti in modo tale che mi permettano di calcolare la differenza di pressione statica. Il problema del posizionamento deriva dal fatto che se decido di mettere la presa molto vicino al diaframma, avrò un'oscillazione della misura legata allo stagnamento del flusso dovuto al diaframma stesso. Se al contrario mi allontano troppo, l'oscillazione svanisce, ma la misura non è più veritiera e andiamo a perdere di precisione. La soluzione più economica risulta essere quindi posizionare la prima presa a distanza D prima del diaframma la seconda a distanza D/2 dopo. La prima presa prende anche il nome di presa di monte mentre la seconda prende il nome di presa di valle.

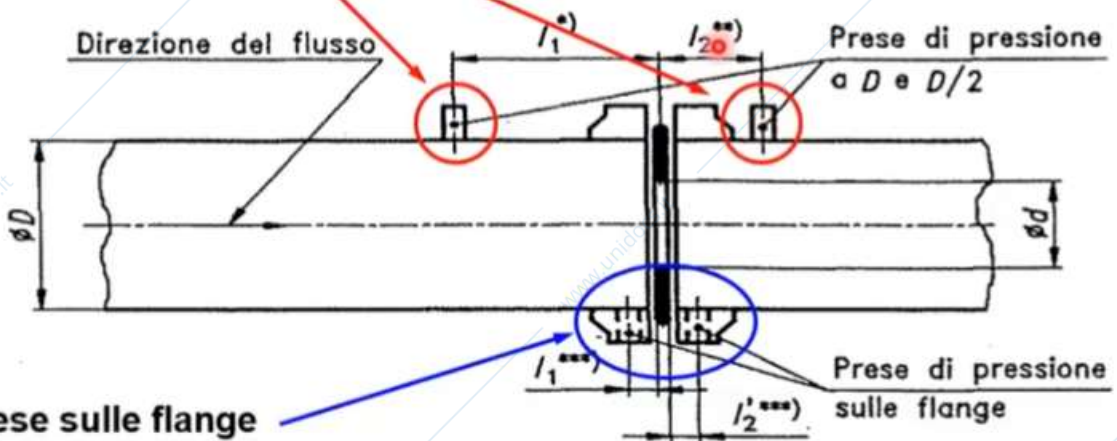
Problema	$q =$
Per determinati valori di	$\mu_1, \rho_1, D, d, \Delta p$
Si trovi	$q_m \text{ e } q_v$
Invariante	$A_1 = \frac{\varepsilon_1 d^2 \sqrt{2 \Delta p \rho_1}}{\mu D \sqrt{1 - \beta^4}}$
Equazione iterativa	$\frac{Re_D}{C} = A_1$
Variabile dell'algoritmo lineare	$X = Re_D = CA_1$
Criterio di precisione (dove n è scelto dall'utilizzatore)	$\left  \frac{A_1 - X}{A_1} \right  < 1 \times 10^{-n}$
Prima stima	$C = C_{\infty}$
Risultati	$q_m = \frac{\pi}{4} \mu D X$ $q_v = \frac{q_m}{\rho_1}$

Un'alternativa sono le **prese sulle flange** dove riduco certamente la distanza dove sono sicuro quindi di avere la pressione di bloccaggio a sinistra mentre a destra quella di flusso turbolento.

## Prese di pressione

### ➤ Prese a $D$ e $D/2$

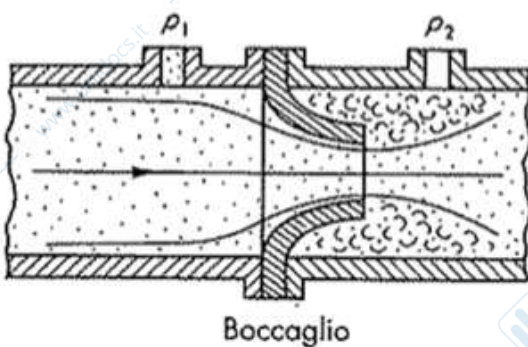
⇒ Più economico, non si devono modificare le flange



### ➤ Prese sulle flange

Un'alternativa per ridurre le oscillazioni possono essere le così dette **prese gli angoli** dove, inserito un anello portante con fessura anulare che mi porta fuori una certa portata insignificante di flusso dove registro senza oscillazioni la pressione statica. Questa soluzione è molto complessa meccanicamente e rende molto costoso uno strumento in realtà semplice e facile da usare per cui questa soluzione non conviene molto.

## Misuratori di portata a boccaglio



Il boccaglio è uno strumento che ha lo stesso funzionamento di un diaframma, che però costa leggermente di più. Come strumento per la sua forma è infatti più complesso, ma permette di non dover svuotare il sistema ogni volta che eseguo la misura.

Questo infatti, una volta inserito non è più necessario rimuoverlo e può essere messo come più ci piace. Anche questi possono essere normati ovviamente e le loro dimensioni con loro. Non dobbiamo quindi inventarci nulla, semplicemente seguire la norma e i conti che questa ci dice di fare per la valutazione della portata.

A livello industriale questo sistema è molto ancora usato, mentre l'utilizzo da laboratorio è drasticamente calato. Il boccaglio esegue una brusca accelerazione in tempi ristretti del flusso per poi abbandonarlo a se stesso. A monte della sezione di uscita si concentreranno quindi tutte le perdite ed è lì che vado a misurare la pressione statica.

### Misuratore a Venturi

Il misuratore a Venturi invece si basa su di un principio fisico un po' diverso ed è molto più preciso dei due precedenti. Il tubo di venturi una volta messo non è necessario rimuoverlo e da letture più precise, ma ovviamente è più costoso degli altri strumenti.

Come sistemi di misura garantiscono perdite minori di pressione gestendo al meglio gli angoli di ingresso e di uscita, per cui alla fine sul lungo periodo riescano comunque a far risparmiare sul costo di pompaggio.

Nel caso poi in un tubo di venturi fluisca un flusso di massa con componente tangenziale, abbiamo bisogno poi dei così detti **raddrizzatori**.

### Misuratori ad area costante e pressione variabile O RADDRIZZATORI

Fino ad adesso abbiamo fatto una supposizione un po' troppo azzardata per cui il flusso era interamente perpendicolare alla superficie di ingresso del nostro sistema di misurazione. Ovviamente la maggior parte delle volte non è così per cui avremo a che fare con flussi turbolenti. Questo influisce sia sulla possibilità di usare certi strumenti che sulla formula da usare per calcolare la portata finale.

Nascono quindi strumenti come i misuratori ad area costante utilizzabili per tutti i flussi con componente tangenziale alla sezione di ingresso. Questi strumenti, la cui operabilità è fino a un valore di 2000 Reynolds, introducano delle nuove perdite di carico aggiuntive per far sì che si possano misurare salti di pressione più grandi e facili da leggere. La forma più semplice di questi strumenti è un tubo capillare di diametro fisso che forma una geometria a forma di nido d'ape. Una volta causato il salto di pressione passiamo alla misurazione della portata con la seguente formula detta di **Hagen-Poiseuille** per il flusso viscoso e incompressibile.

$$Q = \frac{\pi D^4}{128 \mu L} \Delta p$$

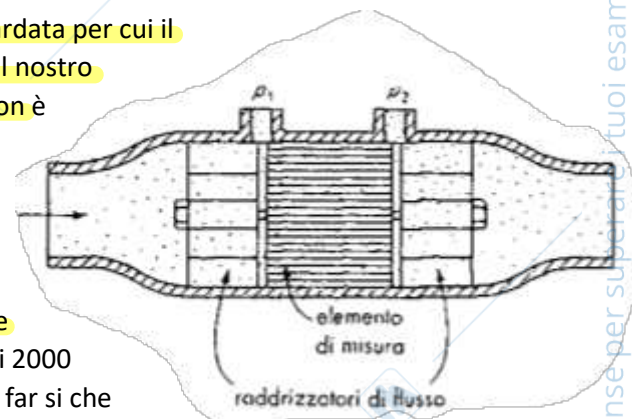
Tra i vantaggi di questi strumenti si ha la relazione lineare tra perdite di carico e caduta di pressione, mentre tra gli svantaggi si segnala l'alto costo di manutenzione a causa dell'intasamento, costi elevati dello strumento e di pompaggio.

Un altro modo di affrontare il problema utilizza un elemento tipo "honeycomb" costituito da elementi triangolari con lati di pochi decimi di millimetro e lunghezza pochi centimetri.

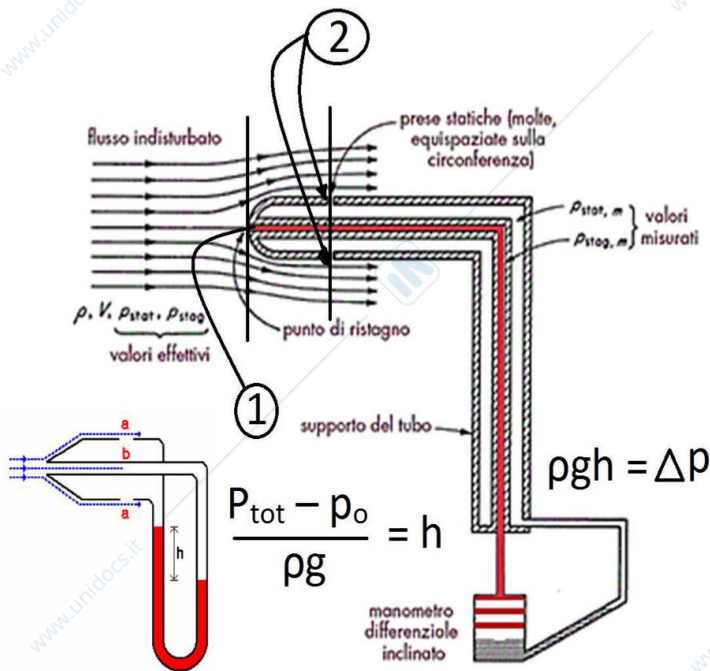
Il loro vantaggio consiste nell'aver una relazione lineare tra la portata e la caduta di pressione (invece che secondo la radice quadrata).

Tra i loro svantaggi c'è l'intasamento a causa di fluidi sporchi, un costo elevato ed elevate perdite di carico.

Lo strumento più comune per la misura della velocità di un flusso è il tubo di Pitot.



# TUBO DI PITOT



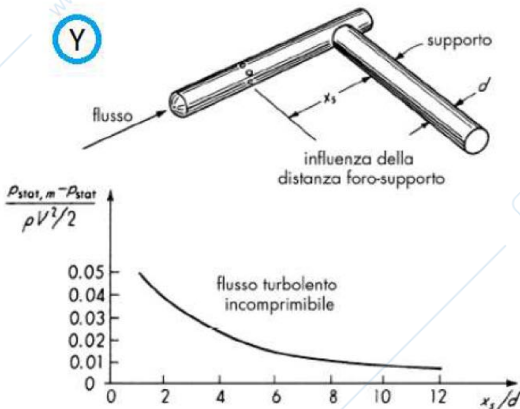
La pressione totale (o pressione di ristagno) viene misurata da un foro posto nel punto ①. La pressione statica viene misurata attraverso quattro fori laterali a distanza opportuna dalla testa della sonda ②. I due segnali di pressione vengono portati ad un trasduttore differenziale (A) - *o manometro* tramite due tubi concentrici. Nel posizionare le prese di pressione statica deve trovare un punto in cui l'effetto naso (X) e l'effetto stelo (Y) si autoeliminano.

## Effetto naso



I due effetti si compensano per una distanza dallo stelo  $x$  pari a 12 - 16 diametri.

## Effetto stelo



Per ricavare la velocità del flusso applico Bernoulli tra la sezione ① e la sezione ②:

$$p_o + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{costante}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = 0$$

La velocità  $v_1$  è quella che si ha nel punto di ristagno, cioè ( $v_1 = 0 \text{ m/s}$ ). Non c'è differenza di altezza ( $z_1 = z_2$ ). Quindi:

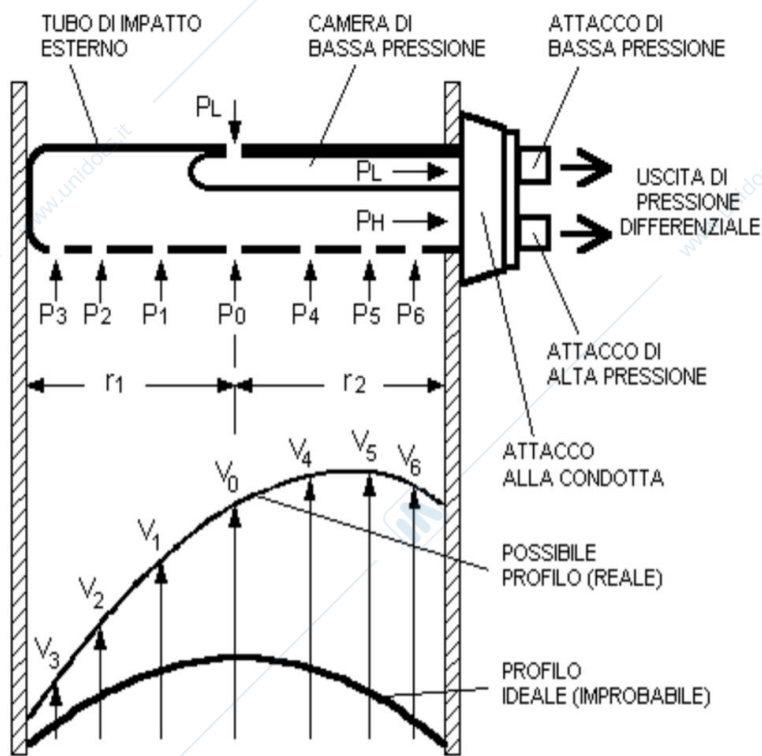
$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} = 0 \rightarrow \frac{v_2^2}{2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} \rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}}$$

Ho così determinato il valore della velocità in corrispondenza delle prese di pressione statica.

#### TUBO DI PITOT X MISURE MEDIE

Il tubo di Pitot statico per misure di velocità puntuali può essere utilizzato anche per portate volumetriche.

In laboratorio l'idea è quella di suddividere l'area del flusso totale in tanti anelli di area costate, dopo di che con diversi affondamenti del Pitot si misura la velocità locale al centro delle aree e si sommano le singole portate per ottenere quella totale. Per il monitoraggio in ambito industriale si ricorre ad un tubo di Pitot automediante.



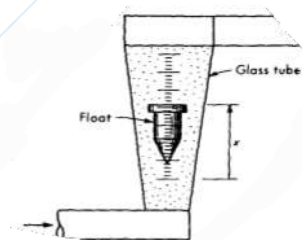
Il tubo è dotato di  $n$  prese di pressione disposte lungo la sua lunghezza in modo che le pressioni generate da ognuna di esse (imputabili alle diverse velocità componenti il profilo) vengono ad essere mescolate dentro il tubo di Pitot, determinando così una pressione totale mediata per la misura.

Il valore di pressione statica viene rilevato da un foro disposto a valle del senso di flusso.

#### Rotometro o ROTAMETRO

Il rotometro è un misuratore a caduta di pressione costante e ad area variabile, composto da un tubo verticale con forma conica in cui il galleggiante e nel quale il galleggiante assume una particolare posizione in funzione della portata che scorre nel tubo.

Il galleggiante grazie alla sua forma, mentre il flusso attraversa il condotto dal basso verso l'alto, crea una perdita di carico dovuta alla strizione di passaggio. Per una certa portata, il galleggiante alla fine trova un equilibrio tra le forze di pressione differenziale, quelle di viscosità ed ovviamente infine la gravità.



Per l'equilibrio quindi, la forza di gravità deve essere bilanciata dalla forza di galleggiamento. La forza diretta verso l'alto causata da una perdita di pressione,  $\Delta P$ , quindi è costante. Per mantenere la  $\Delta P$  costante però, l'area deve variare per cui il galleggiante deve avere una forma variabile.

Per un fluido incompressibile si ottiene il seguente risultato:

$$Q = \frac{C_d (A_t - A_f)}{\sqrt{1 - [(A_t - A_f)/A_t]^2}} \sqrt{2gV_f \frac{w_f - w_{ff}}{A_f w_{ff}}}$$

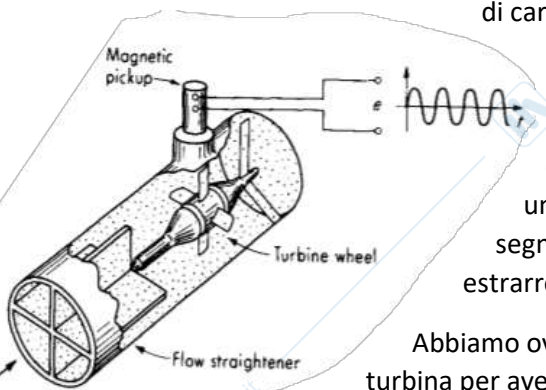
$Q$  = portata volumetrica,  $m^3/s$   
 $C_d$  = coefficiente di efflusso  
 $A_t$  = area del tubo,  $m^2$   
 $A_f$  = area del galleggiante,  $m^2$   
 $V_f$  = volume del galleggiante,  $m^3$   
 $w_f$  = peso specifico del galleggiante,  $kg/m^3$   
 $w_{ff}$  = peso specifico del fluido,  $kg/m^3$

Il galleggiante dei rotometri può essere realizzato con diversi materiali in maniera da ottenere la differenza di densità desiderata.

### Misuratori a turbina

Rimanendo sempre nel campo dei misuratori di velocità, e quindi di portata volumetrica, vediamo il funzionamento di un misuratore turbina. Il principio di funzionamento fisico di uno strumento di questo tipo è banale, simile a quello della girandola per bambini per cui se aumenta il flusso, la girandola ruota più velocemente. Se riusciamo a fare le palette della turbina abbastanza precise, in modo tale da non causare perdite di carico allora possiamo scrivere una relazione diretta tra la velocità di rotazione della turbina e il flusso che passa nel condotto.

Se si inserisce una turbina in un tubo quindi, contenente un fluido in movimento, le velocità di rotazione della turbina dipenderà dalla portata del fluido stesso. Riducendo l'attrito dei cuscinetti e mantenendo le perdite



di carico al minimo, possiamo scrivere relazioni tra  $\omega$  e portata. Per registrare la velocità angolare della turbina poi, dobbiamo basarci sulla frequenza con cui questa ruota. Inserendo un sensore magnetico di prossimità quindi (un pick-up come quelli della chitarra elettrica), possiamo registrare una funzione sinusoidale di vicinanza di una palette, presa come punto di riferimento, al nostro sensore. Il segnale quindi che otterremo sarà quello in figura, da cui possiamo estrarre la frequenza quindi la velocità di rotazione.

Abbiamo ovviamente anche un tetto massimo di flusso in quanto, l'albero della turbina per avere attriti bassi, viene realizzato in modo finissimo e quindi ha una bassa resistenza. Questo pone dei limiti tecnici all'impiego di questo strumento che in generale vanno da:

Portate comprese tra  $0,3 \frac{l}{minuto}$  fino a  $60 \frac{l}{minuto}$

Viscosità comprese tra 0,5 e 1,5

Temperature tra  $i - 20^\circ C$  fino a  $80^\circ C$

Pressione massima fino a 10 bar per fluidi a  $T = 20^\circ C$

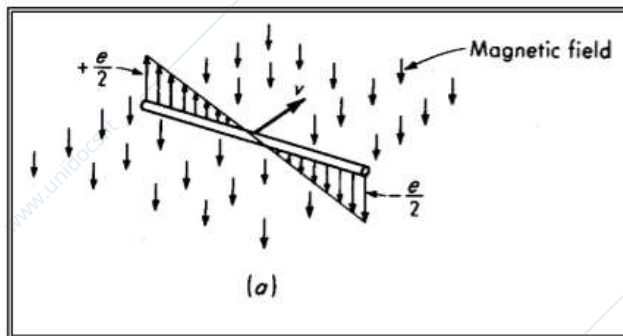
Questo misuratore, che può anche essere molto preciso, è adatto però solo ad alcuni range di misure. È infatti evidente che per riuscire a movimentare la palette, il flusso deve essere consistente e quindi se questo diminuisce troppo, allora la turbina non gira più.

Come strumento può essere realizzato di diverse forme e tipologie, con complessità variabile in funzione dell'applicazione (andiamo da oggetti in plastica estremamente semplici e con misure approssimative fino a strumenti da centinaia di euro molto precisi).

## MISURATORI ELETTROMAGNETICI

I misuratori elettromagnetici si basano sul principio fisico dell'induzione. Come sappiamo infatti, se un conduttore di lunghezza  $l$  si muove con una velocità trasversale  $v$  attraverso un campo magnetico di intensità  $B$  verranno prodotte delle forze sulle particelle cariche del conduttore che muoveranno le cariche positive e negative verso le estremità del conduttore. Se il conduttore in questione è un flusso con proprietà elettromagnetiche come l'acqua ad esempio, allora collegando le estremità ad un circuito esterno la tensione indotta produrrà un flusso di corrente che sarà tanto più intenso tanto maggiore è la portata. Il flusso di corrente attraverso il conduttore mobile, di resistenza  $R$ , genera una caduta di potenziale  $e = IR$  che possiamo equiparare con la formula:

$$e = B \cdot l \cdot v$$



→ Gradiente di potenziale attraverso il conduttore

$B$ : densità del flusso di campo  
 $l$ : lunghezza del conduttore  
 $V$ : velocità del conduttore

Se consideriamo un flusso cilindrico di un fluido conduttore, con profilo di velocità uniforme che attraversa un campo magnetico, se il liquido è un conduttore avremo uno spostamento degli ioni positivi e negativi ai lati del getto tale che si genera una differenza di potenziale:

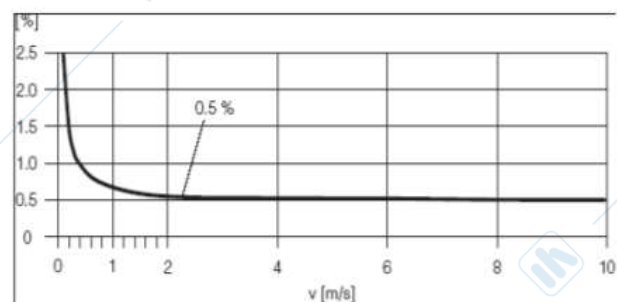
$$e = BDv$$

Come strumenti sono estremamente precisi, il problema risiede nell'applicabilità sui vari fluidi. Se volessi misurare la portata di aria ad esempio non potrei, perché questa non è ionizzata.

Sono utilizzati come strumento da più di 50 anni, consolidate a livello industriale. Comode non avendo parti in movimento e a non portando a strizioni di diametro che non aggiungano perdite. Di seguito sono riportate le caratteristiche tecniche di uno strumento di questo tipo della Yokogawa.

### Caratteristiche tecniche (Yokogawa)

Errore: 0.5% o.r  
 Portate: 0.2 - 1000 m<sup>3</sup>/h  
 Consumo: 10W  
 Uscita: 4-20 mA  
 Alimentazione: 200-240 VAC o 24 VAC/DC



### Misuratori ad ultrasuoni

Il principio operativo si basa sulla modalità di propagazione di un disturbo di pressione attraverso un fluido.

Un'onda sonora, infatti, si propaga all'interno di un fluido con una sua velocità caratteristica, funzione delle caratteristiche del fluido. Se quest'ultimo è in movimento però, allora l'onda sonora si propagherà, per la relatività galileiana, con una somma che è la velocità delle somme algebriche. I disturbi (one sonore) che andiamo a generare sono brevi treni di onde sinusoidali di circa 10 MHz.

I misuratori di flusso di questo tipo si suddividano poi in due principali categorie: **misuratori doppler e misuratori a tempo transitorio**.

I misuratori doppler non funzionano se nel fluido non sono presenti in quantità sufficienti particelle riflettenti e/o bolle. Un emettitore doppler invia un treno di onde a frequenza  $f$ , la cui ampiezza vale:

$$A = \frac{c}{f}$$

Le onde colpiscono le particelle che si muovono a velocità  $v_p$  rimbalzano agendo da sorgente in movimento. Il segnale rimbalzato verrà quindi ricaptato dal ricevitore che vede l'onda da una sorgente in movimento e quindi si ha effetto Doppler. Ovviamente affinché ciò avvenga il flusso deve muoversi a velocità inferiore a quella del suono.

La particelle che si allontanano dall'emettitore vedranno quindi una lunghezza d'onda:

$$A_p = \frac{c - v_p \cos \theta}{f_1}$$

Il ricevitore vede quindi una differenza di frequenza delle onde:

$$f_1 - f_2 = \Delta f = 2V_p f_1 \frac{\cos \theta}{c}$$

Dal quale posso ricavare in realtà la velocità dell'elemento in movimento.

I **misuratori a tempo di transito** hanno invece un funzionamento diverso. In questo caso si utilizzano due trasduttori a cristalli piezoelettrici. In un trasduttore viene data in ingresso al cristallo energia sotto forma di brevi impulsi di tensione ad alta frequenza, che mettono in vibrazione il cristallo.

Essendo quest'ultimo a contatto con il fluido, la vibrazione viene comunicata al fluido stesso e si propaga attraverso di esso. Il cristallo ricevitore è esposto a queste fluttuazioni e risponde vibrando anche esso.

Il moto di vibrazione del cristallo ricevitore produce quindi un segnale elettrico ad esso proporzionale.

Se la velocità del flusso è nulla, il tempo di risposta del diamante ricevitore sarà breve:

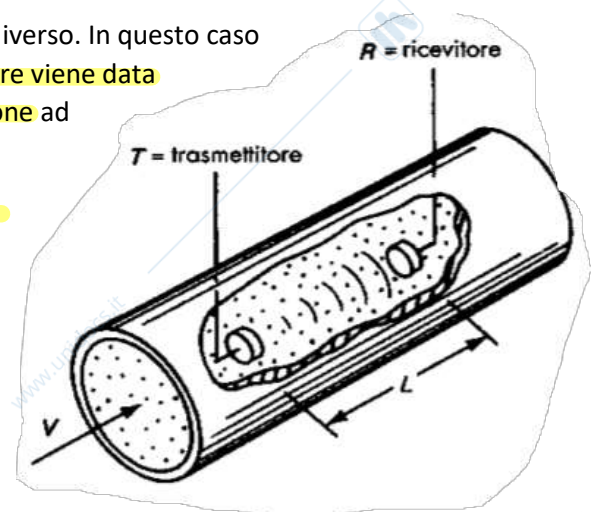
$$t_0 = \frac{L}{c}$$

ma se il fluido si muove con velocità  $V$ , il tempo di passaggio  $t$  diventa:

$$t = \frac{L}{c + V} = \frac{L}{\frac{1}{c} - \frac{V}{c^2} + \frac{V^2}{c^3} - \dots} \approx \frac{L}{c} \left( 1 - \frac{V}{c} \right)$$

Da cui, valutando quindi il tempo a flusso nullo, anche con semplici conti e misurando il tempo di risposta, possiamo ottenere una misura delle velocità tramite:

$$\Delta t = t - t_0 = \frac{LV}{c^2}$$



Dove però l'errore commesso non è trascurabile in quanto l'intervallo di tempo è molto piccolo e la velocità del suono invece è elevata al quadrato.

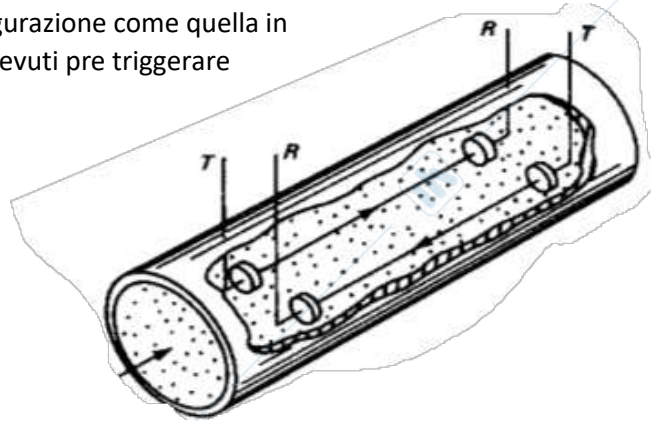
Per cercare di ridurre l'errore, si può usare una configurazione come quella in figura: un sistema oscillante che utilizza gli impulsi ricevuti per triggerare quelli trasmessi.

Ottenendo così la seguente:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2LV}{c^2 - v^2} \approx \frac{2VL}{c^2}$$

Dove:

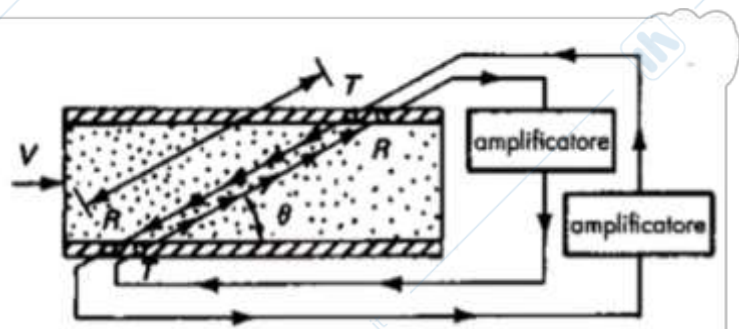
- ⇒ t1: tempo nella direz. del flusso
- ⇒ t2: tempo nella direz. Opposta
- ⇒ Δt è doppio rispetto a prima



Ora siccome la velocità del suono  $c$  varia in funzione della temperatura in ogni caso abbiamo il problema dell'errore anche in questa seconda modalità, non avendo eliminato la dipendenza da  $c$ , ma solo allargato il  $\Delta t$ . Una soluzione a questo problema la possiamo trovare però andando ad usare le frequenze al posto della velocità.

Nascono così i **sistemi vibranti autoalimentati**. In figura possiamo vedere due sistemi oscillanti autoalimentati, utilizzando gli impulsi riceventi per triggerare gli impulsi trasmessi in una configurazione con feed back.

La frequenza di ripetizione degli impulsi dall'anello di propagazione in avanti è:



$$f_1 = \frac{1}{t_1}$$

con:

$$t_1 = \frac{L}{c + v_p \cos \theta}$$

La frequenza di ripetizione degli impulsi dall'anello indietro invece vale:

$$f_2 = \frac{1}{t_2} \quad \text{con} \quad t_2 = \frac{L}{c - v \cdot \cos \theta}$$

Misurando la differenza tra le due frequenze  $f_1$  ed  $f_2$  sparisce la dipendenza da  $c$ :

$$\Delta f = f_1 - f_2 = \frac{2v_p \cos \theta}{L}$$



### Misuratore massico di portata

Come possiamo bene vedere fino ad adesso abbiamo misurato la velocità del flusso per poi risalire tramite l'equazione di continuità alla portata in massa. Come abbiamo detto nell'introduzione però esistano anche die misuratori di portata massica diretta. **Il primo che andiamo a vedere basa il proprio principio di funzionamento sulla forza di Coriolis.**

Si ricorda che la forza di Coriolis è presente ogni qualvolta abbiamo la sovrapposizione di un moto rotatorio e di una traslazione come:

$$F_c = 2 \cdot m \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})$$

Detto questo, per generare questa forza attraverso uno strumento, possiamo fare passare il flusso all'interno di una tubatura con forma a C (o altre forme variabili che vedremo meglio) e facciamo oscillare il tubo tra i 50 e gli 80 Hz tramite un sistema elettromagnetico.

Questo genererà nel flusso in traslazione nel tubo, anche una componente di velocità angolare dovuta all'oscillazione. Supponendo poi che la velocità  $V$  rimanga costante lungo tutto la percorrenza del tubo, possiamo scrivere che la componete di forza infinitesima è la seguente:

$$dF = 2 \cdot dm \cdot (V \times \omega)$$

Al momento in cui il flusso arriva sulla curva della C,  $V$  cambia di segno tra un ramo e l'altro per cui si genera una coppia torsionale d'inerzia  $dT$ :

$$dT = 2 \cdot d \cdot (2V \times \omega) dm$$

dove  $d$  è la semi-distanza dalla staffa di appoggio della rotazione del condotto.

Da cui si ottiene:

$$T = \int_0^L dT = 4\omega G d \int_0^L d\rho = 4Ld\omega G$$

Il sistema agisce quindi come una molla di rigidità  $K_s$

Per cui:

$$T = \theta \cdot K_s = 4Ld\omega G$$

$$\theta = \frac{4Ld\omega}{K_s} \cdot G$$

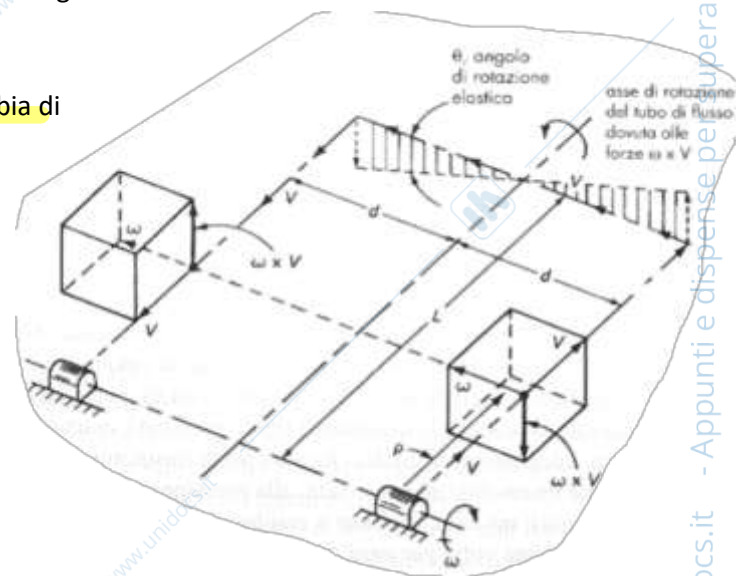
I trasduttori di spostamento generano un impulso quando la tubatura passa in corrispondenza della loro posizione, per cui attraverso la misura del  $\Delta t$  tra un impulso e un altro, abbiamo una misura lineare della portata in massa.

Per cui:

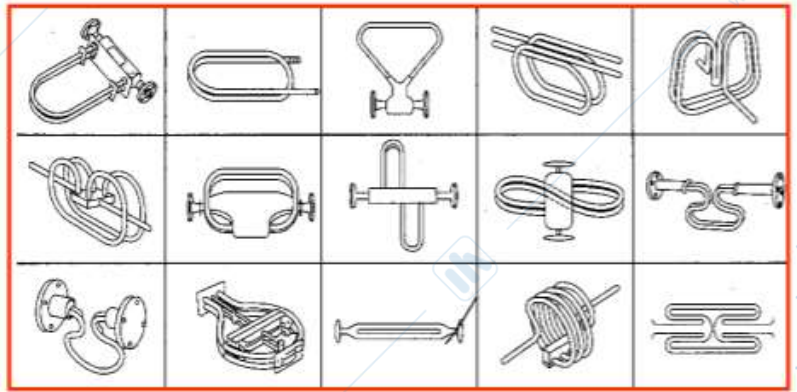
$$\theta = \frac{L\omega\Delta t}{2d}$$

Da cui combinando le due equazioni di  $\theta$  si ottiene:

$$G = \frac{k_s}{8d^2} \cdot \Delta t$$



Questi strumenti, molto precisi e costosi, hanno richiesto anni e anni di sviluppo prima di poter essere usati. Come forma e geometria sono estremamente variabili, sono privi di ostruzioni, insensibili alla viscosità, alla pressione e alla temperatura. Possono poi essere usati con qualsiasi tipologia di liquido, che questo sia puro, una miscela, una schiuma o un gas.



Bisogna chiaramente creare però le condizioni per cui la perdita di carico del sistema viene compensata. Lo strumento è poi intercambiabile in quanto, per diverse caratteristiche di fluido occorrono diverse tipologie di tubi e di conseguenza, dovremmo avere una gamma di tubi a nostra disposizione. Non è necessario però ogni volta riacquistare anche il misuratore elettronico.

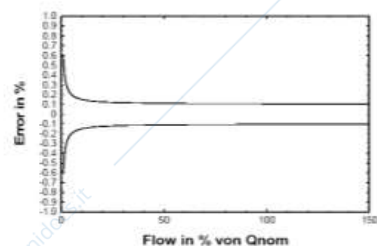
L'errore di massimo nei liquidi per questi strumenti arriva fino allo 0,1 % mentre per i fluidi 0,5 %.

Per uno strumento tipico sempre della Yokogawa il range di funzionamento è il seguente.

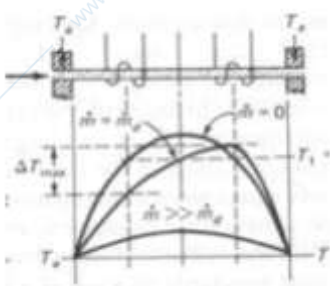
### Caratteristiche tecniche (Endress+Hauser Yokogawa)

- Range di portata: fino a 2200 t/h
- Range di temperatura: -40 to 150°C (possibilità di elettronica separata -200°C to 150°C).
- Uscita: 4-20 mA
- Alimentazione: 220 VAC

**Errore:** Liquidi: ± 0.1% o.r.  
Gas: ± 0.5 % o.r.



### Massico termico

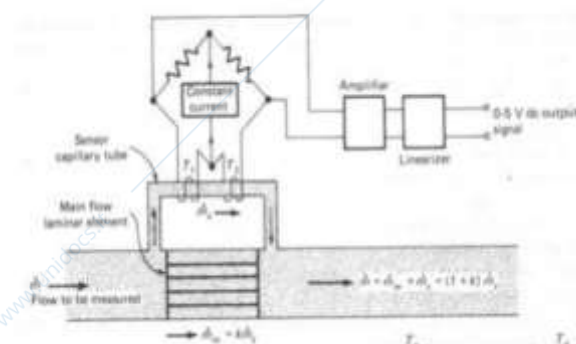


Se prendo un tubetto all'interno del quale abbiamo un fluido fermo, se inserisco all'interno del flusso una resistenza elettrica, quest'ultima cederà calore al fluido. Se questo è fermo quindi, il grafico della temperatura, sarà parabolico, crescente verso il centro con massimo nel centro esatto della resistenza, per poi calare progressivamente fino all'uscita.

Se il fluido viene messo in movimento, questo massimo viene spostato nella direzione della traslazione del flusso però e possiamo, andando a misurare la

temperatura, legare quest'ultima al flusso, in quanto è ovvio che più aumenta il flusso, più aumenta lo scambio termico più si scosta la curva.

Come possiamo vedere la misurazione avviene tramite un ponte di Wheatstone che viene collegato ad un tubo capillare che trae uno spillamento di portata dal flusso principale.



Questi strumenti sono molto precisi, anche se dobbiamo stare attenti al considerare che tutto il flusso termico che passa dalla resistenza finisce nel flusso e non verso l'esterno.

A livello di formule possiamo quindi misurare:

$$Q = m \cdot c_p \Delta T = RI^2$$

Da cui possiamo passare alla misurazione di  $m$ . Possiamo poi anche misurare piccole differenze di temperatura considerando, che grazie al ponte possiamo amplificare il segnale come ci pare.

Sono meno costosi dei Coriolis, ma peccano nel fatto comunque di avere una corrente e di dover essere alimentanti, per cui possiamo applicare per motivi di sicurezza comunque solo su alcuni flussi.