

Un **modello** è una forma della rappresentazione che vogliamo ottenere, capace di evocare forme e qualità dell'oggetto che rappresentano.

Ci sono 3 tipi di modelli: grafico, plastico, informatico.

Rispetto a ciò che rappresentano i modelli possono essere:

- _ **omologhi** quando è simile la loro struttura ma non la loro forma e la loro funzione.
- _ **analoghi** quando sono simili struttura e funzione ma non la forma.
- _ **isomorfi** quando sono simili struttura e forma, mentre la funzione può o non essere simile.

I modelli si suddividono in categorie, in base alla loro funzione:

- _ di **progettazione**: sono quei modelli che vengono utilizzati in luogo o al fianco degli schizzi preliminari del processo progettuale, per la verifica di forme e dimensioni, per i controlli di coerenza ergonomica e funzionale
- _ di **presentazione**: sono quei modelli che vengono utilizzati per mostrare il prodotto finito al committente del progetto o ad un pubblico più vasto; non sempre i modelli presentati entrano in produzione.
- _ di **illustrazione**: sono quei modelli utilizzati per mostrare parti o fenomeni altrimenti nascosti, hanno delle parti trasparenti o "tagliate"; hanno finalità prevalentemente didattiche.
- _ di **sperimentazione e ricerca**: sono quei modelli utilizzati per verificare in scala un fenomeno a scopo di ricerca, come la galleria del vento.
- _ **intuitivi**: sono quei modelli che consentono la rappresentazione di processi mentali o di fenomeni altrimenti descritti solo formalmente dalla teoria, come la nota doppia spirale del DNA.
- _ di **costruzione**: sono quei modelli che in passato venivano realizzati da ingegneri e da architetti per descrivere processi costruttivi ad uso delle maestranze che li dovevano realizzare ma che non sarebbero state in grado di interpretare i disegni.
- _ di **produzione**: costruiti per ricavarne gli stampi con cui effettuare la produzione in serie.

Modellazione digitale

- _ processo che consente di descrivere un oggetto in forma numerica in modo che possa essere rappresentato o possa essere usato per realizzare delle simulazioni.
- _ **dettagli**: la quantità in un modello può fare la differenza tra l'ottenere un'immagine noiosa e vistosamente falsa oppure un'immagine interessante e realistica. Nella simulazione, i dettagli possono fare la differenza tra ottenere risposte giuste o sbagliate. Maggiore dettaglio = maggiore realismo, ma anche più tempo per la costruzione del modello, più tempo per il calcolo e più spazio per l'archiviazione.
- _ Alcuni parametri per misurarne l'efficienza possono essere: spazio per l'archiviazione, tempo di costruzione, tempo per la visualizzazione, capacità di rappresentare il "fenomeno" desiderato, complessità intrinseca.
- _ Rappresentano oggetti che fanno parte del mondo reale.
- _ Possono essere realizzati con diversi approcci: misurandone le coordinate 3D nello spazio (3D scanning), realizzandolo in maniera diretta partendo da dei disegni (bozzetti, rilievi o tecnici) o dall'oggetto reale, ottenendolo come risultato di un calcolo di simulazione.

- _ I modelli digitali sono descritti in forma numerica
- _ Ogni punto dello spazio è descritto con una terna di numeri nello spazio cartesiano X, Y, Z
- _ I punti nello spazio possono essere collegati tra di loro con delle relazioni topologiche oppure no
- _ A seconda del legame esistente tra i diversi punti, si potrà avere una descrizione per: **punti**: Gli oggetti sono definiti da insiemi di punti non strutturati. La rappresentazione per punti è una rappresentazione approssimata della forma dell'oggetto. **Volumi**: Gli oggetti sono rappresentati suddividendo in volumi elementari lo spazio che occupano. La rappresentazione per volumi è una rappresentazione approssimata della forma dell'oggetto. **Superfici**: Gli oggetti sono definiti dalla descrizione delle loro superfici che possono essere descritte attraverso: una rete di facce poligonali piane (triangoli); una rete di pezzi (patch), ovvero di polinomi in due variabili parametriche; porzioni di elementi appartenenti alla geometria classica (piani, cilindri, coni, etc.)

La geometria può essere:

- _ **descrittiva** è la scienza che permette, attraverso determinate costruzioni geometriche, di rappresentare in modo inequivocabile su uno o più piani, oggetti bidimensionali e tridimensionali.
- _ **analitica**, chiamata anche geometria cartesiana, è lo studio della geometria attraverso il sistema di coordinate cartesiane.
- _ Le tecniche della rappresentazione digitale consentono di ottenere i risultati della geometria descrittiva attraverso gli strumenti della geometria analitica
- _ da un punto di vista matematico, l'**equazione di una curva** (o superficie) può essere espressa in tre forme diverse: esplicita, implicita, parametrica (descrive una forma a partire da punti nello spazio e dalla loro posizione reciproca, indipendentemente dalla loro posizione rispetto al sistema di riferimento adottato).

_ **polinomio**: Equazione che prevede somme e moltiplicazioni; Il grado di un polinomio è definito dal massimo grado (esponente) con cui il parametro indipendente compare nell'equazione.

La nascita della modellazione digitale interattiva

- _ Le prime soluzioni teoriche risalgono alla metà degli anni '60.
- _ Pionieri sono stati De Casteljau (Citroën), Bézier (Renault), Ferguson (Boeing) e Coons (MIT)
- _ Base teorica comune è la geometria differenziale di Gauss.
- _ Bézier mette a punto uno schema di rappresentazione delle curve (poi esteso alle superfici) basato su una formulazione parametrica polinomiale con la caratteristica di possedere una tecnica di costruzione geometrica e non analitica. Fattori influenzanti questo sviluppo sono stati: che l'utente potesse vedere e prevedere la forma risultante; la forma doveva poter essere modificata interattivamente mantenendo inalterati i criteri di definizione.

La curva di Bézier

- _ La **curva cubica** di Bézier è definita da una poligonale con quattro vertici.
 - _ Il primo e l'ultimo vertice della poligonale vengono interpolati dalla curva; il secondo e il terzo vertice della poligonale vengono approssimati dalla curva
 - _ Il segmento che collega i primi due vertici della poligonale è tangente alla curva nel primo punto e il segmento che collega gli ultimi due vertici della poligonale è tangente alla curva nell'ultimo punto.
 - _ I vertici della poligonale sono chiamati poli di controllo. La poligonale è chiamata poligono di controllo.
 - _ Il grado del polinomio è uno meno del numero dei poli di controllo; è la potenza più alta dell'equazione.
 - _ I segmenti (span) sono le sezioni di una curva separate dai nodi.
 - _ La curva ha un andamento che segue la forma del poligono di controllo
 - _ Gli estremi della curva coincidono con gli estremi del poligono di controllo
 - _ La curva è interamente compresa all'interno della poligonale chiusa definita dai poli di controllo.
 - _ Controllo globale sulla curva, ovvero ogni polo di controllo influenza tutta la curva
 - _ Il *numero dei poli di controllo* è collegato al grado della curva. numero poli=grado+1
 - _ Parametrizzazione uniforme. Il parametro u varia fra 0 e 1 a prescindere dalla dimensione della curva
 - _ Gestione approssimata delle curve coniche. La curva di Bézier non è in grado di descrivere in maniera analiticamente precisa le curve coniche, potendole solo approssimare
 - _ Una curva di Bézier in forma razionale consente di gestire anche le coniche
 - _ Le *blending function* nella curva di Bézier Sono funzioni in u il cui valore determina l'effetto dei poli di controllo sui punti della curva e sono tante quanti i poli di controllo della curva.
 - _ Per ogni punto u , la somma del valore dell'influenza esercitata da ogni polo di controllo sui punti della curva è sempre 1
 - _ In $u=0$ e $u=1$, la curva interpola gli estremi del poligono di controllo perché l'influenza degli altri poli di controllo è nulla.
 - _ **basis spline**, è in grado di esercitare un controllo locale sulla forma della curva.
 - _ B-Spline è una curva che può essere pensata come una sequenza di curve di Bézier concatenate fra di loro in continuità di curvatura.
 - _ le **nurbs** sono curve a controllo locale
 - _ Nelle NURBS il grado del polinomio della curva non è collegato solo al numero di poli di controllo ma anche al numero dei segmenti della curva; in questo modo è possibile aumentare il numero di poli senza alzare il grado del polinomio
 - _ numero poli = grado+numero span
 - _ La parametrizzazione non uniforme consente di disporre i poli di controllo in maniera più intuitiva e di avere dei segmenti di curva di lunghezza nulla per inserire delle discontinuità
 - _ Le NURBS possono rappresentare le curve coniche in maniera esatta
- Le superfici
- _ Una curva, che si muove lungo un percorso definito da un'altra curva, mentre esegue questo percorso genera una superficie
 - _ Una superficie è un'estensione della curva in un secondo spazio parametrico
 - _ **Superfici di Bézier**: la superficie approssima i suoi poli di controllo, ma interpola quelli ai vertici
 - _ le quattro curve di bordo sono tangenti negli estremi alle quattro poligonali di bordo della mesh di controllo della superficie
 - _ La superficie è completamente contenuta nel poliedro convesso definito dalla sua mesh di controllo
 - _ La forma di una superficie non cambia al variare della posizione nello spazio della sua mesh di controllo
 - _ La forma della mesh di controllo approssima la forma della superficie
 - _ Una superficie i cui poli di controllo sono complanari è una superficie piana
 - _ k, l sono il grado delle B-spline in direzione u, v .
 - _ n, m sono il numero dei poli di controllo meno uno, nelle direzioni u e v
 - _ w_i, j è il peso di ogni polo di controllo
 - _ $P_{i,j}$ è la matrice dei poli di controllo
 - _ B sono le *blending function*
 - _ Le **superfici nurbs** differiscono da quelle di Bézier per: sono in grado di rappresentare superfici a sezione conica (le superfici di Bézier le possono solo approssimare); consentono un controllo locale della forma (le superfici di Bézier

hanno un controllo globale, per cui lo spostamento di un polo di controllo altera la forma di tutta la superficie); consentono la gestione di forme complesse anche con polinomi di grado basso (le superfici di Bézier hanno il numero di poli di controllo direttamente collegato al grado delle curve di bordo); esiste il rischio potenziale di generare superfici con un numero elevato di poli di controllo.

Modellazione per superfici

- _ Un modello per superfici è costituito da un insieme di singole superfici (patch)
- _ Le singole superfici che compongono il modello sono assemblate dall'utente per ottenere la forma desiderata
- _ Il modello digitale non contiene quindi relazioni topologiche, ma solo geometria esplicita
- _ La transizione tra due superfici contigue deve essere gestita accuratamente per dare l'impressione di continuità.
- _ **caratteristiche forma:** linee caratterizzanti, piani simmetria, similarità, discontinuità.
- _ **Modellazione gerarchica:** processo top-down, dal generale al particolare, quindi i dettagli vengono aggiunti solo dopo che è stata definita la forma generale. Si organizzano le superfici secondo una suddivisione semantica: superfici principali, superfici secondarie, superfici di raccordo.
- _ **Modellazione olistica:** Tutte le parti hanno uguale priorità, quindi non esiste un ordine con cui realizzare le superfici; Le superfici vengono generate definendo le quattro curve di bordo, oppure vengono create direttamente senza prima costruire le curve. Modifiche alle forme si ottengono principalmente modificando direttamente i poli di controllo delle superfici; Piccole modifiche geometriche provocano piccole modifiche formali; La modellazione olistica solitamente funziona meglio per ricostruire un oggetto esistente di cui siano disponibili le sezioni di riferimento.
- _ **Modellazione parametrica:** Si creano le curve e dalle curve si generano le superfici. Modifiche alle forme si ottengono principalmente modificando le curve generatrici; Piccole modifiche alle curve generatrici possono provocare grandi modifiche formali.
- _ **Modellazione diretta:** Le superfici vengono create direttamente, come superfici primitive. Modifiche alla forma originaria si ottengono modificando direttamente i poli di controllo delle superfici; piccole modifiche alla posizione dei poli di controllo possono provocare anche piccole modifiche formali.
- _ **Costruzione di superfici a partire dalle curve:** Scorrimento lungo una direzione; Rivoluzione intorno ad un asse; Curve consecutive; Generazione di un percorso chiuso; Scorrimento di una curva lungo un percorso; Scorrimento lungo più percorsi.
- _ **Superfici di raccordo:** (collegamento); Si crea una transizione fra due superfici contigue che si incontrano generando uno spigolo
- _ Una superficie di raccordo estetico può avere una valenza estetica rispetto alla forma complessiva dell'oggetto
- _ Il raccordo non deve necessariamente essere sempre inteso nella sua accezione "meccanica" in cui la sezione è costituita dal un arco di circonferenza

Curvatura e continuità

Diagramma di curvatura di una curva: Aiuta a leggere l'andamento di una curva; I segmenti campionati sui punti della curva sono di lunghezza proporzionale e perpendicolari alla curvatura, inoltre sono orientati coerentemente alla posizione del centro di curvatura nel punto campionato.

- _ La curvatura è un indice di qualità della curva e Variazioni repentine indicano un andamento irregolare.
- _ Un'inversione dell'orientamento dei campionamenti indica la presenza di un flesso.
- _ **continuità G0:** si ha quando Due curve adiacenti che hanno due estremi coincidenti
- _ **continuità G1:** si ha quando Due curve adiacenti e in continuità di posizione che hanno i vettori tangenti nei due estremi coincidenti che giacciono sulla stessa retta; Se i vettori tangenti hanno anche lo stesso modulo, le due curve si dicono essere in continuità parametrica; La continuità parametrica implica quella geometrica, ma non il viceversa
- _ **continuità G2:** si ha quando Due curve adiacenti e in continuità di tangenza che hanno uguale il raggio di curvatura nei due estremi coincidenti
- _ **continuità di livello superiore:** Diventa sempre meno percepibile la transizione fra le due curve
- _ **curvatura di una superficie:** Esistono due direzioni principali e uniche per cui la curvatura assume un valore massimo ed un valore minimo; Le due direzioni sono fra loro perpendicolari.
- _ **Continuità tra superfici: di posizione** quando due superfici adiacenti hanno un bordo in comune. si considera soddisfatta se la distanza fra i due estremi è inferiore ad un valore soglia >0
- _ **Continuità tra superfici: di tangenza** quando due superfici adiacenti e in continuità di posizione, hanno tutte le coppie di piani tangenti alle superfici, lungo il bordo comune, giacenti nello stesso piano. si considera soddisfatta se l'angolo fra le normali negli estremi è inferiore ad un valore soglia >0
- _ **Continuità tra superfici: di curvatura** quando due superfici, adiacenti e in continuità di tangenza, hanno uguali i raggi di curvatura campionati lungo il bordo delle due superfici. numero puro che esprime la differenza come percentuale dei raggi di curvatura negli estremi
- _ Il livello di continuità delle superfici di raccordo deve essere almeno G1
- _ La **tolleranza** è la divergenza dal valore teorico che definisce il livello di continuità.