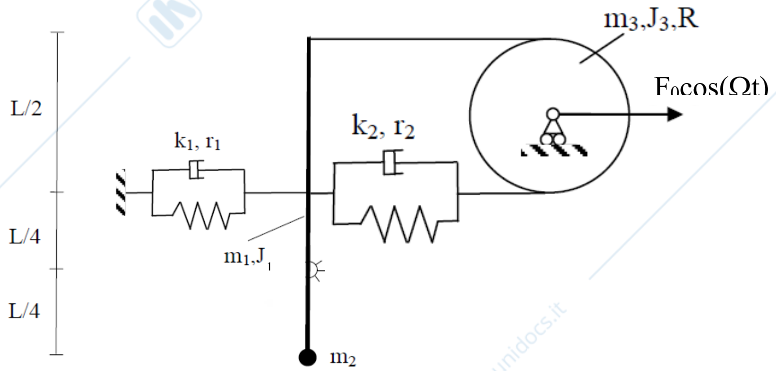
Modellistica dei sistemi meccanici
Prova scritta AA 2018/2019 11 Giugno 2019

MATR.

COGNOME__________________NOME___________

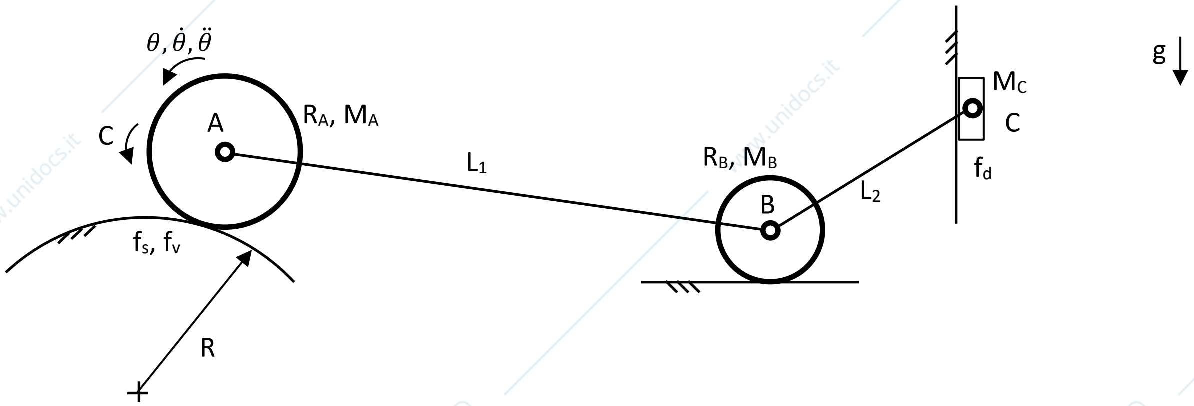
Esercizio 1



Il sistema in figura si trova nel piano verticale ed è rappresentato nella sua posizione di equilibrio. Una forza orizzontale $F(t)=F_0\cos(\Omega t)$ è applicata al centro del disco. Si richiede di:

1. scrivere le equazioni di moto direttamente linearizzate valide per le piccole oscillazioni nell'intorno della posizione di equilibrio statico rappresentata in figura;
2. indicare la procedura per il calcolo delle frequenze proprie e dei corrispondenti modi di vibrare del sistema libero non smorzato;
3. indicare la procedura per il calcolo della risposta del sistema alla forza esterna applicata F(t)= .

Esercizio 2



Il sistema in figura, posto in un piano verticale, è composto da un disco (raggio R_A e massa M_A) che rotola senza strisciare su una guida curvilinea collegato, tramite un'asta priva di massa (lunghezza L_1), a un secondo disco (raggio R_B e massa M_B), che rotola senza strisciare su un piano orizzontale, a sua volta collegato tramite un'altra asta priva di massa (lunghezza L_2) ad un corsoio di massa M_C che striscia su una guida verticale. Il contatto tra il disco di centro A e la guida è caratterizzato da un coefficiente di attrito statico f_s e di resistenza al rotolamento f_v mentre il contatto corsoio-guida da un coefficiente di attrito dinamico f_d.
Note la velocità angolare e l'accelerazione angolare disco di centro A:

1. determinare velocità e accelerazione del centro del disco A e del corsoio C;
2. determinare la coppia C da applicare al primo disco per garantire il moto assegnato;
3. verificare l'ipotesi di aderenza del disco di centro A.

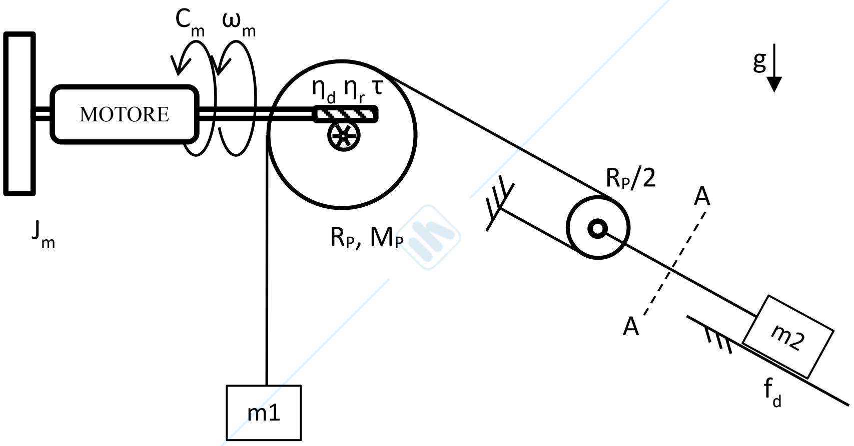
Si considerino note la geometria e la posizione iniziale del sistema.

Esercizio 3

Il sistema MTU in figura è posto in un piano verticale ed è composto da una puleggia di raggio R_P e massa M_P collegata al motore mediante una trasmissione di rendimento η_d in moto diretto, η_r in moto retrogrado e rapporto di trasmissione τ. Sulla puleggia si avvolge una fune inestensibile che porta ad un estremo una massa m1 mentre all'altro estremo si avvolge intorno ad un disco di raggio $R_P/2$ (considerato privo di massa). Collegata al centro del disco di raggio $R_P/2$ vi è una massa m2 che striscia su un piano inclinato di un angolo $\pi/6$ con coefficiente di attrito dinamico $f_d=0.3$.
Considerando il moto con massa m2 in salita, si richiede di:

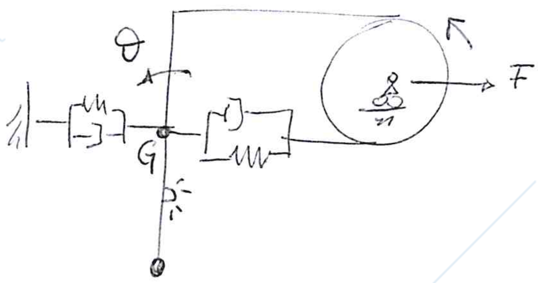
1. determinare la coppia a regime e stabilirne il segno;
2. annullando istantaneamente la coppia motrice, a partire dalla condizione di regime (punto 1), determinare l'accelerazione angolare del motore;
3. nella condizione di moto 2, calcolare il tiro nella fune nella sezione A-A.

Si discuta la condizione di moto diretto o retrogrado nei punti 1 e 2, considerando la seguente relazione tra le masse: m1=m2/2.



ESE 1

GDL $\boxed{\vartheta, \alpha}$



	$\dot{\vartheta}$	$\dot{\alpha}$
V_1	$-L/4$	0
W_1	1	0
V_2	$L/4$	0
V_3	$-\frac{3}{4}L$	R
W_3	0	1

	ϑ	α
Δl_1	$-L/4$	0
Δl_2	$-L/2$	$2R$

	$\delta\vartheta$	$\delta\alpha$
δx_F	$-\frac{3}{4}L$	R

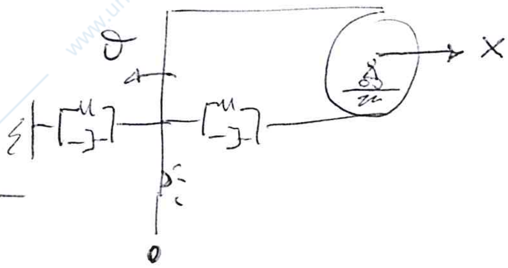
$$h_{G1} = \frac{L}{4}\cos\vartheta \qquad \left.\frac{\partial^2 h_{G1}}{\partial\vartheta^2}\right|_0 = -L/4$$

$$h_{G2} = -\frac{L}{4}\cos\vartheta \qquad \left.\frac{\partial^2 h_{G2}}{\partial\vartheta^2}\right|_0 = L/4$$

$$[H] = \begin{bmatrix} (-m_1+m_2)g\,L/4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta^* L = \underline{F}^T \left[-\tfrac{3}{4}L \quad R\right]\delta\underline{q} = \underbrace{\left[-\frac{F_0\,3L}{4} \quad F_0 R\right]}_{\underline{Q}^T} \cdot \delta\underline{q}$$

GDL $\boxed{\vartheta, x}$



	$\dot{\vartheta}$	$\dot{x}$
V_1	$-L/4$	0
W_1	1	0
V_2	$L/4$	0
V_3	0	1
W_3	$\frac{3}{4}\frac{L}{R}$	$\frac{1}{R}$

	ϑ	x
Δl_1	$-L/4$	0
Δl_2	L	2

	$\delta\vartheta$	δx
δx_F	0	1

h_{G1} e h_{G2} $\rightarrow$ come caso precedente

$$[H] = \begin{bmatrix} (-m_1+m_2)g\,L/4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{Q} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}$$

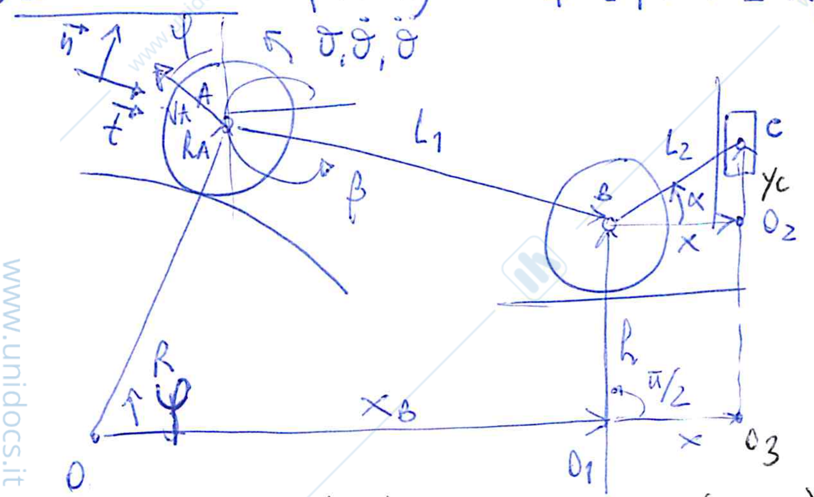
ESE 2

1)

I CHIUSURA

$$(R+R_A)e^{i\varphi} + L_1 e^{i\beta} = x_B e^{i0} + h e^{i\pi/2} \Rightarrow \dot\beta, \dot x_B \Rightarrow \ddot\beta, \ddot x_B$$

$\vartheta, \dot\vartheta, \ddot\vartheta$



$$\vec{V_A} = R_A \dot\vartheta \vec{t}$$

$$\vec{a_A} = -R_A \ddot\vartheta \vec{t} + \underbrace{\frac{(R_A\dot\vartheta)^2}{(R+R_A)}}_{a_{An}} \vec{n}$$

$$R_A\dot\vartheta = (R+R_A)\dot\varphi$$

$$(\varphi - 0) + (O_3 - O_1) = x_B + x = cost. = (O_3 - O_1)$$

$$\dot x_B = -\dot x$$

$$\dot\varphi = \frac{R_A\dot\vartheta}{(R+R_A)} \qquad \ddot\varphi = \frac{R_A\ddot\vartheta}{(R+R_A)}$$

II CHIUSURA

$$L_2 e^{i\alpha} = +x e^{i0} + y_c e^{i\pi/2}$$

$\dot x$ NOTO $\dot x = -\dot x_B$

$\Rightarrow \dot\alpha, \dot y_c$

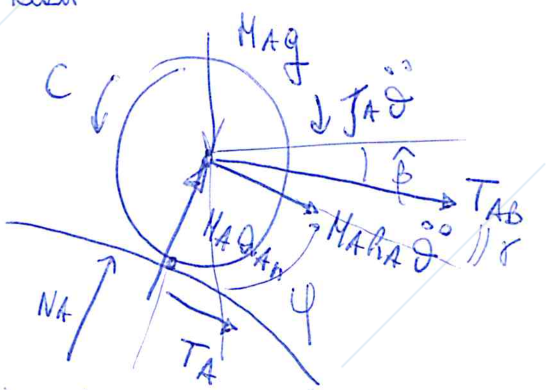
$\ddot x, \ddot y_c$

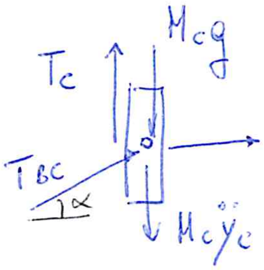
$$\boxed{\vec{V_c} = \dot y_c \vec{j} \qquad \vec{a_c} = \ddot y_c \vec{j}}$$

2) $E_c = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}M_A R_A^2\right)\dot\vartheta^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}M_B \cancel{R_B^2}\right)\frac{\dot x^2}{\cancel{R_B^2}} + \frac{1}{2}M_c \dot y_c^2$

$$\sum_{ATT} W = -M_A g R_A\dot\vartheta\cos\varphi - M_c g \dot y_c + C\dot\vartheta$$

$$\sum_{Resist} W = -N_A f_v R_A \dot\vartheta - |T_c|\cdot|\dot y_c|$$





1) $|T_c| = f_d |N_c|$

2) $N_c + T_{BC}\cos\alpha = 0$

3) $T_c - M_c g - M_c\ddot y_c + T_{BC}\sin\alpha = 0$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi - \hat\beta$$

(disco A)

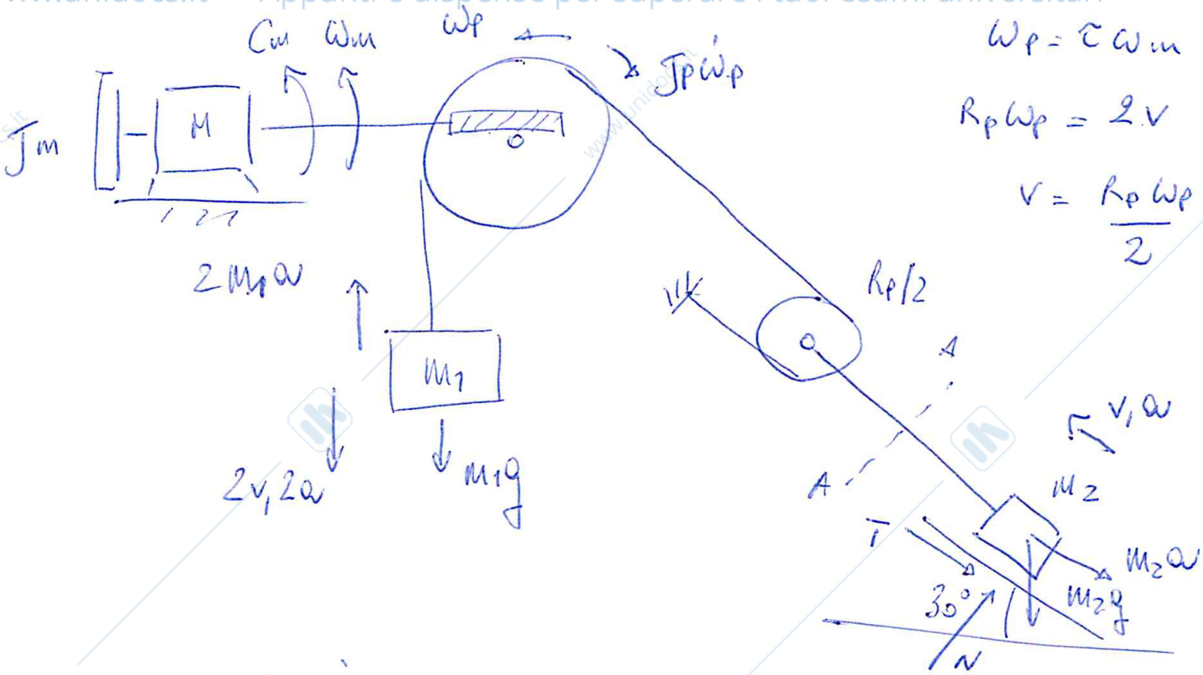
$R_x = 0 \qquad N_A\cos\varphi + T_A\sin\varphi + M_A a_{An}\cos\varphi + M_A R_A\ddot\vartheta\sin\varphi + T_{AB}\cos\hat\beta = 0$

$\vec{R_y}^{(disco A)} = 0 \qquad N_A\sin\varphi - T_A\cos\varphi + M_A a_{An}\sin\varphi - M_A R_A\ddot\vartheta\cos\varphi - M_A g + T_{AA}\sin\hat\beta = 0$

$$\boxed{|T_A| \le f_s |N_A|}$$

$\vec{M_A}^{(disco A)} = 0 \qquad -N_A u + T_A R + C - J_A\ddot\vartheta = 0$

ESE 3



$\omega_p = \tau \omega_m$

$R_p \omega_p = 2v$

$v = \dfrac{R_p \omega_p}{2}$

$$W_1 = C_m \omega_m - J_m \dot{\omega}_m \omega_m$$

$$W_2 = \underbrace{\left[2m_1 - m_2(\sin\alpha + f_d \cos\alpha)\right]}_{m^*} g \overbrace{\frac{R_p \tau}{2}\omega_m}^{v}$$

$$- \underbrace{\left[4m_1 + m_2 + \frac{4J_p}{R_p^2}\right]\frac{R_p^2 \tau^2}{4}}_{J_R^*} \dot{\omega}_m \omega_m$$

$N = m_2 g \cos\alpha$

$T = f_d m_2 g \cos\alpha$

1] REGIME :

$m^* > 0 \Rightarrow W_2 > 0$ MOTO RETROGRADO

$$C_{m1} = -\eta_R m^* g \frac{R_p \tau}{2} = -\eta_R \left[m_1 - \frac{m_2}{2}(\sin\alpha + f_d\cos\alpha)\right] g R_p \tau \omega_m$$

$$C_{m1} = -\eta_R \frac{m_2}{2}\left[1 - \sin\alpha - f_d\cos\alpha\right] g R_p \tau \omega_m < 0$$

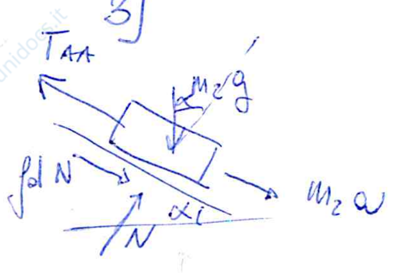
2] Annullo coppia frenante $\Rightarrow \dot{\omega}_m > 0$

$W_1 = -J_m \dot{\omega}_m \omega_m < 0 \Rightarrow$ RETROGRADO

$$\dot{\omega}_m = \frac{\eta_R m^* g \dfrac{R_p \tau}{2}}{J_m + \eta_R J_R^*} = \frac{\eta_R\left[m_1 - \dfrac{m_2}{2}(\sin\alpha + f_d\cos\alpha)\right] R_p \tau}{J_m + \eta_R\left[m_1 + \dfrac{m_2}{4} + \dfrac{J_p}{R_p^2}\right] R_p^2 \tau^2}$$

3]

3]



$$T_{AA} = m_2 a + m_2 g \sin\alpha + f_d m_2 g \cos\alpha$$