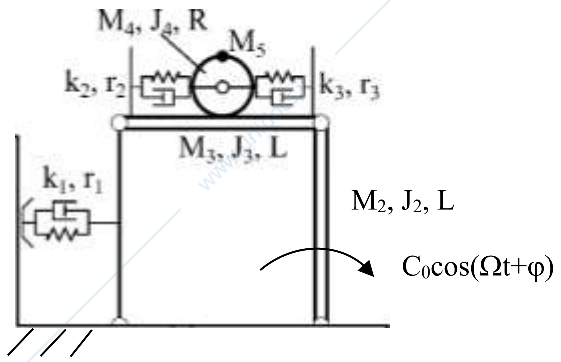
Modellistica dei sistemi meccanici **TEMA A** **MATR.**
Prova scritta AA 2016/2017 **14 luglio 2017**
COGNOME__________________NOME___________

Esercizio 1

Facendo riferimento al sistema meccanico rappresentato in figura nella sua posizione di equilibrio statico si richiede di:

1. scrivere le equazioni di moto linearizzate del sistema valide per le piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio;
2. indicare, solo simbolicamente, la procedura per il calcolo di frequenze proprie e modi di vibrare del sistema libero non smorzato;
3. calcolare, solo simbolicamente, la risposta a regime del sistema alla forzante $C(t) = C_0 \cos(\Omega t + \varphi)$.



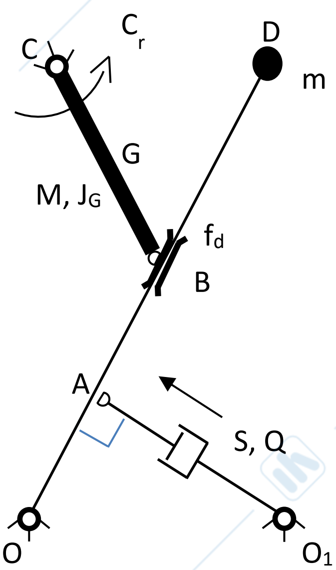
Esercizio 2

Il sistema meccanico illustrato in figura giace in un piano verticale. Un attuatore, di portata volumetrica Q e area del pistone S, considerato privo di massa, aziona l'asta OD che, ad un estremo, è incernierata a terra, mentre all'altro estremo porta una massa concentrata m.

L'asta OD è inoltre collegata, mediante un manicotto rotante (coefficiente di attrito dinamico f_d), ad una manovella di massa M e momento d'inerzia J_G, incernierata a terra all'estremo C. Sulla manovella agisce una coppia resistente C_r nota. Nell'istante considerato, l'angolo tra l'attuatore e l'asta OD è pari a 90°.

Si chiede di:

1) determinare velocità e accelerazione angolare dell'asta OD;
2) determinare velocità e accelerazione del baricentro G della manovella CB;
3) calcolare la pressione p dell'attuatore necessaria a garantire le condizioni di moto assegnate;
4) determinare le reazioni vincolari nella cerniera O.



Esercizio 3

Il sistema rappresentato in figura, posto nel piano verticale, è costituito da un motore di momento d'inerzia J_m collegato ad una trasmissione avente rapporto di trasmissione τ e rendimento η_d per moto diretto e η_r per retrogrado. Il sistema solleva una slitta di massa M_S (baricentro G) che scorre lungo un piano inclinato di angolo α=30°. La slitta poggia in P su una coppia di dischi saldati tra loro di raggio rispettivamente R e 2R, incernierati a terra al centro. Nell'ipotesi di rotolamento senza strisciamento tra disco e slitta (coefficiente d'attrito statico f_s), si considerino le perdite associate alla resistenza a rotolamento, con coefficiente d'attrito volvente pari a f_v. Al disco di raggio R è appesa una massa concentrata M_A mediante una fune inestensibile. Sulla slitta è appoggiato un carico di massa M_C, il cui baricentro risulta allineato con il carrello (coefficiente di attrito statico f_s).

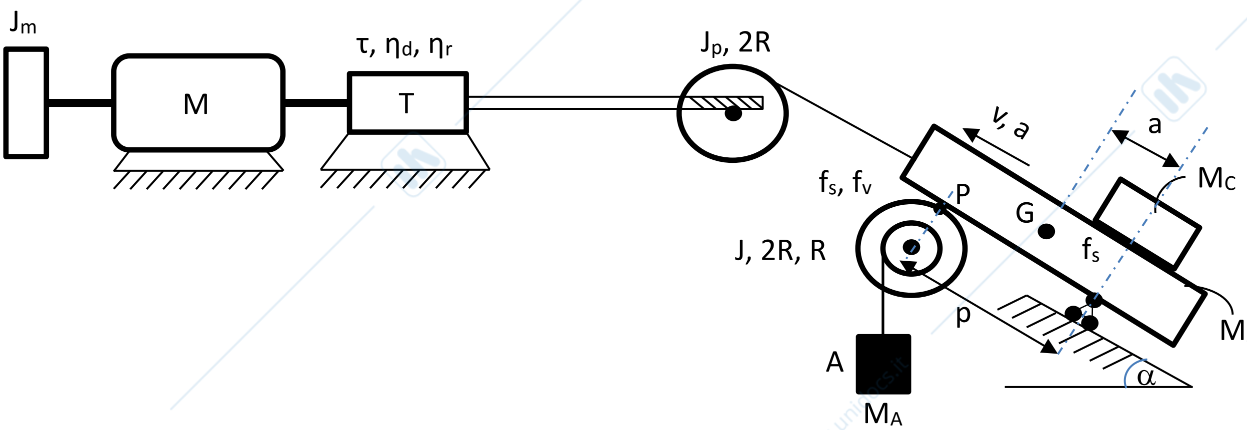
Si supponga completamente nota la geometria del sistema e **si trascuri lo spessore della slitta e del carico**.

Per moto in salita della slitta **con il carico M_C**, si chiede di:

1. calcolare la coppia motrice a regime e discuterne il segno;
2. calcolare l'accelerazione allo spunto data la coppia applicata $C_{m,s}$;
3. indicare la procedura per il calcolo della coppia motrice massima $C_{m,\,max}$ per la quale si raggiunge il limite di slittamento tra slitta e disco.

Per moto in salita della slitta **senza il carico M_C**, si chiede di:

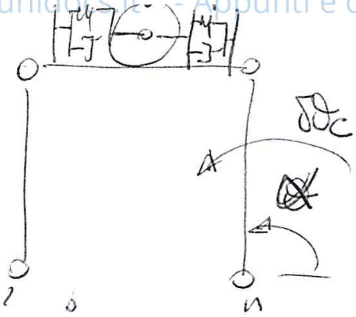
4. calcolare la coppia motrice a regime;
5. partendo dalla condizione di regime, calcolare l'accelerazione nel transitorio che si genera al distacco improvviso del carico M_A e valutarne il segno (con la coppia motrice che resta uguale a quella calcolata al punto 4).



Per ogni punto si valuti il tipo di moto considerando le seguenti relazioni:

- M_S=M/2
- M_C=2M
- M_A=M
- a=p/2
- fv=.1

ES 1



$$\begin{array}{c|c|c} & \dot\alpha & \dot\vartheta \\ \hline V_2 & -L/2 & 0 \\ \omega_2 & 1 & 0 \\ V_3 & -L & 0 \\ \omega_3 & 0 & 0 \\ V_4 & -L & -R \\ \omega_4 & 0 & 1 \\ V_5 & -L & -2R \end{array} = [\Lambda_m]$$

$$\begin{array}{c|c|c} & \alpha & \vartheta \\ \hline \Delta l_1 & -L/2 & 0 \\ \Delta l_2 & 0 & -R \\ \Delta l_3 & 0 & R \end{array} = [\Lambda_K] = [\Lambda_R]$$

$$\begin{array}{c|c|c} & \delta\alpha & \delta\vartheta \\ \hline \delta\vartheta_c & 1 & 0 \end{array}$$

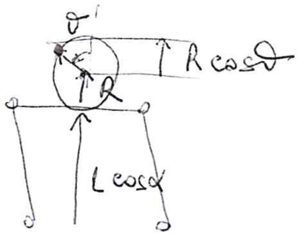
$$\delta^* L = -C \cdot \delta\vartheta_c$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 L^2/4 & 0 \\ 0 & (K_2+K_3)R^2 \end{bmatrix}$$

$$h_2 = L/2 \cos\alpha$$

$$h_3 = L\cos\alpha$$

$$h_4 = L\cos\alpha + R$$



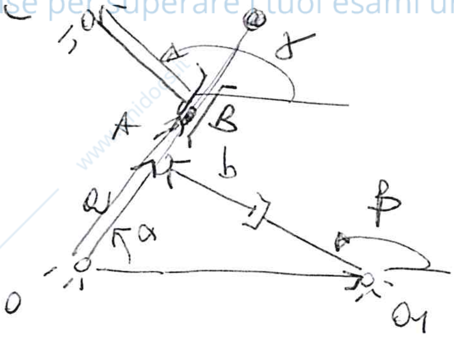
$$\underline{F}_0 = \begin{bmatrix} -C \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$h_5 = L\cos\alpha + R + R\cos\vartheta$$

$$[H] = \begin{bmatrix} -m_2 L/2\, g - (m_3+m_4+m_5)Lg & 0 \\ 0 & -m_5 R g \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_2 L^2/4 + J_2 + m_3 L^2 + m_4 L^2 + m_5 L^2 & + m_4 LR + m_5 2LR \\ m_4 LR + m_5 2LR & m_4 R^2 + J_4 + 4 m_5 R^2 \end{bmatrix}$$

ESE 2



$Q = v \cdot S \Rightarrow v = Q/S = \overset{\circ}{\overline{AO_1}}$

1° chiusura

$(A-O) = (O_1-O) + (A-O_1)$

$a e^{i\alpha} = \overline{OO_1} + b e^{i\beta}$

$$\begin{cases} -a\dot\alpha \sin\alpha = \dot b \cos\beta - b\dot\beta \sin\beta \\ a\dot\alpha\cos\alpha = \dot b \sin\beta + b\dot\beta\cos\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \dot b = v \\ \dot\alpha, \dot\beta \end{matrix}$$

$$\{ \dots \Rightarrow \ddot\alpha, \ddot\beta \qquad \boxed{1} \quad \vec\omega_{OA} = \dot\alpha \vec k$$

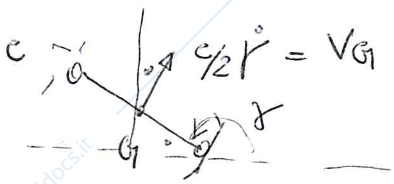
$$\dot{\vec\omega}_{OA} = \ddot\alpha \vec k$$

2° chiusura $\quad (B-O) + (C-B) = (C-O)$

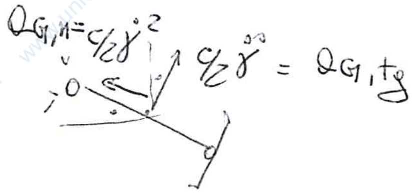
$d e^{i\alpha} + c e^{i\gamma} = CO$

$$\begin{cases} -d\dot\alpha \sin\alpha - c\dot\gamma \sin\gamma + \dot d \cos\cancel{\gamma} = 0 \\ d\dot\alpha\cos\alpha + c\dot\gamma\cos\gamma + \dot d \sin\cancel{\gamma} = 0 \end{cases} \Rightarrow \dot d, \dot\gamma$$

$$\{ \dots \Rightarrow \ddot c, \ddot\gamma$$



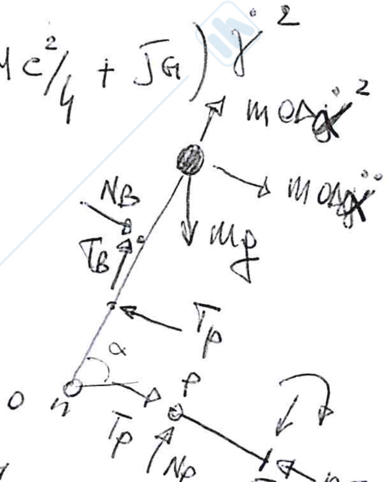
$\boxed{2}$ $\vec V_G = \begin{cases} c/2\,\dot\gamma \sin(\pi-\gamma) = V_{Gx} \\ c/2\,\dot\gamma\cos(\pi-\gamma) = V_{Gy} \end{cases}$



$$\vec a_G = \begin{cases} c/2\,\ddot\gamma \sin(\pi-\gamma) - c/2\,\dot\gamma^2\cos(\pi-\gamma) \\ c/2\,\ddot\gamma\cos(\pi-\gamma) + c/2\,\dot\gamma^2 \sin(\pi-\gamma) \end{cases}$$

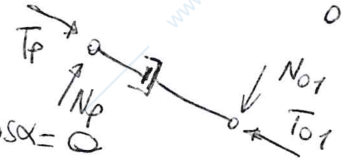
$\boxed{3}$ TH. EN. CINETICA

$$E_c = \frac{1}{2} m V_D^2 + \frac{1}{2} M V_G^2 + \frac{1}{2} J_G \dot\gamma^2 = \frac{1}{2}(m\,OD^2)\dot\alpha^2 + \frac{1}{2}\left(Mc^2/4 + J_G\right)\dot\gamma^2$$



$$\frac{dE_c}{dt} = m\,OD^2\dot\alpha\ddot\alpha + \left(Mc^2/4 + J_G\right)\dot\gamma\ddot\gamma$$

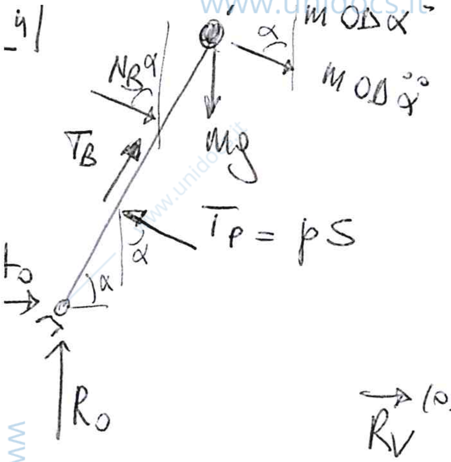
$$\Sigma W = p S v + C_r\dot\gamma - T_B \cdot |\dot d| - mg V_{Dy} - Mg V_{Gy} \qquad T_B = f_d N_B$$



$\vec R^{(PISTONE)} = 0 \quad T_p = pS$

$N_{O1} = N_p = 0$

$\vec M_O^{(OD)} = 0 \quad pSa - N_B d - m\,OD^2\ddot\alpha - mg\,OD\cos\alpha = 0 \Rightarrow N_B$



$$\vec{R}_H^{(OD)} = 0$$

$$H_o - T_P \sin\alpha + T_B \cos\alpha + N_B \sin\alpha +$$
$$+ m\,OD\,\ddot\alpha \sin\alpha + m\,OD\,\dot\alpha^2 \cos\alpha = 0$$
$$\Rightarrow H_o$$

$$\vec{R}_V^{(OD)} = 0$$

$$R_o + T_P \cos\alpha + T_B \sin\alpha - N_B \cos\alpha - mg - m\,OD\,\ddot\alpha \cos\alpha +$$
$$+ m\,OD\,\dot\alpha^2 \sin\alpha = 0$$

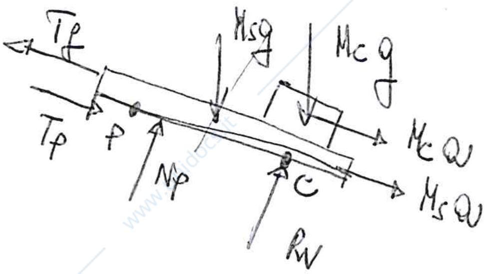
ES 5

$$W_1 = C_m \omega_m - J_m \dot{\omega}_m \omega_m = \frac{C_m V}{2R\tau} - J_m/_{4R^2\tau^2}\, a V$$

$$W_2 = M_A g \frac{V}{2} - (M_s g + M_c g) V \sin\alpha - N_p f_v 2R \frac{V}{\cancel{2R}} +$$

$$- \underbrace{\left(M_A/_4 + M_s + M_c + J/_{4R^2} + J_p/_{4R^2} \right)}_{M^*} a V$$

CALCOLO N_p



$$\vec{M}_C^{(slitta)} = 0$$

$$- N_p (p - u) + M_s g\, a \cos\alpha = 0$$

$$N_p = \frac{M_s g\, a \cos\alpha}{p - f_v 2R}$$

1 REGIME $\quad W_2 = \left(M_A/_2 g - (M_s + M_c) g \sin\alpha - f_v \frac{M_s g\, a \cos\alpha}{p - f_v 2R} \right) V$

$$\left(M/_2 - 5/_2\, M/_2 - \dots \right) < 0 \Rightarrow \text{MOTO DIRETTO}$$

$C_{m,0}$: $\eta_d W_1 + W_2 = 0$

$$C_{m,0} = \frac{2R\tau}{\eta_d} \left(-M_A g/_2 + (M_s + M_c) g \sin\alpha + \frac{M_s g\, a \cos\alpha}{p - f_v 2R} f_v \right) > 0$$

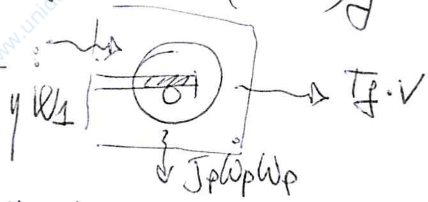
2 SPUNTO : $W_2 < 0 \quad aV > 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO

$$a_s = \frac{\frac{\eta C_{m,s}}{2R\tau} + M_A g/_2 - (M_s + M_c) g \sin\alpha - \frac{M_s g \cos\alpha f_v}{p - f_v 2R}}{M^* + \eta_d J_m/_{4R^2\tau^2}} > 0 \qquad (4)$$

3 LIMITE $\quad T_p = f_s N_p \quad (1) \Rightarrow a_{LIM}$

$$\vec{R}_{//\alpha}^{(slitta)} = 0 \qquad - T_f + T_p + (M_s + M_c) g \sin\alpha + (M_s + M_c) a = 0 \qquad T_p, T_f \ (2)$$

Bilancio potenze :



$$T_f = \frac{\eta W_1 - J_p a V/_{4R^2}}{V} \qquad (3)$$

Da (4) $\quad a_s = a_{LIM} \Rightarrow C_{m,max}$

4] $M_C = 0$

$$W_2 = \left(\overbrace{M_A/2g - M_S/2g - M_S g \cdot \frac{f_v a \cos\alpha}{\underbrace{p - f_v 2R}_{<0.1}}}^{F_R^*}\right) v > 0$$

$\rightarrow$ MOTO RETROGRADO

$$C_{mo,4} = \eta_R 2R\tau \left(-M_A/2 + M_S/2 + M_S \frac{f_v a \cos\alpha}{p - f_v 2R}\right) g < 0$$

5] $a < 0$ perché M_A introduceva potenza

$$W_1 = \underset{<0}{C_{mo,4}\, \omega_m} - \underset{>0}{J_m \dot{\omega}_m \omega_m} \gtrless 0 \,?$$

$$W_2 = \underset{<0}{- M_S g \left(\frac{f_v a \cos\alpha}{p - f_v 2R}\right) v} - \underset{>0}{\left(M_S + J/4R^2 + J_P/4R^2\right) a v} \gtrless 0 \,?$$

HP. MOTO RETROGRADO / DIRETTO

$$a = \frac{C_{mo,4}/2R\tau - \eta_R M_S g \left(+\frac{f_v a \cos\alpha}{p - f_v 2R}\right)}{J_m/4R^2\tau^2 + \eta_R \left(M_S + J/4R^2 + J_P/4R^2\right)} < 0$$

sostit. in W_1 o W_2 e verifico