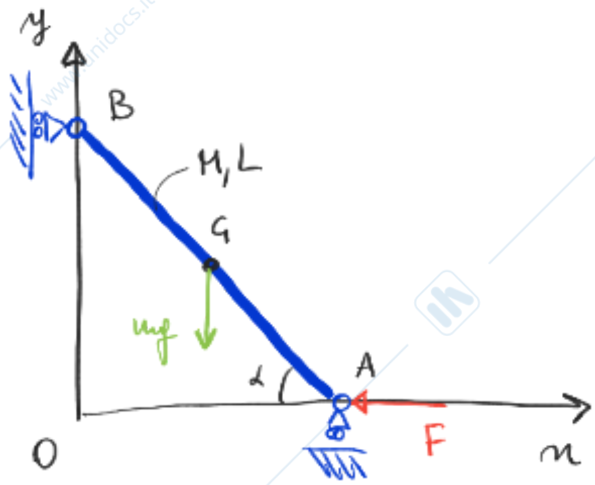
Statica corpo rigido



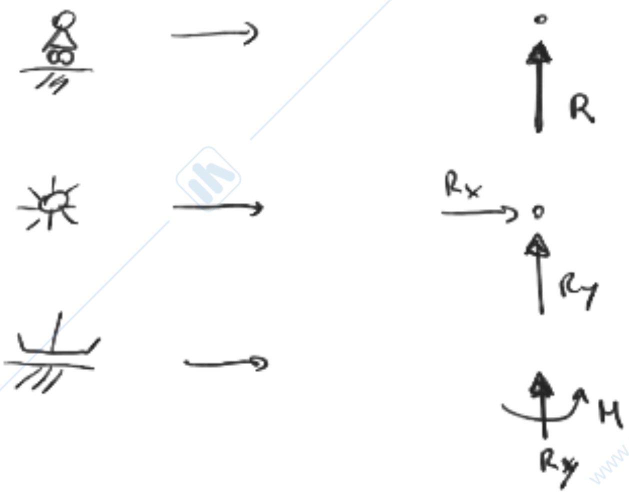
Statica dell'asta

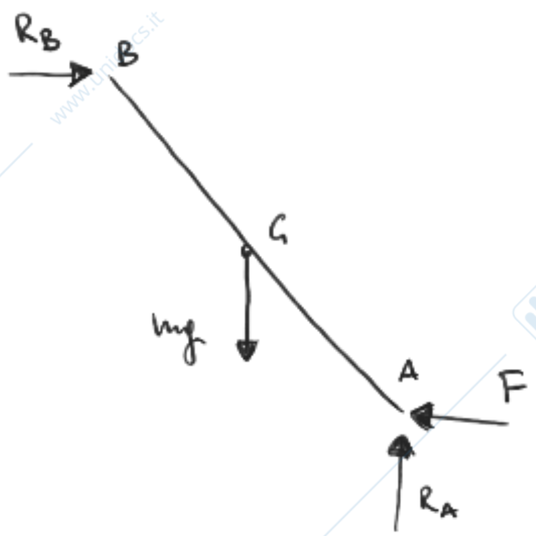
F ? per avere equilibrio statico

$\alpha = \pi/4$ rad

Soluzione mediante equazioni di equilibrio

Rimuovo i vincoli evidenziando le reazioni vincolari





3 eq di equilibrio (3 gdl corpo rigido nel piano)

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M_z^{(A)} = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} & R_B - F = 0 \\ & R_A - mg = 0 \\ & mg \frac{L}{2} \cos\alpha - R_B L \sin\alpha = 0 \end{aligned}$$

3) $R_B = \dfrac{mg}{2} \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

1) $F = \dfrac{mg}{2\tan\alpha}$

Soluzione con Principio dei Lavori Virtuali (PLV)

$\delta L = \vec{F} \cdot \delta \vec{x}_F$

Lavoro Virtuale = prodotto scalare di Forze e spostamento virtuale $\delta \vec{x}_F$

$\delta \vec{x}_F$ spostamento del punto di applicaz. di F compatibile con i vincoli

Assunto PLV i vincoli non fanno lavoro

$R \perp \delta x \rightarrow \vec{R} \cdot \delta \vec{x} = R\, \delta x \cos \pi/2 = 0$

Quindi le uniche forze che hanno lavoro non nullo sono $m\vec{g}$ e $\vec{F}$

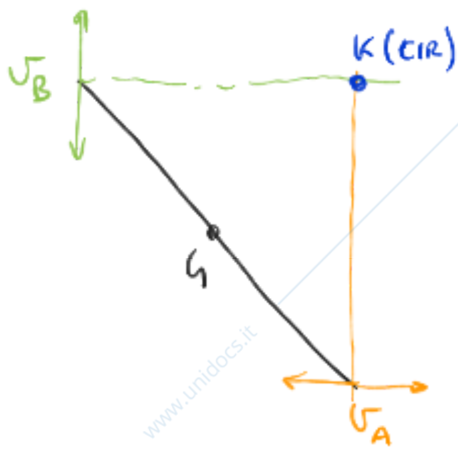
$$\delta L = m\vec{g} \cdot \delta \vec{y}_G + \vec{F} \cdot \delta \vec{x}_A$$

dobbiamo legare gli spostamenti virtuali alla variabile indipendente (α)

$$\delta x_A = \frac{\partial x_A}{\partial \alpha} \delta \alpha$$

$$v_A = \frac{d x_A}{dt} = \frac{\partial x_A}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial x_A}{\partial \alpha} \dot{\alpha}$$

possiamo valutare lo Jacobiano dello spostamento virtuale passando per le velocità



$$\begin{cases} x_K = x_A = L \cos \alpha \\ y_K = y_B = L \sin \alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} x_G = \frac{L}{2} \cos \alpha \\ y_G = \frac{L}{2} \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{v}_A = \vec{\omega}_{AB} \wedge (A-K)$$
$$= -\dot{\alpha} \vec{k} \wedge (-y_K \vec{j})$$
$$= -\dot{\alpha} y_K \vec{i}$$
$$v_A = -L \sin \alpha \, \dot{\alpha}$$

$$\frac{\partial v_A}{\partial \dot\alpha} = -L\sin\alpha \qquad \delta x_A = -L\sin\alpha\,\delta\alpha$$

$$\vec{v}_G = \vec{\omega}_{AB} \wedge (G-K) = -\dot\alpha\vec{k} \wedge \left(\left(\frac{L}{2}\cos\alpha - L\cos\alpha\right)\vec{i} + \left(\frac{L}{2}\sin\alpha - L\sin\alpha\right)\vec{j}\right)$$

$$= \dot\alpha\frac{L}{2}\cos\alpha\,\vec{j} - \dot\alpha\frac{L}{2}\sin\alpha\,\vec{i}$$

$$\delta y_G = \frac{\partial v_{Gy}}{\partial \dot\alpha} = +\frac{L}{2}\cos\alpha$$

$$\delta\mathcal{L} = (-mg\,\vec{j})\cdot\left(\frac{L}{2}\cos\alpha\,\delta\alpha\,\vec{j}\right) + (-F\vec{i})\cdot(-L\sin\alpha\,\delta\alpha\,\vec{i}) = 0$$

$$= -mg\frac{L}{2}\cos\alpha\,\delta\alpha + FL\sin\alpha\,\delta\alpha = 0$$

$$F = \frac{mg}{2\tan\alpha}$$