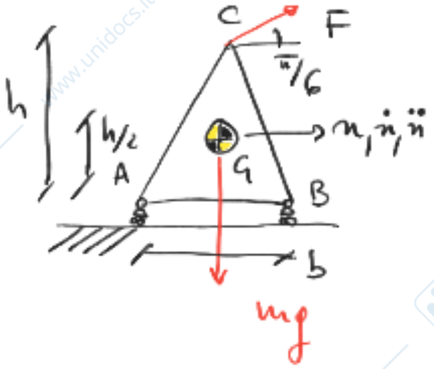
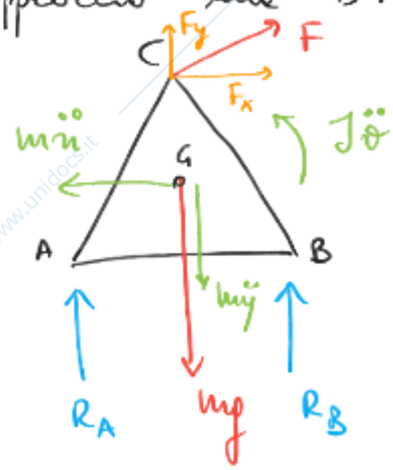
Dinamica del corpo rigido



1 corpo	3 gdl
2 carrelli	2 gdv
	1 gdl

Approccio alla D'Alembert



Dai vincoli $\ddot{y}=0$, $\ddot{\theta}=0$

1) $\sum F_x = 0$ $\quad F\cos\frac{\pi}{6} - m\ddot{x} = 0$

2) $\sum F_y = 0$ $\quad -mg + R_A + R_B = 0$

3) $\sum M_G = 0$ $\quad -R_A\frac{b}{2} + R_B\frac{b}{2} - F\cos\frac{\pi}{6}\,\frac{h}{2} = 0$

1) $\longrightarrow$ $\ddot{x} = \dfrac{F\cos\pi/6}{m}$ $\longrightarrow$ $\dot{x} = \dot{x}_0 + \int_0^t \ddot{x}\,dt$

$= \dot{x}_0 + \ddot{x}\,t$

$x = x_0 + \int_0^t \dot{x}\,dt$

$= x_0 + \dot{x}_0 t + \frac{1}{2}\ddot{x}t^2$

Approccio con Principio dei lavori virtuali PLV

Spostamento virtuale = spostamento infinitesimo compatibile con i vincoli

Le reazioni vincolari non compiono lavoro (sono sempre $\perp$ agli spostamenti virtuali)

$$\delta L = m\vec{g}\cdot\delta\vec{s}_G + \vec{F}\cdot\delta\vec{s}_C - m\vec{a}\cdot\delta\vec{s}_G$$

$\delta\vec{s}_G = \delta x_G\,\vec{i} + \delta y_G\,\vec{j}$ $\qquad x_G = x$

$y_G = h/2 = \text{costante}$

$$\left.\begin{aligned} \delta x_G &= \frac{\partial x_G}{\partial x}\delta x = 1\,\delta x \\ \delta y_G &= \frac{\partial y_G}{\partial x}\delta x = 0\,\delta x \end{aligned}\right\} \quad \delta\vec{s}_G = \delta x\,\vec{i}$$

$$m\vec{g}\cdot\delta\vec{s}_G = -mg\,\vec{j}\cdot\delta x\,\vec{i} = 0$$

peso e spostamento del baricentro sono $\perp$
il peso non fa lavoro, ovvero non contribuisce al moto del corpo

$$\delta\vec{s}_C = \delta x_C\,\vec{i} + \delta y_C\,\vec{j} \qquad \begin{aligned} x_C &= x \\ y_C &= h = \text{cost} \end{aligned}$$

$$\delta x_C = \frac{\partial x_C}{\partial x}\delta x = 1\,\delta x$$
$$\delta y_C = \frac{\partial y_C}{\partial x}\delta x = 0\,\delta x$$

$$\vec{F}\cdot\delta\vec{s}_C = (F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j})\cdot(\delta x\,\vec{i})$$
$$= F_x\,\delta x$$
$$= F\cos\pi/6\,\delta x$$

F contribuisce al moto del corpo ma solo con la sua componente x.
Chiamiamo $F\cos\pi/6$ componente lagrangiana di F ovvero la parte di F che compie lavoro

$$-m\vec{a}\cdot\delta\vec{s}_G = -m\ddot{x}\,\vec{i}\cdot\delta x\,\vec{i} = -m\ddot{x}\,\delta x$$

$$F\cos\pi/6\,\delta x - m\ddot{x}\,\delta x = 0 \qquad \ddot{x} = F\cos\pi/6 / m$$

Bilancio di Potenze $\qquad \sum W = \frac{dE_c}{dt}$

$$\sum W = \vec{F}\cdot\vec{v}_D + m\vec{g}\cdot\vec{v}_G$$
$$= (F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j})\cdot(\dot{x}\,\vec{i}) + (-mg\,\vec{j})\cdot(\dot{x}\,\vec{i})$$
$$= F_x\,\dot{x}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv_{Gx}^2 + \cancel{\frac{1}{2}mv_{Gy}^2} + \cancel{\frac{1}{2}J\omega^2} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m\ddot{x}\dot{x}$$

$$\Sigma W = \frac{dE_c}{dt} \longrightarrow \qquad F_x \dot{x} = m \ddot{x} \dot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{F \cos \pi/6}{m}$$