1. La posizione di un punto materiale è data dall'equazione riportata qui sotto. Quanto vale il versore tangente alla traiettoria all'istante t = 0.5 s?

$\vec{p}\,(t) \;=\; 3\,t^2\,\vec{i} + \frac{16}{3}t^3\,\vec{j}$

- ○ $\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}$
- ◉ $\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$ ✓
- ○ $-\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$
- ○ $\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$= 6t\,\vec{i} + 16t^2\,\vec{j}$$

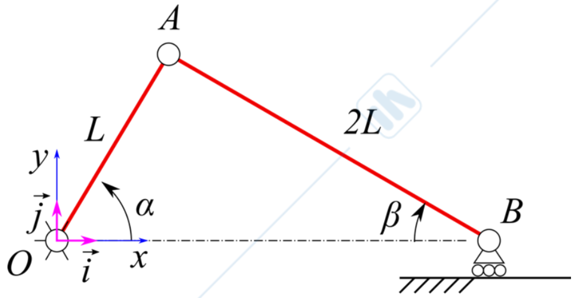
$$\vec{v}(t=0,5\,s) = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$$

$$|\vec{v}(t=0,5\,s)| = \sqrt{9+16} = 5\ m/s$$

$$\vec{\tau}(t=0,5\,s) = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

2. Considerando il manovellismo ordinario centrato in figura, nell'atto di moto rappresentato, si può affermare che (scegliere le affermazioni corrette, max 2):

Valutazione automatica



$\alpha = \frac{\pi}{3}$ rad, $\beta = \frac{\pi}{6}$ rad, $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$

- [ ] $v_{Bx} = v_{Ax}$
- [x] $\vec{v}_B = -\frac{2L}{\sqrt{3}}\omega\,\vec{i}$ ✓
- [ ] $v_{Ax} = -\frac{\omega L}{2}$
- [x] $\vec{\omega}_{AB} = -\frac{1}{2\sqrt{3}}\omega\vec{k}$ ✓

$$\vec{v}_B = \omega\vec{k} \wedge L(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j}) + \omega_{AB}\vec{k} \wedge 2L(\cos\beta\,\vec{i} + - \sin\beta\,\vec{j})$$

$$v_B\vec{i} = \omega L(\cos\alpha\,\vec{j} - \sin\alpha\,\vec{i}) + \omega_{AB} 2L(\cos\beta\,\vec{j} + \sin\beta\,\vec{i})$$

$$\begin{cases} v_B = -\omega L \sin\alpha + \omega_{AB} 2L \sin\beta \\ 0 = \omega L \cos\alpha + \omega_{AB} 2L \cos\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{AB} = -\dfrac{\cos\alpha}{2\cos\beta}\,\omega \\ v_B = -\omega L\left(\sin\alpha + \dfrac{\cancel{2}\sin\beta\cos\alpha}{\cancel{2}\cos\beta}\right) \end{cases}$$

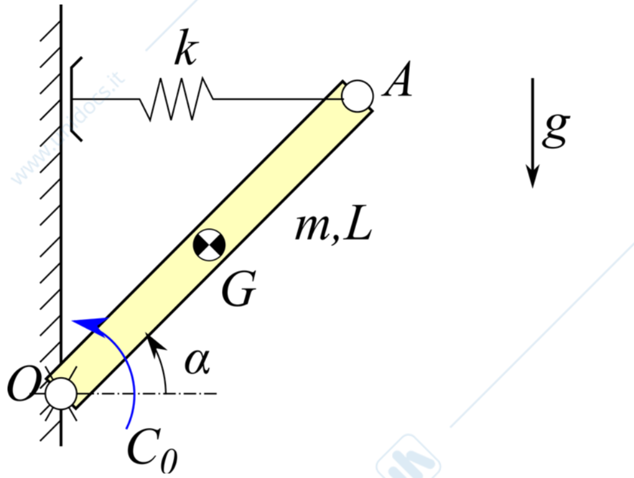
$$\begin{cases} \omega_{AB} = -\dfrac{1/2}{2\frac{\sqrt{3}}{2}}\,\omega = -\dfrac{1}{2\sqrt{3}}\,\omega \\ v_B = -\omega L\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1/2 \cdot 1/2}{\sqrt{3}/2}\right) \end{cases}$$

$$v_B = -\omega L \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{v}_B = -\omega L \frac{2}{\sqrt{3}}\vec{i}$$

3. Il sistema meccanico in figura è posto nel piano verticale. L'asta OA di lunghezza L è incernierata a terra in O e collegata ad una molla orizzontale in A di rigidezza k e lunghezza libera l0. Calcolare il valore della coppia C0 necessaria a garantire la posizione di equilibrio statico α = 45°. (immettere il risultato numerico senza unità di misura con 1 cifra decimale)

Valutazione automatica



$l_0 = \frac{\sqrt{2}L}{4}$; $m = 10\,kg$; $k = 50\,\frac{N}{m}$; $L = 1\,m$

22.18 ✓

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha} = Q_o$$

$$V_k = \frac{1}{2} k \Delta\ell^2 \qquad \Delta\ell = \ell(\alpha) - \ell_0$$

$$= L\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{4}L$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial \alpha} = k\left(L\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{4}L\right)(-L\sin\alpha)$$

$$\left.\frac{\partial V_k}{\partial \alpha}\right|_{\pi/4} = kL^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -kL^2\frac{1}{4}$$

$$V_g = mg\,h_G \qquad h_G = \frac{L}{2}\sin\alpha$$

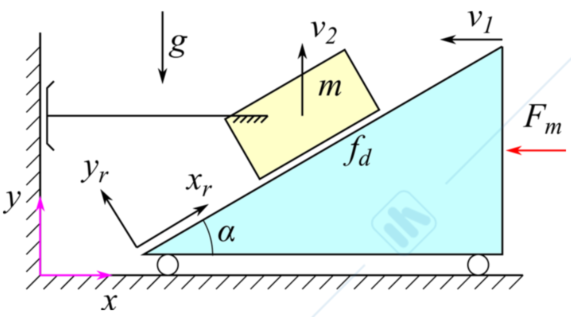
$$\frac{\partial V_g}{\partial \alpha} = mg\frac{L}{2}\cos\alpha \qquad \left.\frac{\partial V_g}{\partial \alpha}\right|_{\pi/4} = mgL\frac{\sqrt{2}}{4}$$

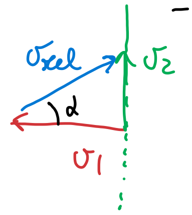
$$Q_o = C_o$$

$$-kL^2\frac{1}{4} + mgL\frac{\sqrt{2}}{4} = C_o$$

4. Il sistema meccanico in figura è costituito da un cuneo che si muove con velocità costante v_1. Su di esso si appoggia un corpo di massa m che è vincolato tramite un pattino a muoversi in direzione verticale con velocità v_2. Tra cuneo e massa vi è un coefficiente d'attrito dinamico f_d. La forza motrice Fm garantisce il moto del sistema. Chiamando N è la forza di contatto normale tra i due corpi, T la forza d'attrito dinamico e v_rel la velocità relativa vista dall'osservatore x_r-y_r, si può affermare che:

Valutazione automatica



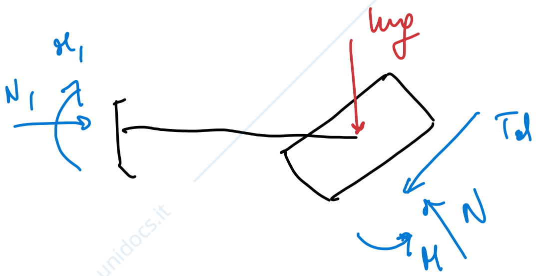


$-v_1 + v_{rel}\cos\alpha = 0$

$v_{rel}\sin\alpha = v_2$

$v_{rel} = +\,v_1/\cos\alpha$

$v_2 = v_1\tan\alpha$



$\Sigma F_y = 0 \qquad N\cos\alpha - T_d\sin\alpha - mg = 0$

$T_d = f_d N$

$N\cos\alpha - f_d\sin\alpha\, N - mg = 0$

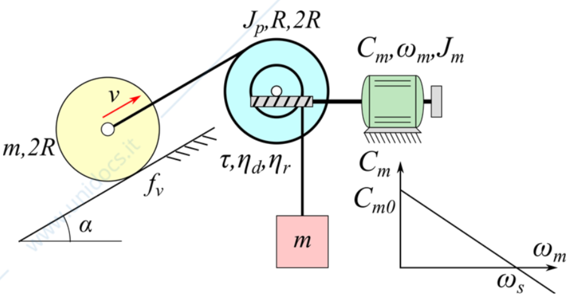
$N = \dfrac{mg}{\cos\alpha - f_d\sin\alpha}$

Sipuòaffermareche(scegliereleaffermazioi

- [x] $v_2 = v_1\tan\alpha$ ✓
- [ ] $v_{rel} = v_1 \sin\alpha$
- [ ] l'azione d'attrito T applicata sul cuneo è opposta a xr
- [x] $N = \dfrac{m\,g}{\cos\alpha - f_d\sin\alpha}$ ✓
- [x] $W_{attrito} = -|T|\,|v_{rel}|$ ✓
- [ ] $F_m = mg\dfrac{\sin\alpha - f_d\cos\alpha}{\cos\alpha + f_d\sin\alpha}$

5. Il sistema di sollevamento in figura è costituito da un motore con caratteristica di coppia lineare che è collegato ad una puleggia tramite una vite senza fine di rapporto di trasmissione τ, rendimento diretto ηd e retrogrado ηr. Sulla puleggia di inerzia Jp si avvolgono senza strisciare due funi inestensibili. La prima si avvolge sul raggio R ed è collegata ad una massa m che trasla in verticale, la seconda si avvolge sul raggio 2R ed è collegata ad un disco di massa m e raggio 2R che rotola sentra strisciare su un piano inclinato con coefficiente di resistenza al rotolamento fv. Considerando il disco in salita: m = 100 kg; Jp = 2 kg m2; R = 0.5 m; α = 10°; fv = 0.1; τ = 1:100; ηd = 0.9; ηr = 0.8; Cm0 = 10 Nm; ωs = 150 rad/s;

Valutazione automatica



Sipuòaffermareche(sceglierele affermazio

- [ ] a regime, il moto è DIRETTO
- [x] a regime, il moto è RETROGRADO ✓
- [ ] a regime, il moto è INDETERMINATO
- [ ] allo spunto, il moto è DIRETTO
- [ ] allo spunto, il moto è RETROGRADO
- [x] allo spunto, il moto è INDETERMINATO ✓

U $\Rightarrow W_2$

$$W_u - W_2 = \frac{dE_{cu}}{dt}$$

$$E_{cu} = \frac{1}{2} m_d v^2 + \frac{1}{2} J_d \omega_d^2 + \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} J_p \omega_p^2$$

$$\omega_p = \frac{v}{2R} = \tau \omega_m$$

$$\omega_m = \frac{v}{2R\tau}$$

$$v_m = \omega_p R = \frac{v}{2}$$

$$\omega_d = \frac{v}{R}$$

$$J_d = \frac{1}{2} m R^2$$

$$E_{cu} = \frac{1}{2}\left(m + \frac{1}{2} m \frac{\cancel{R^2}}{\cancel{R^2}} + \frac{m}{4} + \frac{J_p}{4R^2}\right) v^2$$

$$W_u = -f_v N v - mg\sin\alpha\, v + mg\frac{v}{2}$$

$$= \left(\frac{981}{2} - 981 \cdot 0{,}17 - 0{,}1 \cdot 981 \cdot 0{,}98\right) v$$

$$= 227.6 v > 0 \longrightarrow \text{RETROGRADO A REGIME}$$

$$W_2 = W_u - \frac{dE_{cu}}{dt} = 227.6 v - m_u^* v a$$

Allo spunto INDETERMINATO lato U

M $\Rightarrow W_1$

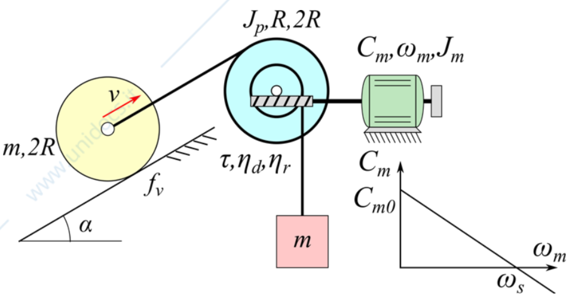
$$W_m - W_1 = \frac{dE_{cm}}{dt}$$

$$W_1 = C_{m0}\omega_m - J_m \omega_m \dot{\omega}_m$$

Allo spunto INDETERMINATO lato M

6. Il sistema di sollevamento in figura è costituito da un motore con caratteristica di coppia lineare che è collegato ad una puleggia tramite una vite senza fine di rapporto di trasmissione τ, rendimento diretto ηd e retrogrado ηr. Sulla puleggia di inerzia Jp si avvolgono senza strisciare due funi inestensibili. La prima si avvolge sul raggio R ed è collegata ad una massa m che trasla in verticale, la seconda si avvolge sul raggio 2R ed è collegata ad un disco di massa m e raggio 2R che rotola sentra strisciare su un piano inclinato con coefficiente di resistenza al rotolamento fv. Considerando il disco in salita con velocità v come in figura m = 100 kg; Jp = 2 kg m2; R = 0.5 m; α = 10°; fv = 0.1; τ = 1:100; ηd = 0.9; ηr = 0.8; Cm0 = 10 Nm; ωs = 150 rad/s;

Valutazione automatica



Quantovalelacoppiamotricearegimeinsalita

-1.79 ✓

A regime RETROGRADO

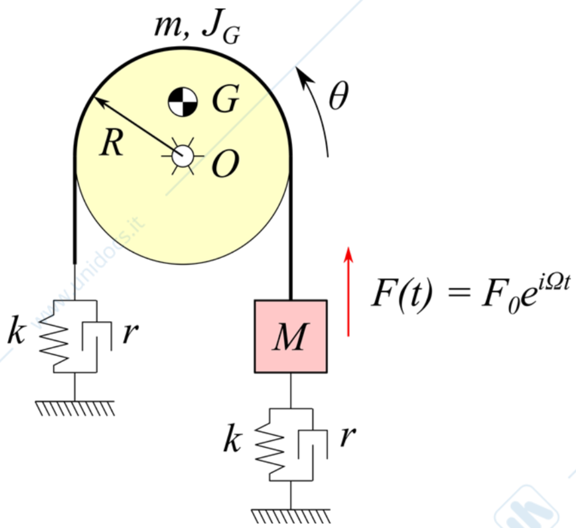
$$C_m \omega_m + \eta_R W_u = 0$$

$$C_m = -\eta_R \frac{W_u}{\omega_m} = -\eta_R \frac{227.6\, \cancel{v}}{\frac{\cancel{v}}{2R\tau}}$$

7. Il sistema vibrante in figura, posto nel piano verticale, si trova nella posizione di equilibrio statico. Il disco di massa m e momento d'inerzia baricentro JG ha baricentro in G ed è incernierato a terra nel suo centro O. La distanza GO è pari a R/2. Sulla periferia del disco si avvolge una fune inestensibile che collega il disco ad un gruppo molla smorzatore ad un capo e ad una massa M all'altro capo. La massa è poi collegata a terra tramite un altro gruppo molla smorzatore. Sulla massa M è applicata una forzante armonica F(t). m = 1 kg; JG = 0.1 kgm2; R = 0.75 m; M = 2 kg; k = 40 N/m; r = 3 Ns/m; Ω = 1 rad/s;

Valutazione automatica

Utilizzando la coordinata θ, quanto vale l'inerzia equivalente del sistema? (riportare il risultato numerico con 2 cifre decimali)



1.37 ✓

$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} J_G \omega^2 + \frac{1}{2} M v_M^2$$

$$\omega = \dot{\theta}$$

$$v_G = \frac{R}{2}\dot{\theta}$$

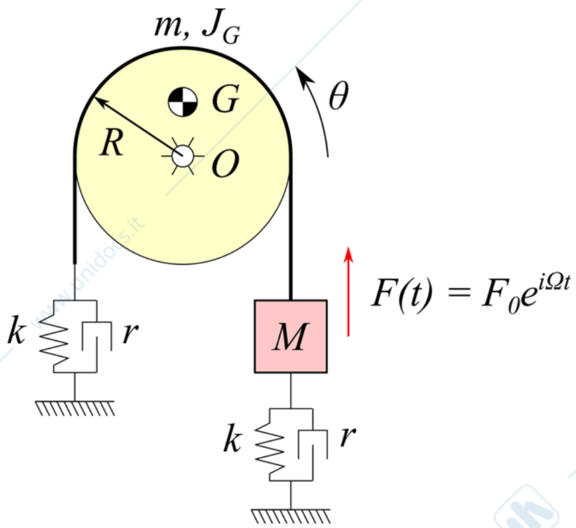
$$v_M = R\dot{\theta}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{mR^2}{4} + J_G + MR^2 \right)}_{J^* = 1.37 \ kg\,m^2} \dot{\theta}^2$$

8. Il sistema vibrante in figura, posto nel piano verticale, si trova nella posizione di equilibrio statico. Il disco di massa m e momento d'inerzia baricentro JG ha baricentro in G ed è incernierato a terra nel suo centro O. La distanza GO è pari a R/2. Sulla periferia del disco si avvolge una fune inestensibile che collega il disco ad un gruppo molla smorzatore ad un capo e ad una massa M all'altro capo. La massa è poi collegata a terra tramite un altro gruppo molla smorzatore. Sulla massa M è applicata una forzante armonica F(t). m = 1 kg; JG = 0.1 kgm2; R = 0.75 m; M = 2 kg; k = 40 N/m; r = 3 Ns/m; Ω = 1 rad/s;

Valutazione automatica

Utilizzando la coordinata θ, quanto vale la rigidezza equivalente del sistema? (riportare il risultato numerico con 2 cifre decimali)



41.32 ✓

$$V_k = \frac{1}{2} k \Delta\ell^2 + \frac{1}{2} k \Delta\ell^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 k R^2 \vartheta^2$$

$$K_1^* = 2kR^2$$

$$V_p = m g h_G \qquad h_G = \frac{R}{2} \cos\vartheta$$

$$\frac{\partial^2 h_G}{\partial \vartheta^2} = -\frac{R}{2} \cos\vartheta$$

$$\left.\frac{\partial^2 h_G}{\partial \vartheta^2}\right|_0 = -\frac{R}{2}$$

$$K_p^* = -mg\frac{R}{2}$$

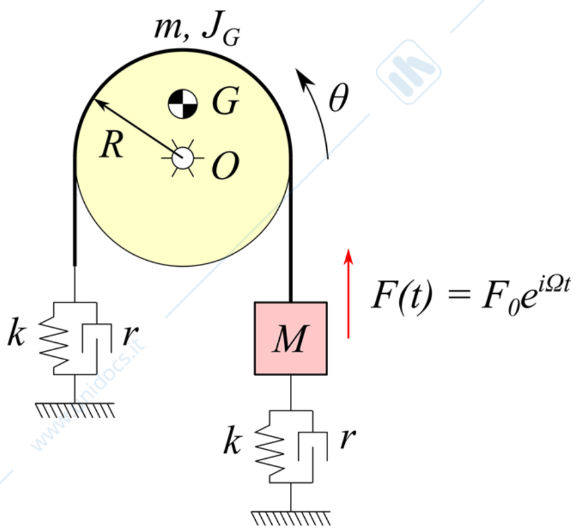
$$K^* = 2kR^2 - mg\frac{R}{2} = 41{,}32 \ \frac{Nm}{rad}$$

9. Il sistema vibrante in figura, posto nel piano verticale, si trova nella posizione di equilibrio statico. Il disco di massa m e momento d'inerzia baricentro JG ha baricentro in G ed è incernierato a terra nel suo centro O. La distanza GO è pari a R/2. Sulla periferia del disco si avvolge una fune inestensibile che collega il disco ad un gruppo molla smorzatore ad un capo e ad una massa M all'altro capo. La massa è poi collegata a terra tramite un altro gruppo molla smorzatore. Sulla massa M è applicata una forzante armonica F(t). m = 1 kg; JG = 0.1 kgm2; R = 0.75 m; M = 2 kg; k = 40 N/m; r = 3 Ns/m; Ω = 1 rad/s;

Valutazione automatica

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k^*}{J^*}} = 5,5 \text{ rad/s}$$

$$\Omega \ll \omega_0 \longrightarrow \text{quasi-statica}$$



La forzante sta forzando il sistema in zona :

- (●) quasi-statica ✓
- ( ) risonanza
- ( ) sismografica