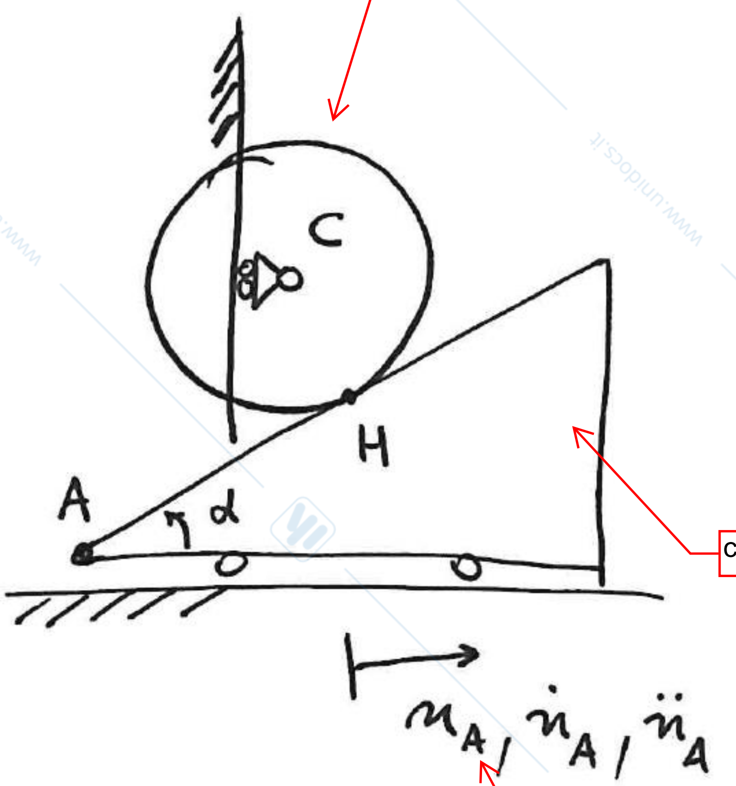
POLITECNICO
MILANO 1863

Cinematica Sistemi di Corpi Rigidi

Disco - cuneo

M. Vignati

DIPARTIMENTO DI MECCANICA



2 corpi rigidi	2 × 3 gdl
1 pattino (cuneo)	2 gdv
1 carrello (disco)	1 gdv
1 contatto	1 gdv
1 rotolamento senza strisciamento	1 gdv
	1 gdl

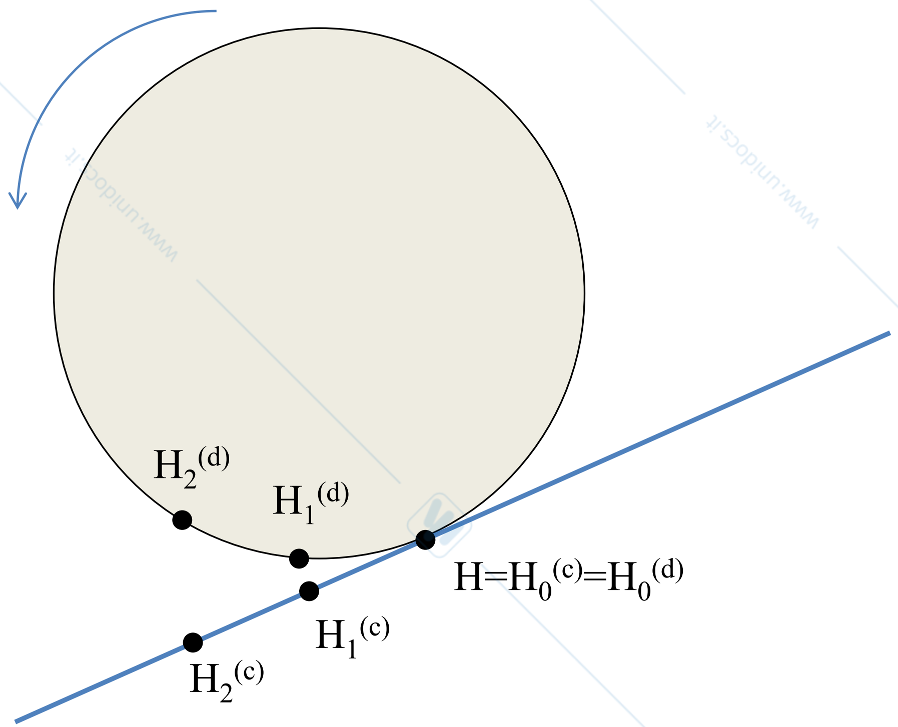
Studiamo il moto del disco.

Nel punto H identifichiamo 3 punti

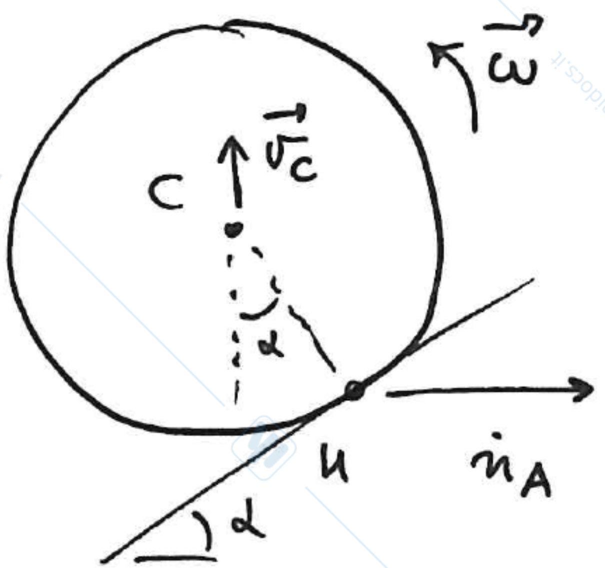
H ente cinematico che segue il punto di contatto
$H^{(c)}$ punto di contatto istantaneo appartenente al cuneo
$H^{(d)}$ punto di contatto istantaneo appartenente al disco

Nel punto di contatto i 3 punti coincidono

A causa del vincolo di rotolamento senza strisciamento, nel moto relativo il punto H è il CIR.
Nel moto assoluto il punto H ha velocità pari a quella del cuneo.



Studiamo la velocità del disco, ovvero studiamo la velocità del centro del disco C fruttando il punto H



Usando Rivals sul disco

$$\vec{v}_C = \vec{v}_H + (\vec{\omega} \wedge (C-H))$$

$$\vec{v}_C = v_C \vec{j}$$

il carrello obbliga il punto C a muoversi lungo y

↑ ↓ ?

non sappiamo se sopra o sotto

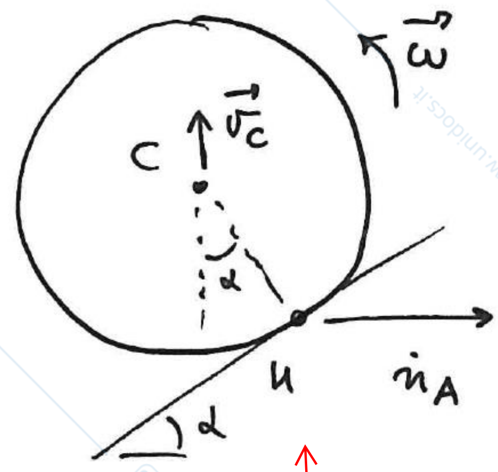
$$\vec{v}_H = \dot{x}_A \vec{i}$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_H + \left(\vec{\omega} \wedge (C-H)\right)$$

$$(C-H) = -R\sin\alpha\,\vec{i} + R\cos\alpha\,\vec{j}$$

fisso e =R in modulo

alpha è fisso, è l'angolo del piano inclinato che non varia nel tempo



$$v_C\,\vec{j} = \dot{x}_A\,\vec{i} + \vec{\omega} \wedge \left(-R\sin\alpha\,\vec{i} + R\cos\alpha\,\vec{j}\right)$$

$$v_C\,\vec{j} = \dot{x}_A\,\vec{i} + \left(-R\sin\alpha\,\omega\right)\left(\vec{k}\wedge\vec{i}\right) + R\cos\alpha\,\omega\left(\vec{k}\wedge\vec{j}\right)$$

$$v_C\,\vec{j} = \dot{x}_A\,\vec{i} + \left(-R\sin\alpha\,\omega\right)\vec{j} - R\cos\alpha\,\omega\,\vec{i}$$

H è il CIR del sistema relativo (vel.nulla), ma siccome la guida (il cuneo) è in movimento, H assume la velocità del cuneo. Nel sistema assoluto il CiR è un altro non H

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$$\begin{cases} 0 = \dot{x}_A - R\omega\cos\alpha \\ v_C = -R\omega\sin\alpha \end{cases}$$

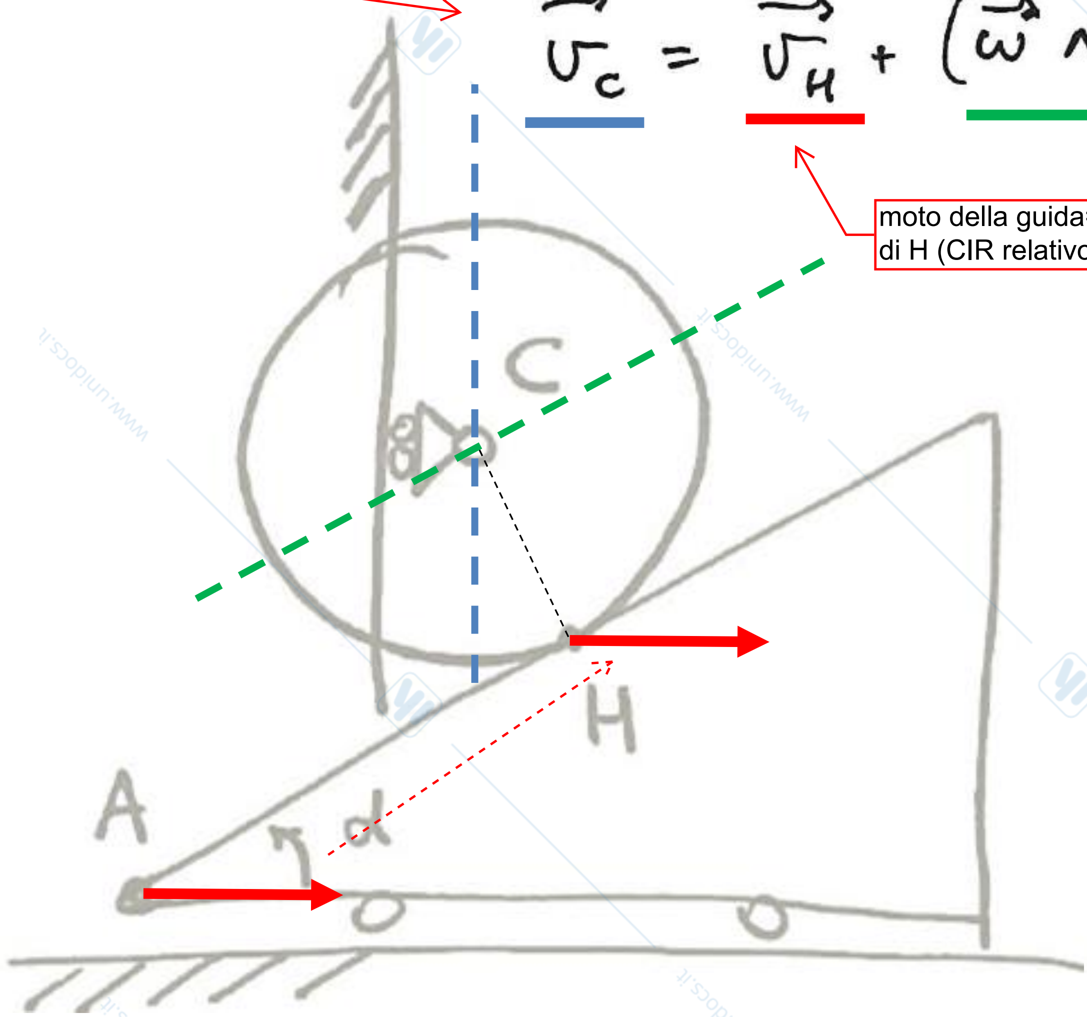
$$\begin{cases} \omega = \dfrac{\dot{x}_A}{R\cos\alpha} \\ v_C = -\dfrac{R\dot{x}_A\sin\alpha}{R\cos\alpha} = -\tan\alpha\,\dot{x}_A \end{cases}$$

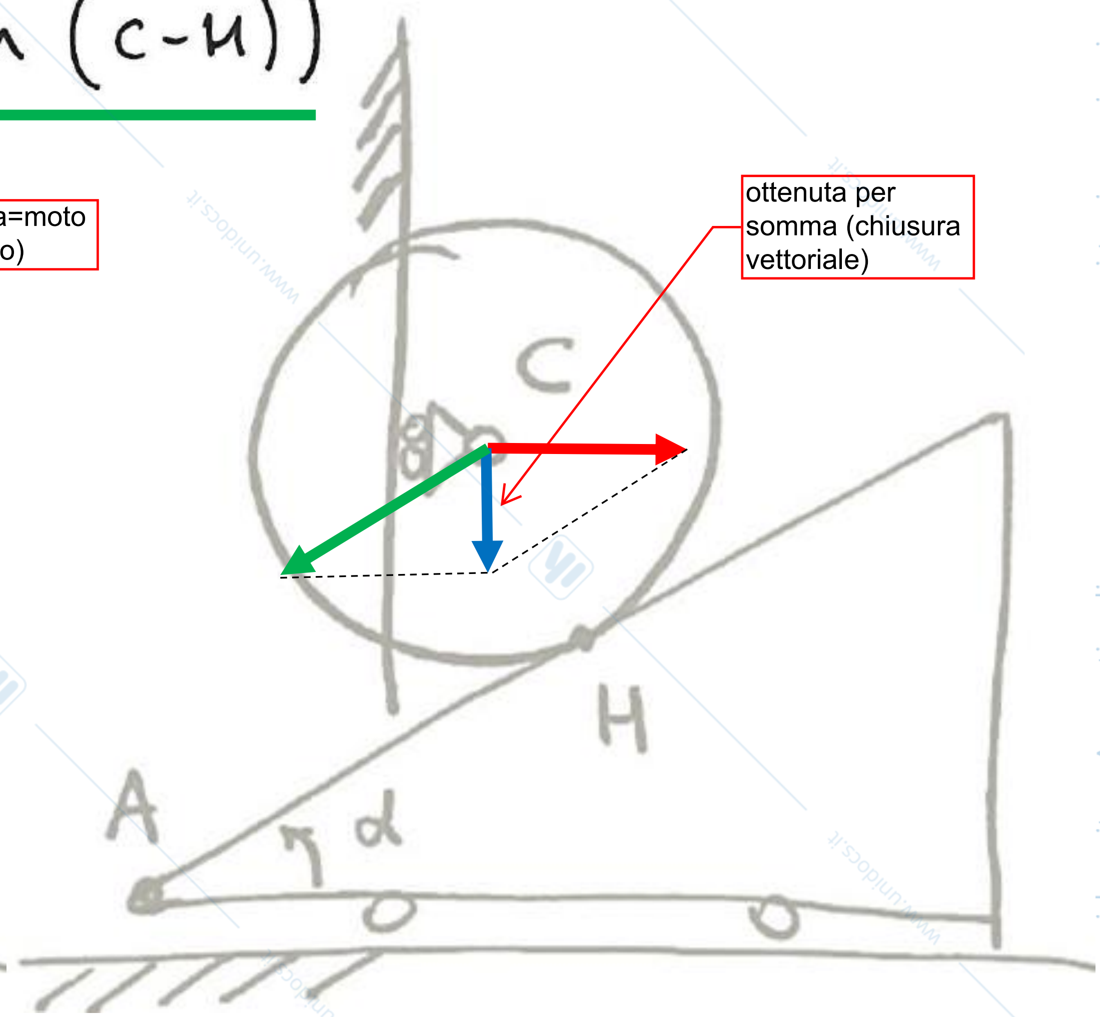
RIVALS

$$\vec{v}_C = \vec{v}_H + (\vec{\omega} \wedge (C-H))$$

moto relativo di c rispetto alla guida

moto della guida=moto di H (CIR relativo)





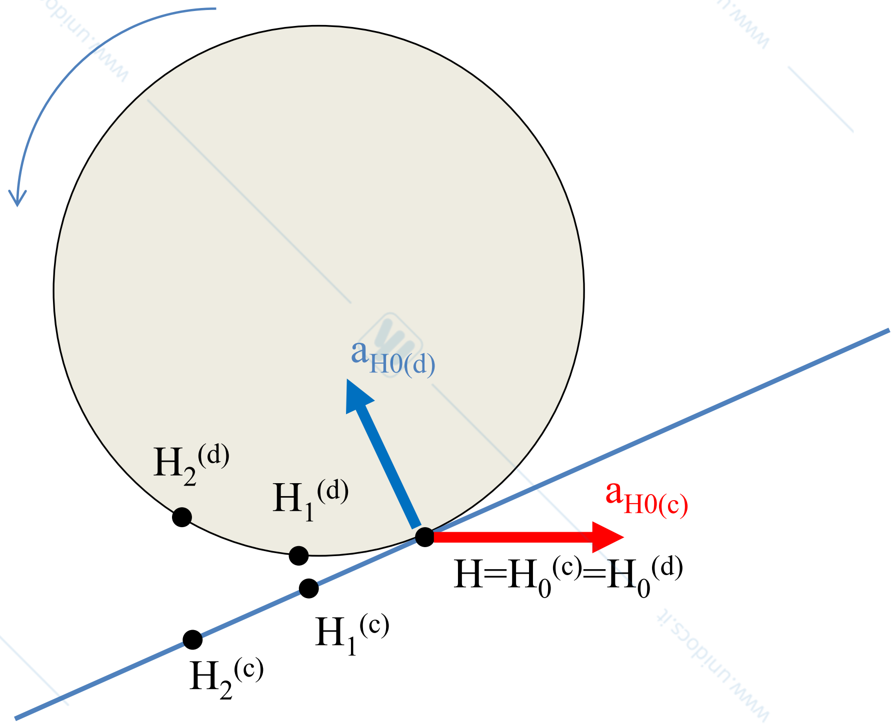
ottenuta per somma (chiusura vettoriale)

Accelerazioni → deriviamo le velocità

(Non possiamo usare Rivals perché in CIR del moto relativo, punto H, ha accelerazione non nulla)

non possimao scrivere Rivals, passando per il moto di H, poichè questo ha un'accel. NON nota a priori (non sappiamo l'acc. assoluta di H)

Non possiamo più nemmeno dire che le accelerazioni dei 3 punti H siano uguali.



$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{\ddot{x}_A}{R\cos\alpha} \\ a_c = -\tan\alpha \, \ddot{x}_A \end{cases}$$

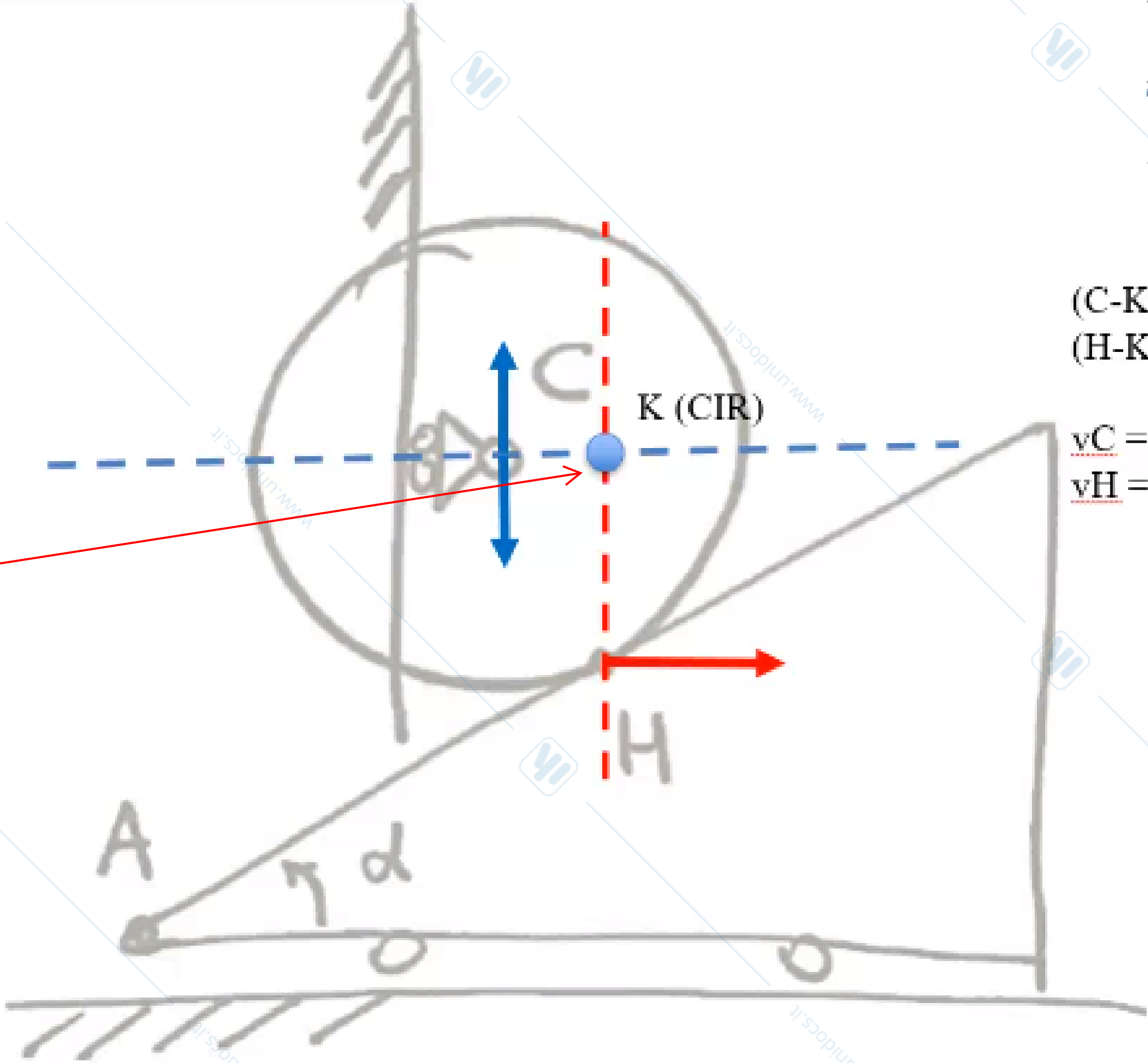
dobbiamo derivare direttamente dalle espressioni delle velocità

Fare clic per inse

Edit Master subtitle

vogliamo trovare il CIR del sistema assoluto

K è il CIR del disco nel moto assoluto



$(C-K) = -R \sin(\text{alfa})\, i$

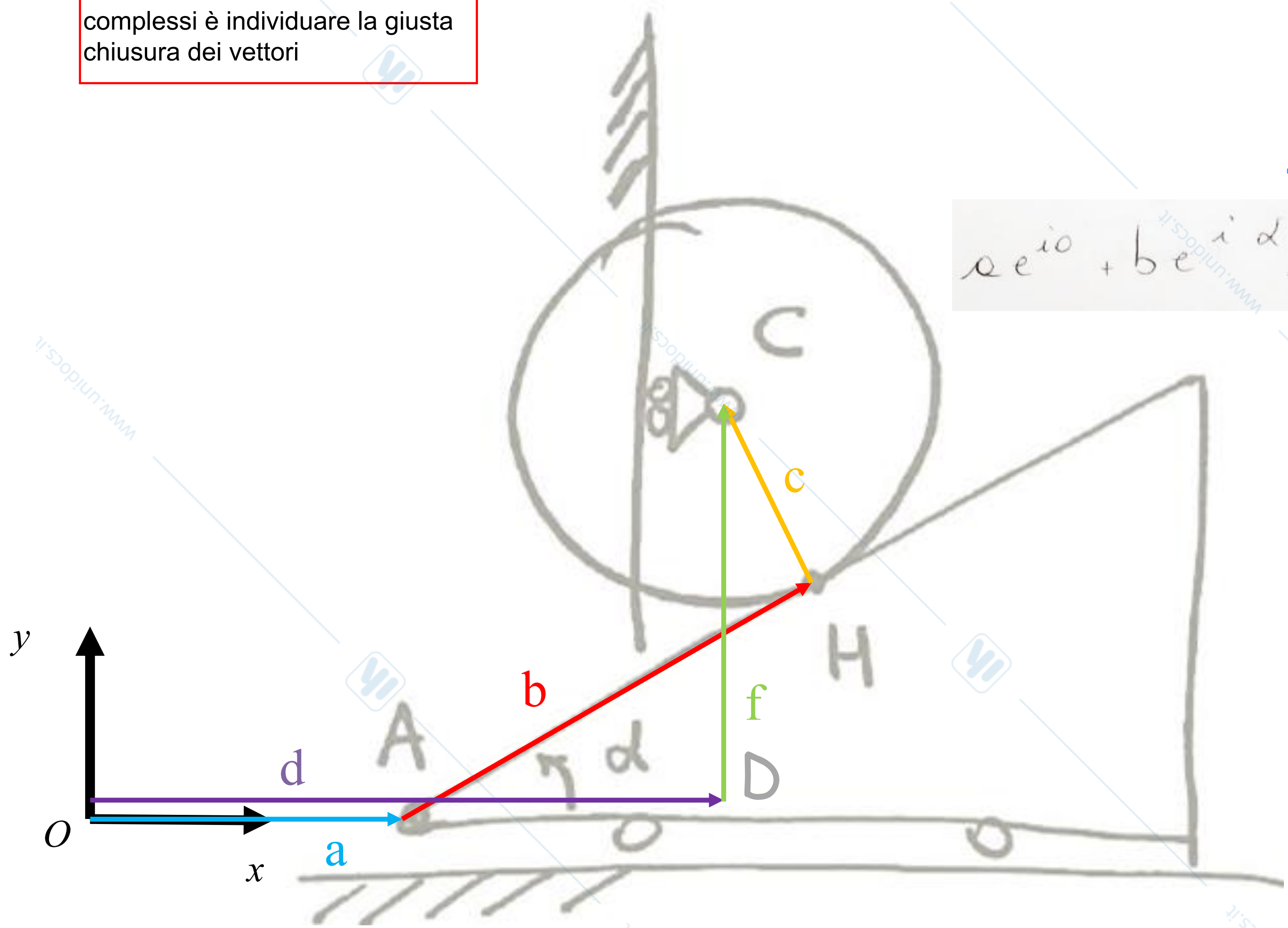
$(H-K) = -R \cos(\text{alfa})\, j$

$vC = \omega \wedge (C-K) \rightarrow vC$

$vH = \omega \wedge (H-K) \rightarrow \omega$

Come lo risolvo usando i numeri complessi?

Le difficoltà nell'usare i numeri complessi è individuare la giusta chiusura dei vettori



$$(A-O) + (H-A) + (C-H) = (D-O) + (C-D)$$

$$a e^{i0} + b e^{i\alpha} + c e^{i(\alpha + \pi/2)} = d e^{i0} + f e^{i\pi/2}$$

$a = x_A$

$b = b_0 - \vartheta R$ Rotazione del disco

$c = R$

d noto fisso

f variabile inc

Velocità

$$a e^{i0} + b e^{i\alpha} + c e^{i(\alpha+\pi/2)} = d e^{i0} + f e^{i\pi/2}$$

$$b = b_0 - \vartheta R \qquad \dot{\vartheta} = \omega$$

d / dt

$$\dot{a} e^{i0} + \dot{b} e^{i\alpha} = \dot{f} e^{i\pi/2}$$

$$\dot{x}_A + (-\dot{\vartheta} R) e^{i\alpha} = v_C\, i$$

$$\begin{cases} \dot{x}_A - \omega R \cos\alpha = 0 \\ -\omega R \sin\alpha = v_C \end{cases}$$

risultati uguali a quelli ottenuto con i vettori

$$\begin{cases} \omega = \dfrac{\dot{x}_A}{R\cos\alpha} \\ v_C = -\dfrac{R\,\dot{x}_A \sin\alpha}{R\cos\alpha} = -\tan\alpha\, \dot{x}_A \end{cases}$$

Accelerazioni

$$\begin{cases} \omega = \dfrac{\dot{x}_A}{R\cos\alpha} \\ v_C = -\dfrac{R\,\dot{x}_A \sin\alpha}{R\cos\alpha} = -\tan\alpha\,\dot{x}_A \end{cases}$$

d / dt

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{\ddot{x}_A}{R\cos\alpha} \\ a_C = -\tan\alpha\,\ddot{x}_A \end{cases}$$

Con i moti relativi?

Vogliamo studiare il moto di C usando una terna relativa.

Visto il moto relativo tra disco e cuneo (moto rettilineo indotto dal vincolo di contatto e dal rotolamento senza strisciamento) scegliamo una **terna** mobile **traslante** che viaggia insieme al cuneo centrata in A e asse x relativo parallelo al piano inclinato.

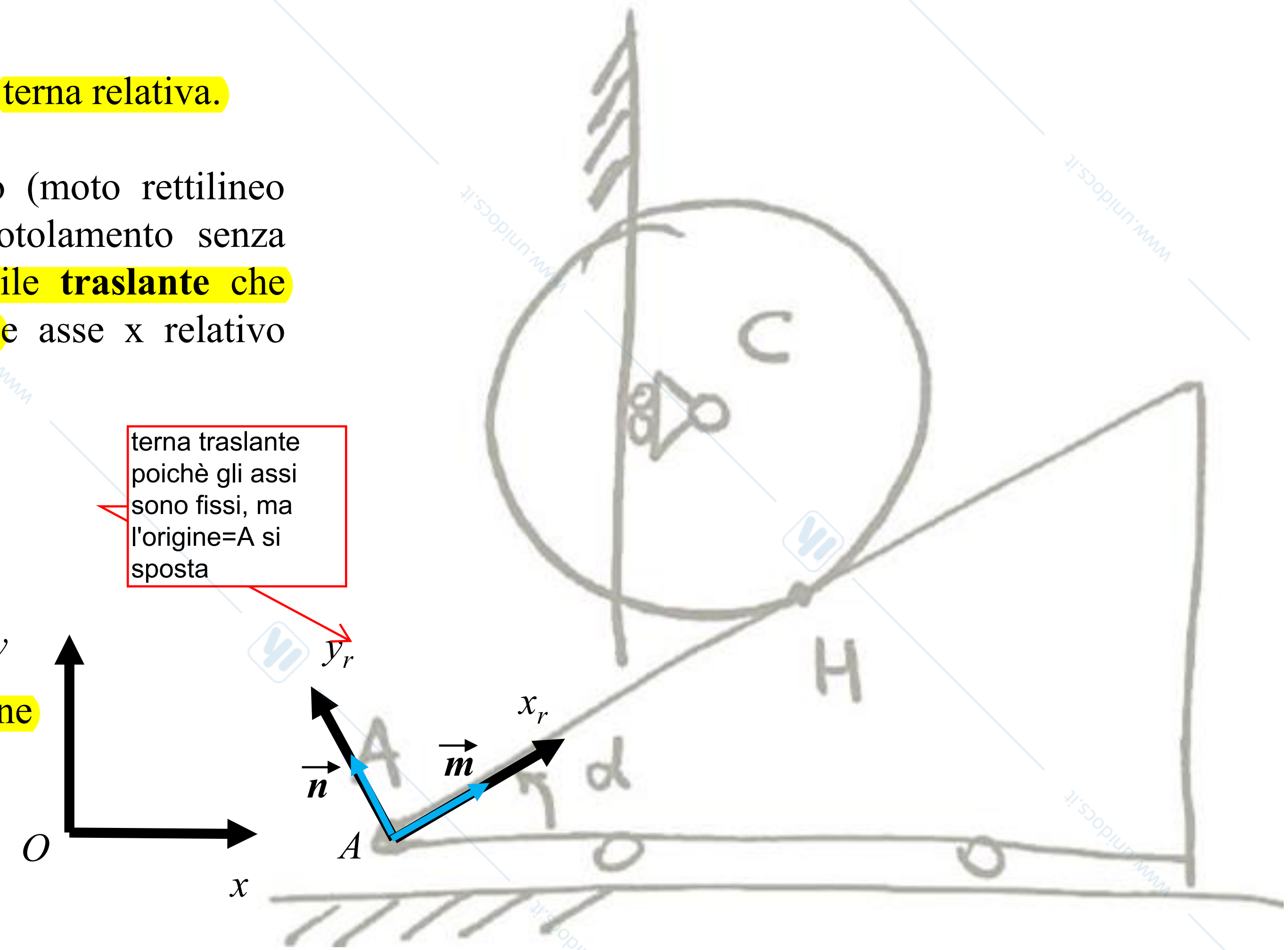
I versori della terna relativa sono $\vec{\boldsymbol{m}}$ e $\vec{\boldsymbol{n}}$

$$\vec{m} = \sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{j}$$

$$\vec{n} = \sin(\alpha + \pi/2)\vec{i} + \cos(\alpha + \pi/2)\vec{j}$$

Fissi perché il piano non cambia inclinazione

α = costante



Vc sarà parallela al cuneo, ossia a x_rel

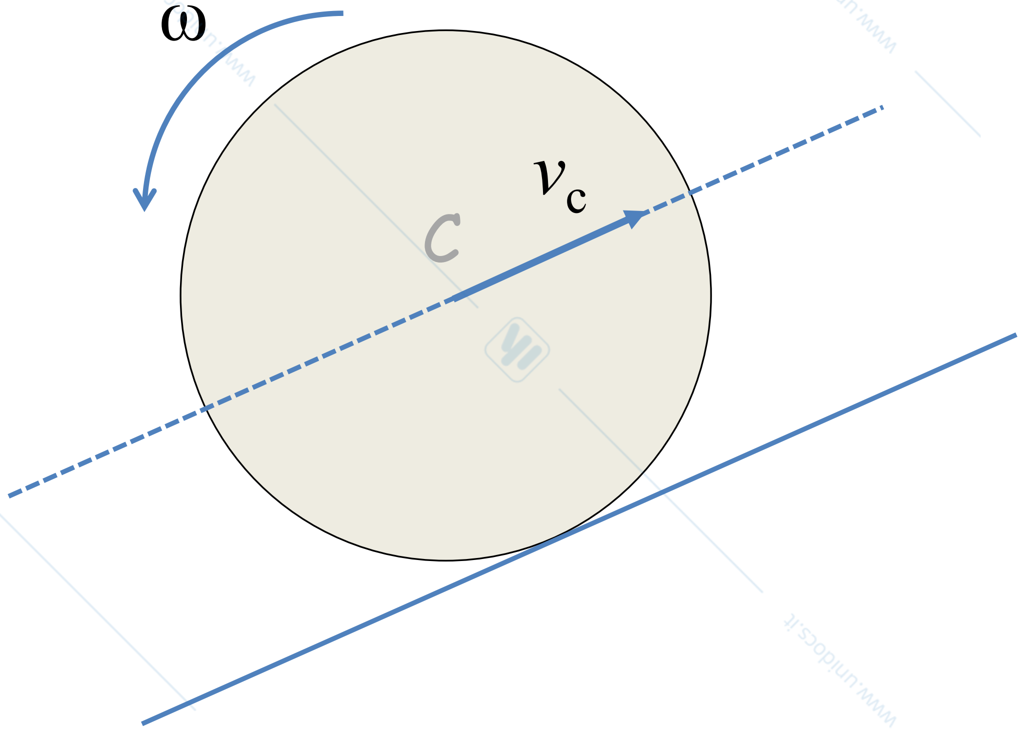
Il moto relativo è

rettilineo e parallelo al piano inclinato (vincolo di contatto)

$$\vec{v}_{c_{rel}} \parallel x_r \qquad \vec{v}_{c_{rel}} = v_{c_{rel}} \vec{m}$$

L'avanzamento è proporzionale alla rotazione tramite il raggio del disco (rotolamento senza strisciamento)

$$v_{c_{rel}} = -\omega R$$



Velocità

$$\vec{v}_{C_{assoluta}} = \vec{v}_{C_{rel}} + \vec{v}_{C_{trascinamento}}$$

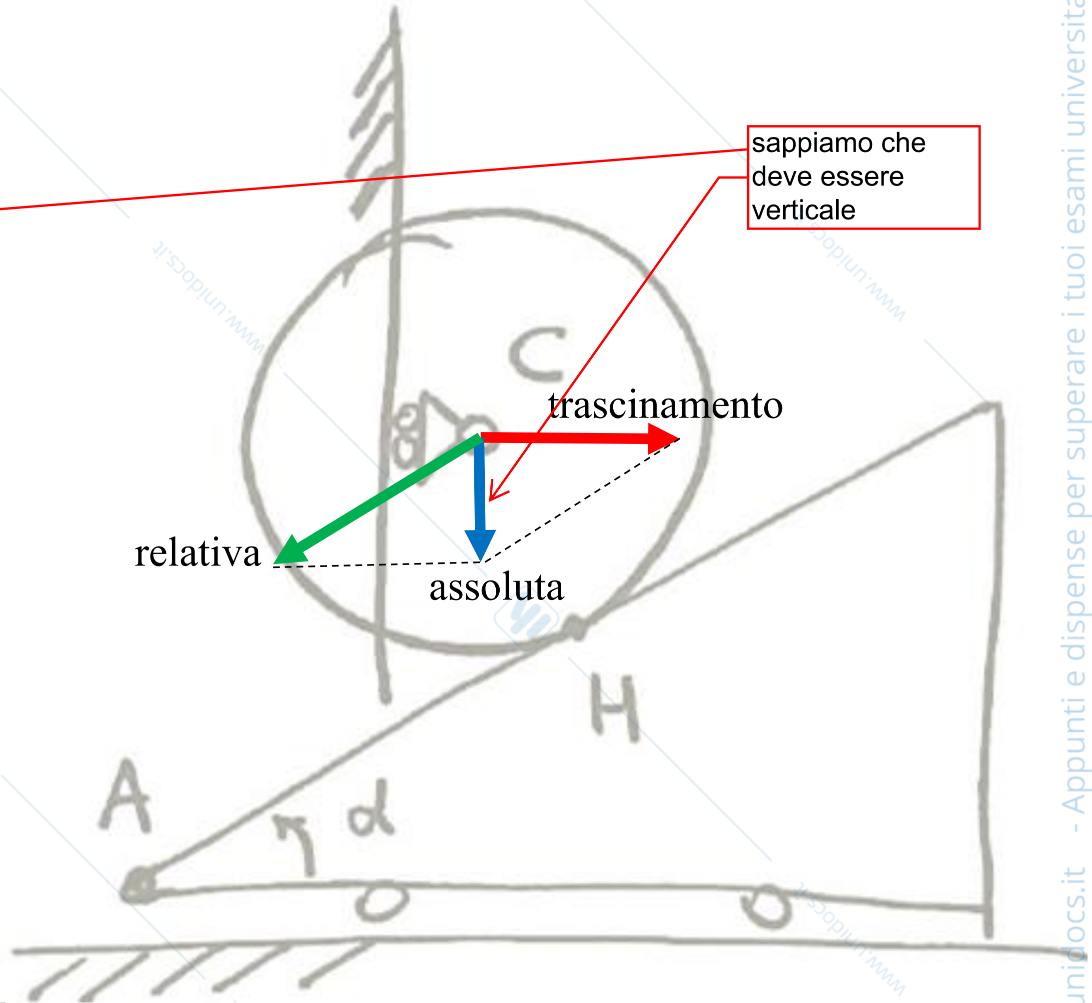
$$\vec{v}_{C_{assoluta}} = v_C \, \vec{j}$$

$$\vec{v}_{C_{rel}} = v_{C_{rel}} \, \vec{u} = -\omega R(\cos\alpha \, \vec{i} + \sin\alpha \, \vec{j})$$

$$\vec{v}_{C_{trascinam}} = \vec{v}_A = \dot{x}_A \, \vec{i}$$

$$v_C \, \vec{j} = -\omega R(\cos\alpha \, \vec{i} + \sin\alpha \, \vec{j}) + \dot{x}_A \, \vec{i}$$

$$\begin{cases} \omega R \cos\alpha = \dot{x}_A \\ v_C = -\omega R \sin\alpha \end{cases}$$



Accelerazioni

$$\vec{a}_{C_{Assol}} = \vec{a}_{C_{rel}} + \vec{a}_{C_{trasc}}$$

$$\vec{a}_{C_{Assol}} = a_C \vec{j}$$

$$\vec{a}_{C_{rel}} = -\dot{\omega} R \vec{m}$$

$$\vec{a}_{C_{trasc}} = \ddot{x}_A \vec{i}$$

$$a_C \vec{j} = -\dot{\omega} R (\cos\alpha \, \vec{i} + \sin\alpha \, \vec{j}) + \ddot{x}_A \vec{i}$$

$$\begin{cases} \dot{\omega} R \cos\alpha = \ddot{x}_A \\ a_C = -\dot{\omega} R \sin\alpha \end{cases}$$