Dinamica

4 metodi

1 - Equilibri dinamici (D'Alembert)
2 - Bilancio di potenze / teorema Energia cinetica
3 - Principio Lavori Virtuali (PLV)
4 - Equazione di Lagrange

1) Si basa sull'assunto che

$$\vec{F} + \vec{F}_{IN} = 0 \qquad \vec{F}_{IN} = -m\vec{a}$$

Un corpo è sempre in equilibrio dinamico scrivendo gli effetti inerziali come forze

$$\vec{F}_{IN} = -m\vec{a}$$

È l'estensione delle eq di equilibrio della statica

statica $\vec{a} = 0 \rightarrow \vec{F} = 0$

Bisogna esplicitare tutte le forze, anche le reazioni vincolari

2) È un bilancio di potenze. $W = \vec{F} \cdot \vec{v}_F$

se $\vec{v}_P = 0$ oppure $\vec{F} \perp \vec{v}_F \Rightarrow W = 0$

vale anche per le forze d'inerzia.

$$\Sigma (\vec{F}_i \cdot \vec{v}_{F_i}) + \underbrace{\Sigma (\vec{F}_{IN_j} \cdot \vec{v}_j)}_{-m\vec{a} \cdot \vec{v}} = 0$$

Il contributo delle F_{IN} posso anche scriverlo come

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v}\right) = m\vec{v} \cdot \vec{a}$$

$$= m v_x a_x + m v_y a_y = m v a^{(t)}$$

$$\Sigma \vec{F}_i \cdot \vec{v}_{F_i} = \frac{dE_c}{dt}$$

Funziona solo nel caso 1 gdl

3) PLV sfrutta il concetto di spostamento virtuale per scrivere solo il contributo di lavoro che contribuisce al movimento del sistema compatibile coi vincoli assunti lisci e fissi.

Si basa sul fatto che le reazioni vincolari non fanno lavoro essendo $\perp$ agli spostamenti

$$\delta L = \vec{F} \cdot \delta \vec{s}_F$$

← è un'equazione vettoriale con tante componenti quanti sono i gdl del sistema

se x_1 e x_2 sono le variabili indipendenti allora $\delta \vec{s}_P = \frac{\partial \vec{s}_P}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial \vec{s}_P}{\partial x_2} \delta x_2$

$$\delta L = \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{s}_P}{\partial x_1} \delta x_1 + \vec{F} \frac{\partial \vec{s}_P}{\partial x_2} \delta x_2$$

$$\begin{cases} \vec{F} \frac{\partial \vec{s}_P}{\partial x_1} & Q_{x_1} \\ \vec{F} \frac{\partial \vec{s}_P}{\partial x_2} & Q_{x_2} \end{cases}$$

4) Estensione del PLV alla dinamica scrivendo le forze d'inerzia come derivate dell'energia cinetica

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial q}}_{\text{Forze inerzie che compiono lavoro}} + \underset{\text{Forze conservative}}{\frac{\partial V}{\partial q}} = Q$$

Componente lagrangiana Forze $Q = \frac{\delta L}{\delta q}$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari