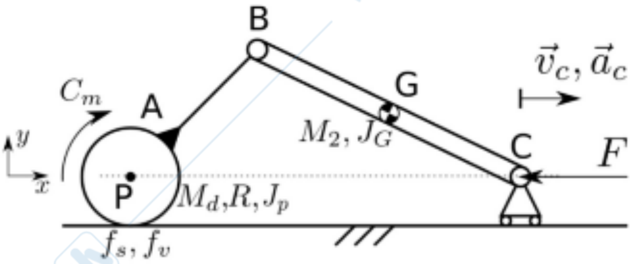
Ese12

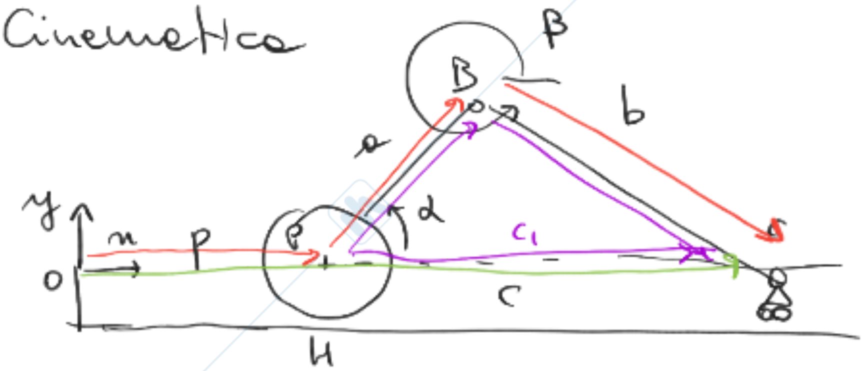


Il sistema meccanico rappresentato in figura è posizionato nel piano verticale. Siano note tutte le sue caratteristiche geometriche e si faccia riferimento alla posizione di figura. Il sistema è costituito da un disco omogeneo di raggio R, massa M_d e momento di inerzia baricentrico J_P, che rotola senza strisciare su una guida rettilinea orizzontale, con coefficiente di attrito statico fs e resistenza al rotolamento fv. Al disco è incastrata un'asta AB di massa trascurabile. Una seconda asta BC è incernierata ad AB nel punto B. L'asta è dotata di momento di inerzia baricentrico J_G e massa m_2, con baricentro G posizionato nel punto di mezzeria alla distanza BC/2 da B. L'estremità C dell'asta è vincolata ad una guida fissa orizzontale da un carrello di massa trascurabile. A tale estremità è applicata una forza orizzontale costante pari ad F= -5i N.

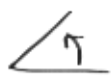
Assegnate velocità e accelerazione del punto C nell'atto di moto considerato, si calcolino:

1. i vettori velocità e accelerazione angolare del disco.
2. la coppia motrice C_m, applicata al disco, atta a garantire l'atto di moto assegnato;
3. le reazioni vincolari tra disco e guida orizzontale.

1) Cinematica



1) riferirsi sempre a un punto fisso

2) 

$$(P-O)+(B-P)+(C-B)=(C-O)$$

$$p + a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} = c$$

p var

α, β var incognite

c var noto

$$\dot{p} = -\dot{\alpha}R$$

$$p = p_0 - \alpha R$$

$$\dot{c} = v_c$$

$$c = c_0 + \int_0^t v_c \, dt$$

$$p_0 - \alpha R + a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} = c$$

$$\begin{cases} p_0 - \alpha R + a\cos\alpha + b\cos\beta = c \\ a\sin\alpha + b\sin\beta = 0 \end{cases} \longrightarrow \alpha, \beta \quad f(c)$$

$$\begin{cases} -\dot{\alpha}R - \dot{\alpha}a\sin\alpha - \dot{\beta}b\sin\beta = \dot{c} \\ a\dot{\alpha}\cos\alpha + b\dot{\beta}\cos\beta = 0 \end{cases}$$

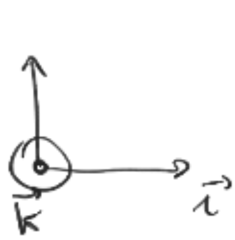
$$\frac{d}{dt}\left(\begin{vmatrix} -R-a\sin\alpha & -b\sin\beta \\ a\cos\alpha & b\cos\beta \end{vmatrix}\begin{Bmatrix}\dot\alpha \\ \dot\beta\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\dot c \\ 0\end{Bmatrix}\right) \longrightarrow \dot\alpha,\dot\beta$$

$$\begin{cases} -\ddot\alpha R - \ddot\alpha a\sin\alpha - \dot\alpha^2 a\cos\alpha - \ddot\beta b\sin\beta - \dot\beta^2 b\cos\beta = \ddot c \\ a\ddot\alpha\cos\alpha - a\dot\alpha^2\sin\alpha + b\ddot\beta\cos\beta - b\dot\beta^2\sin\beta = 0 \end{cases}$$

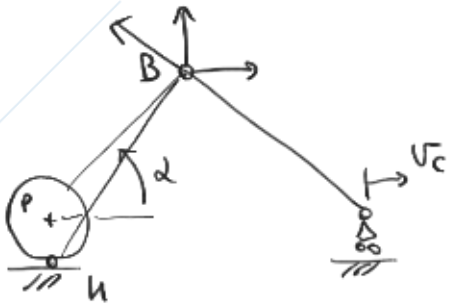
$$\begin{vmatrix} -R-a\sin\alpha & -b\sin\beta \\ a\cos\alpha & b\cos\beta \end{vmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot\alpha \\ \ddot\beta\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\ddot c + \dot\alpha^2 a\cos\alpha + \dot\beta^2 b\cos\beta \\ \dot\alpha^2 a\sin\alpha + \dot\beta^2 b\sin\beta\end{Bmatrix}$$

$$\hookrightarrow \ddot\alpha, \ddot\beta$$

$$\vec\omega_D = \dot\alpha\vec k$$
$$\dot{\vec\omega}_D = \ddot\alpha\vec k$$



Moti Relativi



terna mobile traslante in B

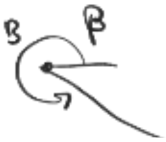
$$\vec v_C = \vec v_{tr} + \vec v_{rel}$$

$$\vec v_c = v_c\vec i \qquad |\vec v_c| = v_c \quad \angle\ /\!/\ \vec i$$

$$\vec v_{tr} = \vec\omega_d \wedge (B-H) = \omega_d\vec k\wedge[(B-P)+(P-H)]$$
$$= \omega_d\vec k\wedge\left((R+l_{AB})(\cos\alpha\,\vec i + \sin\alpha\,\vec j) + R\vec j\right)$$
$$= \omega_d(R+l_{AB})\cos\alpha\,\vec j - \omega_d\left((R+l_{AB})\sin\alpha + R\right)\vec i$$

$$\vec v_{tr} \longrightarrow |\ | = \underset{\uparrow ?}{\omega_d}\ \overline{BH}\ ? \quad \angle\ \perp (B-H)$$

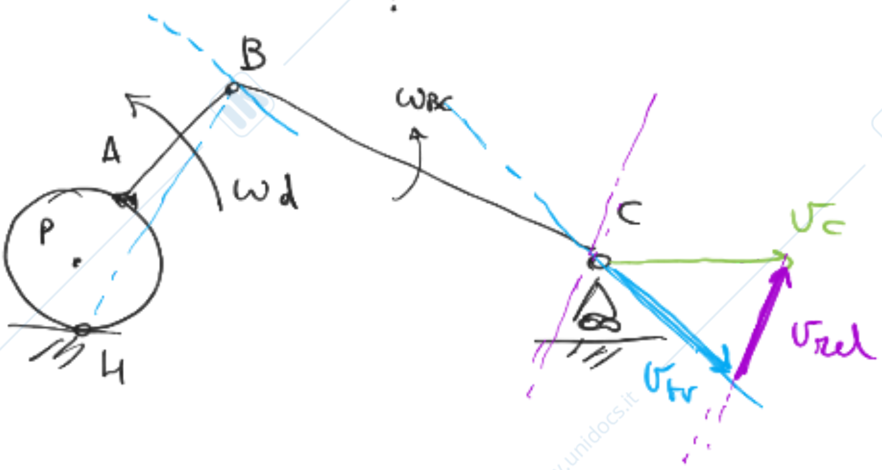
$$\vec v_{rel} = \vec\omega_{BC}\wedge(C-B)$$



$$= \omega_{BC}\,\vec k \wedge \ell_{BC}\,(\cos\beta\,\vec i + \sin\beta\,\vec j)$$
$$= \omega_{BC}\,\ell_{BC}\cos\beta\,\vec j - \omega_{BC}\,\ell_{BC}\sin\beta\,\vec i$$

$\vec v_{rel} \longrightarrow \ |\,| = \omega_{BC}\ell_{BC}$? $\quad \angle \perp (C-B)$

↑ ?



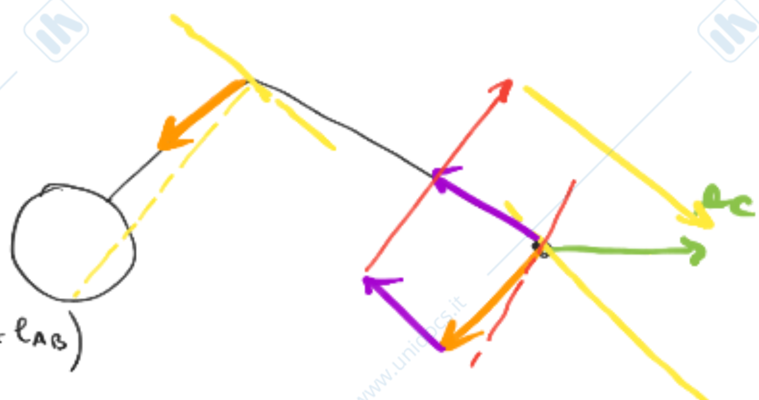
$$v_C\,\vec i = \omega_\alpha (R+\ell_{AB})\cos\alpha\,\vec j - \omega_\alpha\big((R+\ell_{AB})\sin\alpha + R\big)\vec i \ + $$
$$+\ \omega_{BC}\,\ell_{BC}\cos\beta\,\vec j - \omega_{BC}\,\ell_{BC}\sin\beta\,\vec i$$

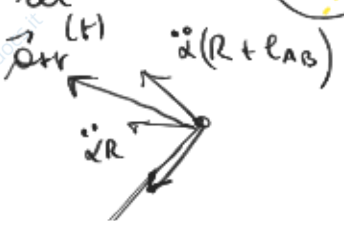
$$\begin{cases} v_C = -\omega_\alpha\big((R+\ell_{AB})\sin\alpha + R\big) - \omega_{BC}\,\ell_{BC}\sin\beta \\ 0 = \omega_\alpha (R+\ell_{AB})\cos\alpha + \omega_{BC}\,\ell_{BC}\cos\beta \end{cases}$$

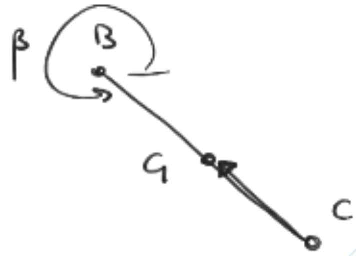
$$\omega_\alpha = \dot\alpha \qquad \omega_{BC} = \dot\beta$$

$$\begin{cases} a_C = -\ddot\alpha\big((R+\ell_{AB})\sin\alpha + R\big) - \dot\alpha^2 (R+\ell_{AB})\cos\alpha - \ddot\beta\,\ell_{BC}\sin\beta - \dot\beta^2\,\ell_{BC}\cos\beta \\ 0 = \ddot\alpha (R+\ell_{AB})\cos\alpha - \dot\alpha^2 (R+\ell_{AB})\sin\alpha + \ddot\beta\,\ell_{BC}\cos\beta - \dot\beta^2\,\ell_{BC}\sin\beta \end{cases}$$

- $\vec a_C$ assoluta
- $\vec a_{tr}^{(t)}$
- $\vec a_{tr}^{(n)}$
- $\vec a_{rel}^{(t)}$
- $\vec a_{rel}^{(n)}$







$$\vec{v}_P = -\dot{\alpha} R \vec{i}$$

$$\vec{a}_P = -\ddot{\alpha} R \vec{i}$$

$$\vec{v}_G = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{BC} \wedge (G - C)$$

$$= v_C \vec{i} + \dot{\beta} \vec{k} \wedge \left(-l_{GC} \left(\cos\beta \vec{i} + \sin\beta \vec{j}\right)\right)$$

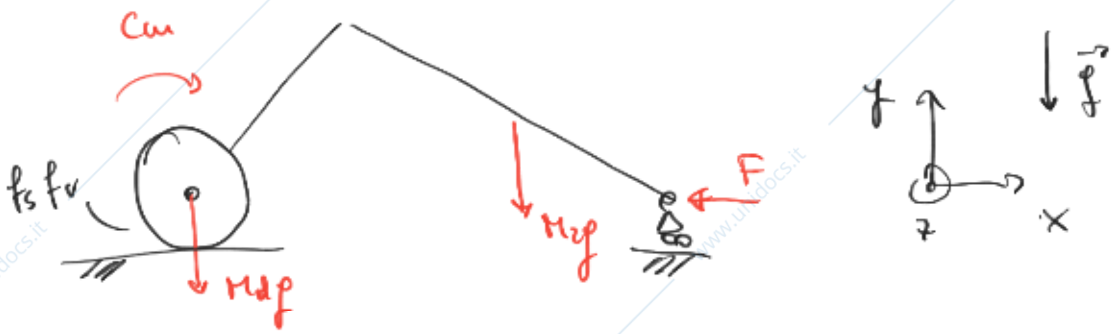
$$= v_C \vec{i} + \dot{\beta} l_{GC} \sin\beta \vec{i} - \dot{\beta} l_{GC} \cos\beta \vec{j}$$

$$= v_{Gx} \vec{i} + v_{Gy} \vec{j}$$

$$\vec{a}_G = a_C \vec{i} + \ddot{\beta} l_{GC} \sin\beta \vec{i} + \dot{\beta}^2 l_{GC} \cos\beta \vec{i} - \ddot{\beta} l_{GC} \cos\beta \vec{j} + \dot{\beta}^2 l_{GC} \sin\beta \vec{j}$$

$$= a_{Gx} \vec{i} + a_{Gy} \vec{j}$$

2)



1 $\quad \sum W = \dfrac{dE_c}{dt}$

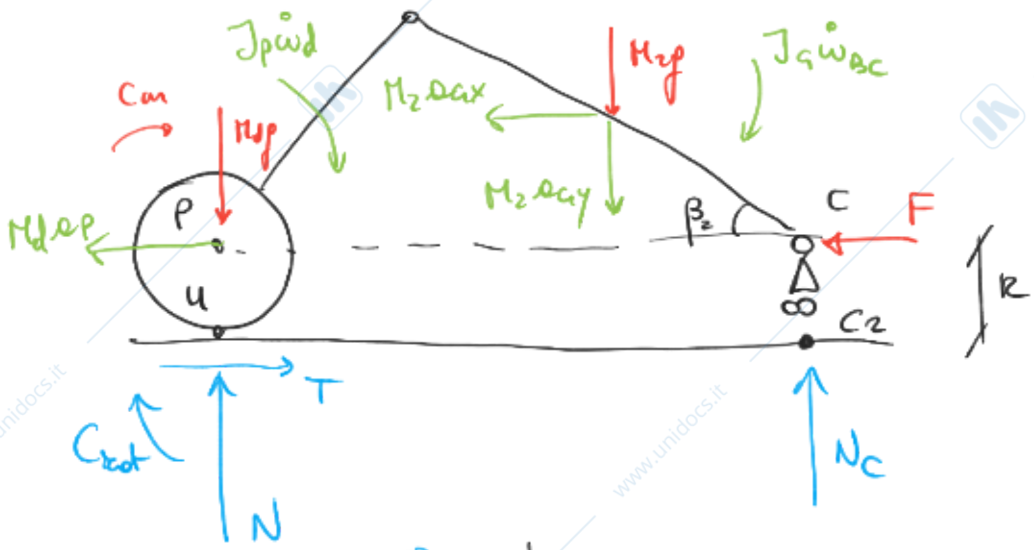
$$E_c = \frac{1}{2} M_d v_P^2 + \frac{1}{2} J_p \omega_d^2 + \frac{1}{2} M_2 v_{Gx}^2 + \frac{1}{2} M_2 v_{Gy}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_{BC}^2$$

$$\frac{dE_c}{dt} = M_d a_P v_P + J_p \dot{\omega}_d \omega_d + M_2 a_{Gx} v_{Gx} + M_2 a_{Gy} v_{Gy} + J_2 \dot{\omega}_{BC} \omega_{BC}$$

$$\sum W = \cancel{M_d \vec{g} \cdot \vec{v}_P} + M_2 \vec{g} \cdot \vec{v}_G + \vec{C}_m \cdot \vec{\omega}_d + \vec{F} \cdot \vec{v}_C - W_{rot}$$

$$= -M_2 g v_{Gy} - C_m \omega_d - F v_C - W_{rot}$$

$$W_{rot} = N u \omega_d = C_{rot} \omega_d$$



(2) $\vec{C}_{rot} = - |N| u \dfrac{\vec{\omega}_d}{|\vec{\omega}_d|}$

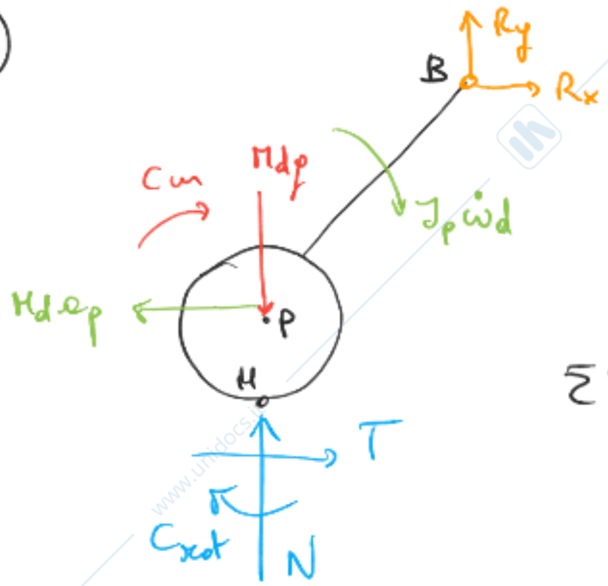
$\Sigma M_{C_2} = 0 \quad + FR + M_{2g} \ell_{GC} \cos\beta_2 + M_2 a_{Gx}(R + \ell_{GC} \sin\beta_2) +$

(3) $+ M_2 a_{Gy} \ell_{GC} \cos\beta_2 - J_G \dot{\omega}_{BC} + M_d a_p R - C_m + M_{dp} \ell_{uC_2} +$

$- J_p \dot{\omega}_d - C_{rot} - N \ell_{uC_2} = 0$

eq. (1), (2), (3) $\longrightarrow$ C_m, N, C_{rot} $\quad f(a_c)$

3)



N, C_{rot} calcolate al punto (2)

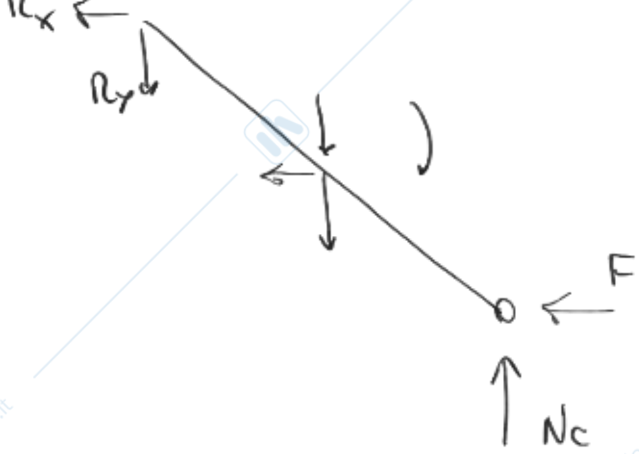
T ?

$\Sigma M_B = 0 \quad T y_B - N \ell_{BHx} - C_{rot} +$

$+ M_{dp} \ell_{BHx} - C_m - J_p \dot{\omega}_d +$

$- M_d a_p \ell_{BPy} = 0$

↳ T



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari