

# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2014-2015 prova del 05-02-2016

## Problema 1.1

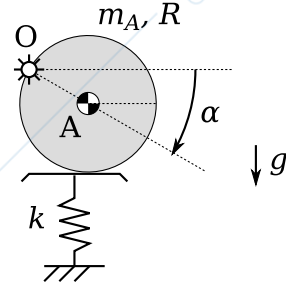
Un punto materiale si muove nel piano con velocità, espressa mediante i numeri complessi, pari a

$$\vec{v} = ve^{i\vartheta} + R\dot{\alpha}e^{i(\alpha+\pi/2)}$$

con  $v = 5 \text{ m/s}$ ,  $\vartheta = 0 \text{ rad}$  e  $R = 1 \text{ m}$ , costanti. Sapendo che  $\ddot{\alpha} = \pi \text{ rad/s}^2$ , costante, e che  $\dot{\alpha}(t=0) = 0$  e  $\alpha(t=0) = 0$ , calcolare i moduli dell'accelerazione tangenziale e normale all'istante  $t = 1 \text{ s}$ .

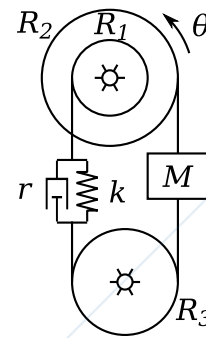
## Problema 1.2

Il sistema in figura, posto su un piano verticale, è costituito da un disco omogeneo di massa  $m_A$  e raggio  $R = 0.25 \text{ m}$ . Il disco è incernierato a terra sulla sua periferia nel punto  $O$ . Una molla di rigidità  $k = 100 \text{ N/m}$  tiene in equilibrio il sistema ad un valore  $\alpha = 30 \text{ deg}$ . La molla è indeformata per  $\alpha = 0 \text{ deg}$ . Calcolare il valore della massa  $m_A$  perchè il sistema sia in equilibrio.



## Problema 1.3

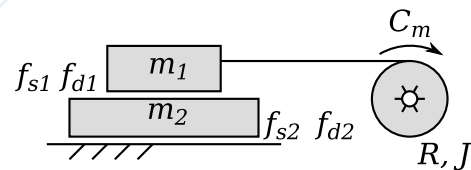
Il sistema in figura, posto nel piano orizzontale, è costituito da tre dischi incernierati a terra nel loro centro. Il disco di raggio  $R_1 = 2 \text{ m}$  è concentrico e solidale al disco di raggio  $R_2 = 4 \text{ m}$ . Il terzo disco ha raggio  $R_3 = 3 \text{ m}$ . Una massa  $M = 5 \text{ kg}$  è vincolata tramite una fune inestensibile che si avvolge senza strisciare sul disco di raggio  $R_2$  da un lato e sul disco di raggio  $R_3$  dall'altro. Un gruppo molla-smorzatore di rigidità  $k = 10 \text{ Nm}$  e smorzamento  $r = 2 \text{ Ns/m}$  è vincolato tramite una fune inestensibile che si avvolge senza strisciare sulla periferia del disco di raggio  $R_1$  da un lato e sulla periferia del disco di raggio  $R_3$  dall'altro come in figura.



Trascurando l'inerzia dei dischi, si calcoli la pulsazione propria del sistema non smorzato considerando come coordinata libera la rotazione  $\theta$  del disco (1).

## Problema 1.4

Il sistema in figura è composto da due lastre di massa  $M_1 = 15 \text{ kg}$  e  $M_2 = 10 \text{ kg}$  e di spessore trascurabili. La lastra  $M_2$  è appoggiata ad una guida orizzontale rettilinea, mentre la lastra  $M_1$  è appoggiata sopra la lastra  $M_2$ . La lastra  $M_1$  è tirata da una fune inestensibile (parallela alla guida) che si avvolge su un disco di raggio  $R = 0.1 \text{ m}$ . Siano noti inoltre i coefficienti di attrito statico e dinamico fra lastra  $M_2$  e guida ( $f_{s2} = 0.5$ ,  $f_{d2} = 0.35$ ) e il coefficiente di attrito dinamico fra lastra  $M_1$  e  $M_2$  ( $f_{d1} = 0.5$ ). Supponendo il sistema inizialmente fermo, si richiede di calcolare:



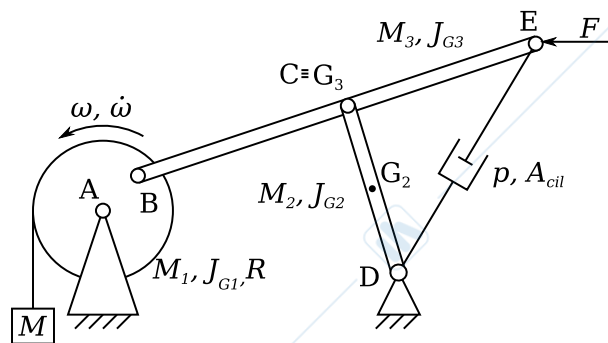
1. la coppia di incipiente movimento  $C_{m0}$  da applicare al disco al fine di trascinare le due lastre insieme (ovvero con assenza di moto relativo fra le due lastre). Si consideri trascurabile l'accelerazione del sistema.
2. il valore di attrito statico minimo  $f_{s1}$  fra le due lastre al fine di garantire il moto così come richiesto nel punto precedente.

# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2014-2015 prova del 05-02-2016

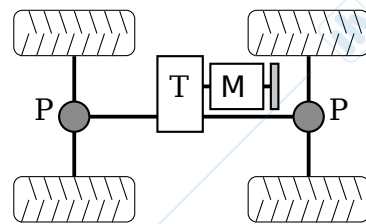
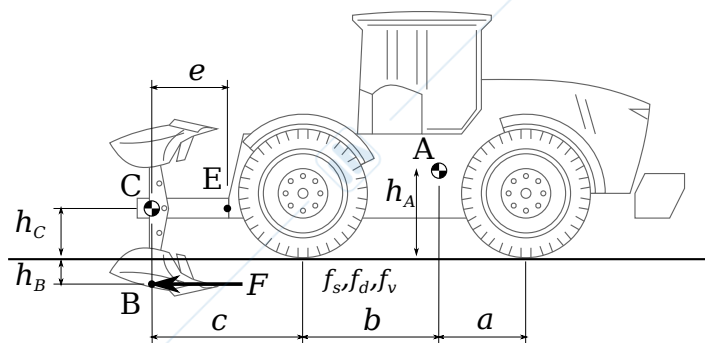
## Problema 2

Del cinematisimo in figura, posto nel piano verticale, sono note tutte le caratteristiche geometriche ed inerziali, ad eccezione della massa  $M$  appesa al disco (1). In particolare siano  $M_1, J_{G1}, M_2, J_{G2}, M_3, J_{G3}$ , masse e momenti d'inerzia rispettivamente del disco (1), dell'asta (2) e dell'asta (3); come indicato in figura si consideri il baricentro dell'asta (3) in mezzzeria all'asta e quindi coincidente con la cerniera  $C$ . All'estremità dell'asta (3) nel punto  $E$  è applicata una forza  $F$  nota sempre diretta in direzione orizzontale. Un cilindro idraulico di area  $A_{cil}$  congiunge la cerniera  $E$  con la cerniera a terra  $D$ ; all'interno del cilindro agisce una pressione  $p$ , nota. Trascurando tutti gli attriti, calcolare nella posizione assegnata:



1. velocità ed accelerazione angolari dell'asta (2), assegnate velocità ed accelerazione angolare del disco (1) come da figura;
2. il valore della massa  $M$  tale per cui si verificano le condizioni di moto assegnate
3. Le reazioni vincolari nella cerniera  $B$ .

## Problema 3



La trattoria agricola in figura ha massa  $m_A = 15000$  kg e baricentro nel punto  $A$  ( $h_A = 0.5$  m,  $a = 1$  m,  $b = 2$  m). Ad essa è collegato tramite un incastro nel punto  $E$  un aratro la cui massa è  $m_C = 500$  kg, con baricentro nel punto  $C$  ( $h_C = 0.3$  m,  $c = 2$  m). Sul vomere, applicata nel punto  $B$  ( $h_B = 0.2$  m), agisce una forza resistente  $F$  dipendente dalla velocità di avanzamento  $v$  secondo la legge  $F = c_0 + c_1 v^2$ , con  $c_0 = 1000$  N e  $c_1 = 500$  Ns<sup>2</sup>/m<sup>2</sup>. Il sistema di trasmissione è costituito da un motore  $M$  con momento d'inerzia  $J_m = 0.5$  kg m<sup>2</sup> e di caratteristica  $C_m = C_0 \left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega_s^2}\right)$  con  $C_0 = 500$  Nm e  $\omega_s = 3000$  rpm. La trasmissione  $T$  ha un rapporto di trasmissione  $\tau_c = 1/5$  ed un rendimento  $\eta_{cd} = 0.9$  e  $\eta_{cr} = 0.8$ . La trasmissione ripartisce in egual modo la coppia motrice tra l'asse anteriore e l'asse posteriore. A valle della trasmissione è presente, per ciascun asse, un differenziale  $P$  con rapporto di trasmissione  $\tau_p = 1/4$  e rendimento  $\eta_{pd} = 0.95$  e  $\eta_{pr} = 0.92$ . Le ruote del mezzo hanno raggio  $R = 0.5$  m, momento d'inerzia  $J_R = 20$  kg m<sup>2</sup> e tra esse ed il terreno vie è un coefficiente di resistenza al rotolamento pari a  $f_v = 0.4$ . L'attrito radente ha invece coefficienti statico e dinamico pari rispettivamente a  $f_s = 0.6$  e  $f_d = 0.5$ .

Si chiede di calcolare:

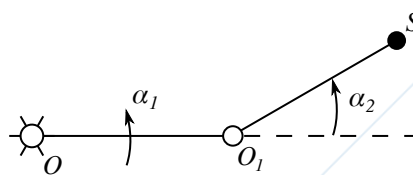
1. la coppia motrice e la velocità di avanzamento a regime;
2. l'accelerazione del veicolo quando, a partire dalla condizione di regime, il valore della costante  $c_1$  dell'espressione della forza  $F$  raddoppia istantaneamente;
3. nella condizione precedente, verificare l'aderenza delle ruote posteriori.
4. si discuta la stabilità della soluzione di regime del punto 1

# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2014-2015 prova del 19-02-2016

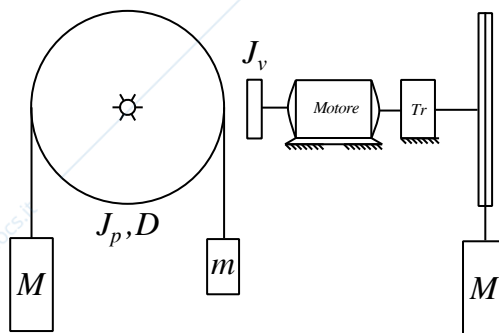
## Problema 1.1

Il sistema rappresentato in figura è composto da due aste di egual lunghezza  $L_1 = L_2 = 0.1$  m di cui sono note le rispettive leggi di moto  $\alpha_1(t) = 2\pi t$  e della rotazione relativa  $\alpha_2(t) = \alpha_1^2 + \pi t$ . Si richiede di calcolare modulo e direzione della velocità assoluta del punto S tramite una terna traslante  $X_1O_1Y_1$  posizionata nella cerniera tra le due aste all'istante temporale  $t = 3$  s.



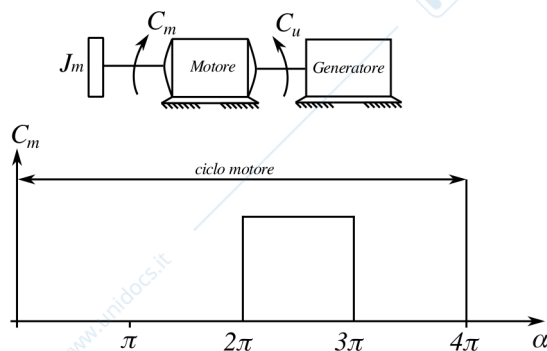
## Problema 1.2

Per l'impianto di montacarichi illustrato in figura determinare il valore della coppia frenante da applicare al volano affinché la cabina scenda con accelerazione  $a = -0.5$  ms<sup>-2</sup> nella condizione in cui il motore non eroghi coppia. I dati del sistema sono i seguenti: momenti d'inerzia  $J_v = 0.3$  kg m<sup>2</sup> e  $J_p = 3$  kg m<sup>2</sup>, massa cabina  $M = 1200$  kg, massa contrappeso  $m = 500$  kg, diametro puleggia  $D = 2$  m. Inoltre, la trasmissione è caratterizzata da un rapporto  $\tau = 1/50$  ed un rendimento diretto pari a quello retrogrado  $\eta_D = \eta_R = 0.75$ .



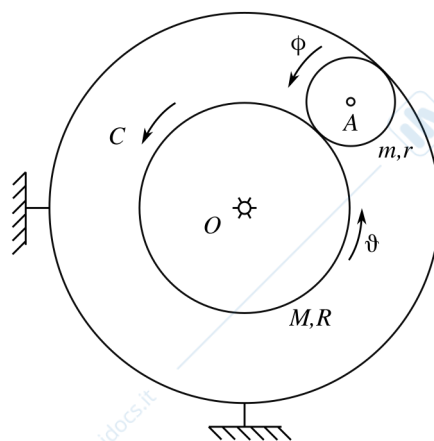
## Problema 1.3

Un motore a combustione interna, monocilindrico a 4 tempi, è collegato in presa diretta ad un generatore elettrico. La velocità di rotazione del complesso motore più generatore elettrico è  $n = 3500$  giri min<sup>-1</sup>. La coppia fornita dal motore è nulla per tutte le fasi del ciclo eccetto che nella fase di combustione dove il suo andamento è approssimato a quello illustrato in figura. Il generatore fornisce in uscita una potenza di  $W_g = 10$  kW ed il suo rendimento vale  $\eta = 0.94$ . Determinare il valore della coppia motrice ed il momento di inerzia del volano nell'ipotesi di voler ottenere un'irregolarità periodica  $i = 0.05$ .



## Problema 1.4

In un piano orizzontale un disco di massa  $M = 10$  kg e raggio  $R = 1$  m è libero di ruotare attorno al centro fisso  $O$ . Su di esso agisce una coppia  $C = -k\theta$ , dove  $\theta$  è l'angolo di rotazione del disco e  $k = 4$  N m rad<sup>-1</sup>. Un secondo disco di massa  $m = 2$  kg e raggio  $r = 0.25$  m può rotolare senza strisciare sulla periferia del primo disco e su una guida circolare fissa. Sfruttando le equazioni di Lagrange e partendo dalla condizione di quiete con  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$  rad e  $\dot{\theta}_0 = 0$  rad s<sup>-1</sup>, si richiede di calcolare il valore della rotazione  $\theta$  all'istante temporale  $t = 1$  s.



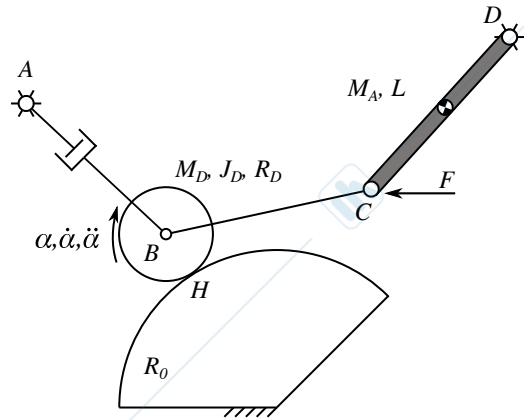
## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2014-2015 prova del 19-02-2016

### Problema 2

Il sistema meccanico rappresentato in figura viene posto nel piano verticale. Il meccanismo è composto da un pistone con sezione  $S$ , al cui interno agisce una pressione  $P$  costante, incernierato a terra in  $A$  mentre l'altro estremo è collegato tramite un'asta  $BC$  al centro di un disco in  $B$ . Il disco, di massa  $m_D$  e momento d'inerzia  $J_D$ , rotola senza strisciare su un guida circolare di raggio  $R_0$  con moto imposto  $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ . L'asta  $BC$ , priva di massa, collega a sua volta il centro del disco ad un'altra asta di massa  $m_A$  e lunghezza  $L$  tramite una cerniera in  $C$  su cui viene applicata una forza costante in modulo e direzione  $F$ . Si richiede di determinare:

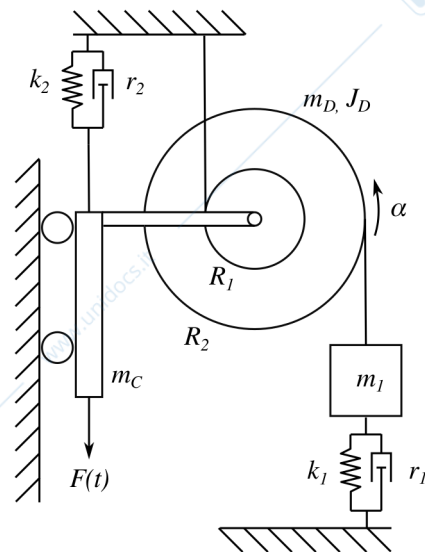
1. velocità ed accelerazione del punto  $C$ ;
2. il valore della pressione  $P$  all'interno del cilindro tale da garantire il moto imposto;
3. le reazioni vincolari nel punto di contatto  $H$ .



### Problema 3

Il meccanismo indicato in figura è posto nel piano verticale e si trova nella sua posizione di equilibrio statico. Il sistema è composto da un corpo formato da due dischi concentrici e solidali di raggio  $R_1$  e  $R_2$  e proprietà inerziali complessive  $m_D$  e  $J_D$ . Il suddetto corpo è incernierato ad un carrello di massa  $m_C$  libero di muoversi su una guida rettilinea in assenza di attrito e vincolato a terra tramite una molla di rigidità  $k_2$  e uno smorzatore  $r_2$ . Una fune è avvolta sul disco di raggio  $R_2$  e risulta collegata ad un corpo di massa  $m_1$  a sua volta vincolata a terra tramite un altro gruppo molla-smorzatore con caratteristiche  $k_1$  e  $r_1$ . La fune avvolta sul disco di raggio  $R_1$  è vincolata direttamente a terra. Si richiede:

1. l'equazione di moto del sistema utilizzando  $\alpha$  come coordinata libera;
2. di determinare lo smorzamento adimensionale e la pulsazione naturale del sistema;
3. di determinare e rappresentare graficamente l'andamento della forza trasmessa a terra dal gruppo molla-smorzatore  $k_1$ - $r_1$  al variare della pulsazione  $\Omega$  della forzante.



# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 07-07-2016

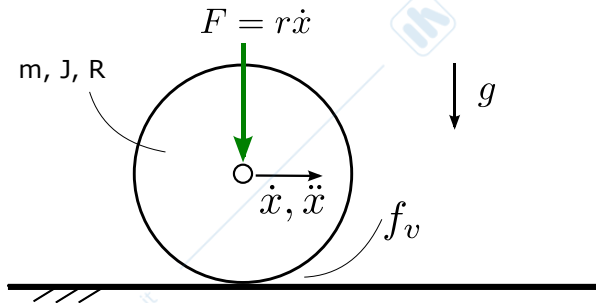
## Problema 1.1

Dati i seguenti vettori velocità  $\vec{V}$  ed accelerazione  $\vec{a}$ , calcolare i moduli delle componenti di accelerazione tangenziale e normale.

$$\begin{cases} \vec{V} = -2\vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 0.5\vec{j} \end{cases}$$

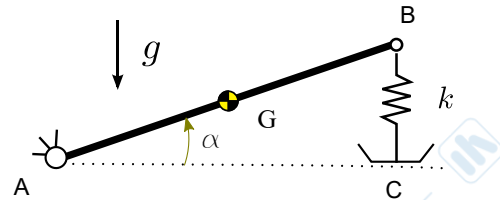
## Problema 1.2

Un disco omogeneo rotola senza strisciare lungo un piano orizzontale, con velocità del centro del disco  $\dot{x}$ . Il disco è soggetto alla forza peso, ad una forza  $F$  (proporzionale a  $\dot{x}$ ) ed alla resistenza al rotolamento (coefficiente di attrito volvente  $f_v$ ). Noti massa  $m = 10$  kg,  $R = 1$  m,  $f_v = 0.01$ ,  $r = 3$  N/(m/s), scrivere l'equazione di moto e calcolare l'istante di tempo  $\bar{t}$  in cui  $\dot{x} = 0$  m/s, considerando che  $\dot{x}(t = 0s) = 5$  m/s.



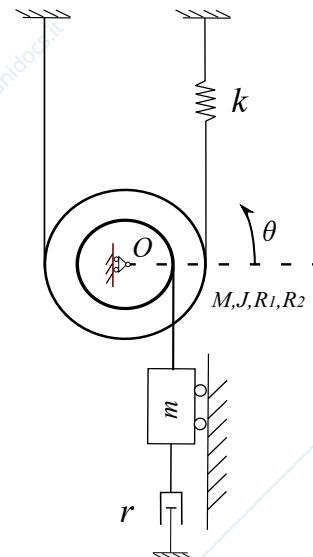
## Problema 1.3

Il sistema rappresentato in figura, posto su un piano verticale, è in equilibrio statico. Esso è costituito da un'asta di massa  $m$  incernierata a terra in A e collegata ad una molla verticale in B. La molla è collegata a terra in C mediante un pattino. Usando il PLV o le equazioni Lagrange, calcolare la lunghezza della molla indeformata  $\ell_0$  (molla scarica) affinché  $\alpha$  sia uguale a 30 deg nella posizione di equilibrio. Usare i seguenti dati  $AB = 1$  m,  $AG = AB/2$ ,  $k = 100$  N/m,  $m = 5$  kg.



## Problema 1.4

Il sistema vibrante, posto su un piano orizzontale, rappresentato in figura, è costituito da una coppia di dischi concentrici e solidali tra loro, vincolati a terra mediante un carrello in O (raggio minore  $R_1 = 0.5m$ , raggio maggiore  $R_2 = 1m$ , massa complessiva  $M = 5kg$  e momento di inerzia baricentrico  $J = 5 kgm^2$ ). Sul disco di raggio maggiore  $R_2$  si avvolge una fune inestensibile di massa trascurabile che all'estremità di sinistra è vincolata a terra, mentre all'estremità di destra è collegata ad un elemento elastico di costante  $k = 150N/m$ , a sua volta collegato a terra. Sul disco di raggio minore  $R_1$  si avvolge una seconda fune inestensibile e di massa trascurabile, che è collegata ad una massa  $m = 5kg$  vincolata a traslare su traiettoria rettilinea. La massa è quindi vincolata a terra per mezzo di uno smorzatore viscoso di costante  $r = 15Ns/m$ . Definire la legge di moto libero del sistema  $\theta(t)$  partendo da condizioni iniziali  $\theta(t = 0) = \pi/3$  e  $\dot{\theta}(t = 0) = 0$ , e disegnarla qualitativamente

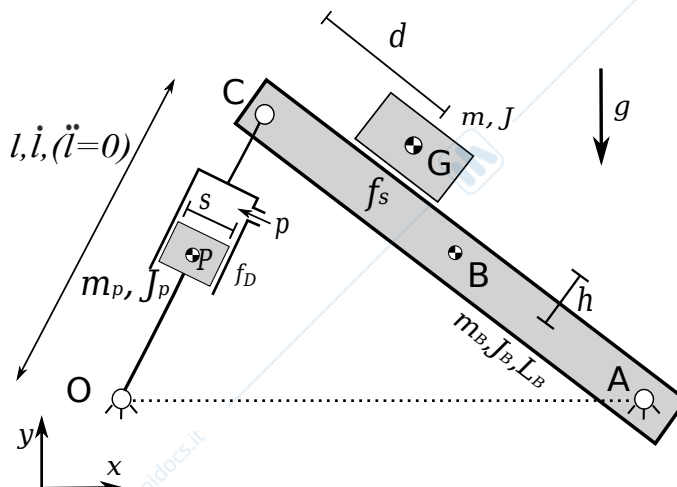


# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 07-07-2016

## Problema 2

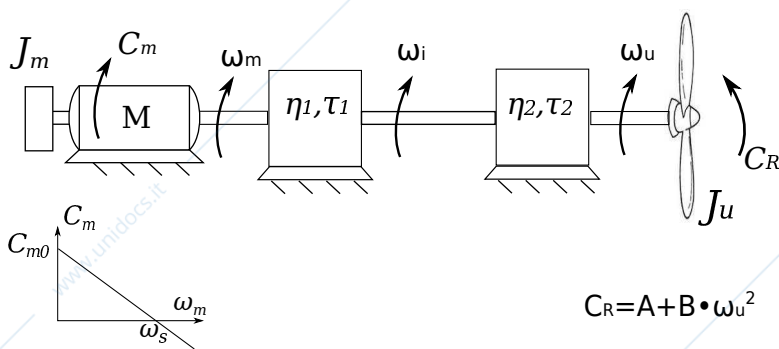
Il sistema meccanico illustrato in figura giace in un piano verticale. Il corpo rigido di massa  $m_B$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_B$ , e lunghezza  $L_B$  è incernierato a terra nel punto A. L'estremo opposto C è incernierato all'estremità di un attuatore idraulico, che all'istante rappresentato in figura ha velocità di sfilo pari ad  $\dot{l}$ . Si consideri trascurabile la massa del cilindro, mentre la massa del pistone sia pari ad  $m_P$ , ed il suo momento di inerzia baricentrico  $J_P$ . Il diametro del pistone, di dimensione non trascurabile, è pari ad  $s$ . Sia  $f_D$  il coefficiente di attrito radente tra cilindro e pistone. Sul corpo di massa  $m_B$  è appoggiata una massa  $m$ , di baricentro G e momento di inerzia baricentrico  $J$ . Sia  $f_S$  il coefficiente di attrito statico tra le due superfici a contatto.



Ritenendo note tutte le grandezze geometriche e le grandezze di posizione del sistema nell'atto di moto considerato, si chiede di:

1. determinare i vettori velocità ed accelerazione del baricentro G nel caso in cui sia soddisfatta la condizione di aderenza tra i corpi di massa  $m$  ed  $m_B$ ;
2. determinare la pressione  $p$  interna al cilindro che garantisce il moto assegnato, nell'ipotesi in cui  $f_d = 0$  e sia soddisfatta la condizione di aderenza tra i corpi di massa  $m$  ed  $m_B$ ;
3. verificare l'aderenza della massa  $m$ ;
4. determinare come varia la pressione  $p$  calcolata al punto 2, nell'ipotesi in cui vi sia attrito radente  $f_d \neq 0$  (N.B. considerare il vincolo tra pistone e cilindro come un singolo pattino).

## Problema 3



$J_u$	$5Kg \cdot m^2$
$J_m$	$10Kg \cdot m^2$
$C_0$	$20Nm$
$\omega_s$	$40rad/s$
A	$2Nm$
B	$0.2Nm \cdot s^2$
$\tau_1$	0.6
$\tau_2$	0.5
$\eta_{D1}$	0.8
$\eta_{R1}$	0.7
$\eta_{D2}$	0.85
$\eta_{R2}$	0.75

Il sistema MTU in figura è costituito da un motore di caratteristica lineare  $C_m(\omega_m) = C_0(1 - \omega_m/\omega_s)$  ed un utilizzatore che genera una coppia resistente funzione quadratica della velocità angolare  $C_R = A + B\omega_u^2$  (la coppia resistente  $C_R$  ha sempre verso opposto alla velocità di rotazione). Motore e utilizzatore sono collegati da un doppio stadio di trasmissione con rapporti di trasmissione  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , rendimenti diretto  $\eta_{D1}$  e  $\eta_{D2}$  e retrogrado  $\eta_{R1}$ ,  $\eta_{R2}$ . Considerando i dati numerici in tabella, e discutendo per ciascun punto la condizione di moto diretto o retrogrado, si calcolino:

1. la velocità di regime;
2. l'accelerazione  $\omega_m$ , nell'ipotesi di annullare istantaneamente la coppia motrice  $C_m$  a partire dalla velocità di regime precedentemente calcolata (con l'inerzia  $J_m$  che rimane collegata);
3. con riferimento alla condizione di moto del punto 2, il momento torcente (azione interna)  $C^*$  dell'albero tra le due trasmissioni, che ruota con velocità angolare  $\omega_i$ .

# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 21-07-2016

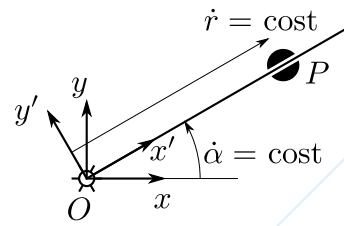
## Problema 1.1

Una massa puntiforme (punto  $P$ ) si muove lungo un'asta priva di massa che ruota intorno ad una cerniera in  $O$ . Note  $\alpha$  ed  $r$  e le loro derivate, calcolare:

- l'accelerazione del punto  $P$  e disegnarla;
- la potenza delle forze d'inerzia.

$$\alpha = 30 \text{ deg}, \dot{\alpha} = 2 \text{ rad/s}, \ddot{\alpha} = 0 \text{ rad/s}^2$$

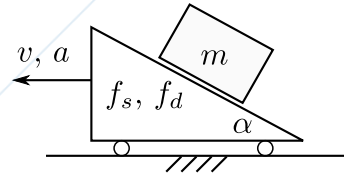
$$r = 0.5 \text{ m}, \dot{r} = 0.3 \text{ m/s}, \ddot{r} = 0 \text{ m/s}^2, m = 10 \text{ kg}$$



## Problema 1.2

Il sistema rappresentato in figura, posto nel piano verticale, è costituito da un cuneo che scorre lungo una guida orizzontale scabra. Sul piano inclinato del cuneo è appoggiata una massa  $m$ . Nota la velocità  $v$  e l'accelerazione  $a$  del cuneo, calcolare:

- il coefficiente d'attrito statico  $f_s$  perchè la massa  $m$  non slitti.
- l'accelerazione della massa  $m$  nel momento in cui slitti e il coefficiente di attrito dinamico sia  $f_d$



$$m = 2 \text{ kg},$$

$$\alpha = 30 \text{ deg},$$

$$v = 1 \text{ m/s},$$

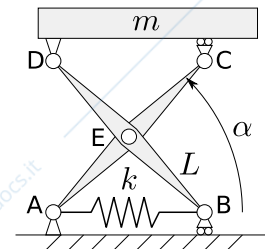
$$a = 5 \text{ m/s}^2,$$

$$f_d = 0.2$$

## Problema 1.3

Il meccanismo a pantografo in figura, posto nel piano verticale, è costituito da due aste di massa trascurabile di lunghezza  $L$  incernierate tra loro in mezzeria in  $E$ . Una molla di rigidità  $k$  collega l'estremo incernierato in  $A$  con l'estremo  $B$  collegato tramite un carrello ad una guida orizzontale. La parte superiore del meccanismo è costituita da una massa  $m$  incernierata in  $D$  all'asta  $BD$  e collegata tramite un carrello in  $C$  all'asta  $AC$ . Calcolare  $k$  tale che il sistema si trovi nella configurazione di equilibrio statico per  $\alpha_0 = \pi/4 \text{ rad}$ .

$$L = 2 \text{ m}, m = 5 \text{ kg}, l_0 = L/2$$

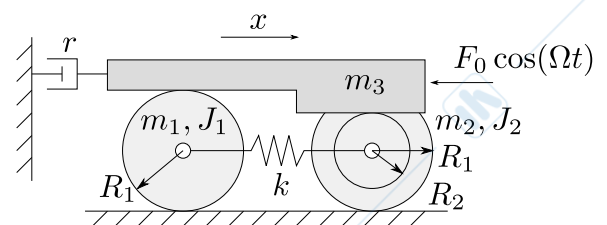


## Problema 1.4

Il sistema di corpi rigidi in figura è posto nel piano verticale. Questo è composto da due dischi omogenei di massa  $m_1$  e  $m_2$ . Il disco 1 ha raggio  $R_1$  mentre il disco 2 ha raggio maggiore  $R_1$  e raggio minore  $R_2$  che rotolano senza strisciare su una guida orizzontale. I centri dei due dischi sono collegati da una molla di rigidità  $k$ . Sopra i dischi poggia una massa  $m_3$  in contatto di rotolamento senza strisciamento. La massa  $m_3$  è collegata a terra tramite uno smorzatore di coefficiente di smorzamento  $r$ . Calcolare modulo e fase della risposta a regime del sistema dovuta alla forzante armonica  $F$  applicata alla massa  $m_3$ .

$$m_1 = m_2 = m_3 = m = 10 \text{ kg}, J_1 = J_2 = 0.1 \text{ kg m}^2, R_1 = 0.7 \text{ m}, R_2 = R_1/2,$$

$$k = 200 \text{ N/m}, r = 5 \text{ Ns/m}, F_0 = 2 \text{ N}, \Omega = 15 \text{ rad/s}$$



# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

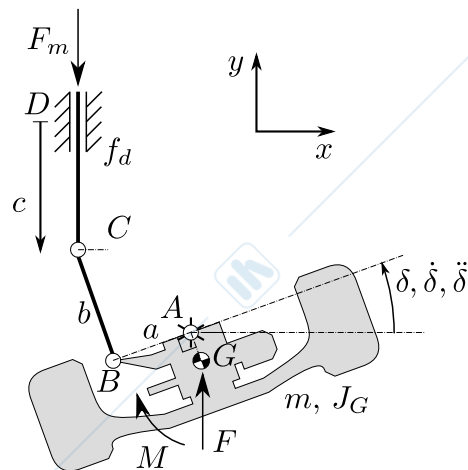
Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 21-07-2016

## Problema 2

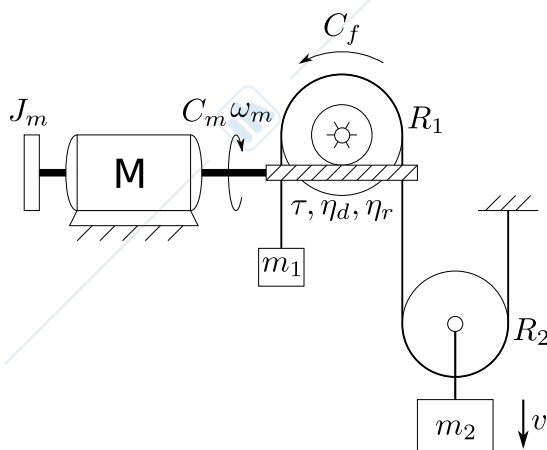
Il sistema meccanico in figura, posto nel piano orizzontale, rappresenta il sistema di sterzo di un veicolo. Esso è composto dal gruppo ruota di massa  $m$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_G$  che è incernierato al telaio nel punto  $A$ ; su di esso sono applicate una forza  $F$  e un momento  $M$  noti. Il vettore  $(G-A)$  è perpendicolare al vettore  $(A-B)$  e lungo  $g$ . Il gruppo ruota è poi incernierato in  $B$  al braccetto di sterzo, di massa trascurabile, che è poi incernierato in  $C$  alla cremagliera, anch'essa di massa trascurabile. La cremagliera scorre in un manicotto  $D$  con coefficiente di attrito dinamico  $f_d$ .

Considerando nota la posizione del sistema e utilizzando la coordinata libera  $\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}$ , si richiede:

1. l'equazione che lega lo spostamento della cremagliera  $c$  alla rotazione  $\delta$ ;
2. la velocità e l'accelerazione del punto  $C$ ;
3. la forza  $\vec{F}_m$  che garantisce il moto assegnato del sistema;
4. le reazioni vincolari della cerniera  $B$ .



## Problema 3



$$\begin{aligned}
 m_2 &= 50 \text{ kg} \\
 m_1 &= 10 \text{ kg} \\
 R_1 &= 0.6 \text{ m} \\
 R_2 &= 0.2 \text{ m} \\
 \eta_d &= 0.9 \\
 \eta_r &= 0.75 \\
 J_1 &= 1 \text{ kg m}^2 \\
 J_m &= 0.1 \text{ kg m}^2 \\
 \tau &= 1/10
 \end{aligned}$$

La macchina in figura è composta da un motore di inerzia  $J_m$  e coppia motrice  $C_m = C_0 \left(1 - \frac{\omega_m}{\omega_s}\right)$ . Il motore è collegato ad una trasmissione di rapporto di trasmissione  $\tau$  e rendimento diretto e retrogrado rispettivamente  $\eta_d$  e  $\eta_r$ . Alla trasmissione è calettata una puleggia di raggio  $R_1$  su cui si avvolge senza strisciare una fune inestensibile che sorregge da un lato la massa  $m_1$  e dall'altro si avvolge senza strisciare su una seconda puleggia, di massa trascurabile, di raggio  $R_2$  per poi vincolarsi a terra all'estremo opposto di tale puleggia. Al centro della puleggia 2 è vincolata tramite una fune inestensibile una massa  $m_2$ .

Si chiede di calcolare:

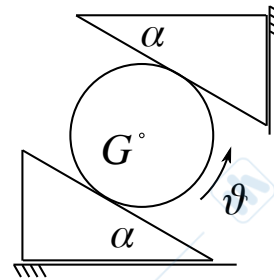
1. supponendo il sistema fermo e il motore spento, calcolare la coppia frenante  $C_f$ , applicata alla puleggia 1, che tiene in equilibrio il sistema;
2. l'accelerazione della massa  $m_2$  quando, sempre a motore spento, viene rilasciato il freno ( $C_f = C_m = 0$ ), discutere in maniera esaustiva la condizione di moto;
3. la velocità della massa  $m_2$  dopo 5 secondi a partire dalla condizione precedente;
4. la coppia del motore  $C_m$  necessaria a frenare la massa  $m_2$  con una decelerazione di  $1 \text{ m/s}^2$ .

# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 06-09-2016

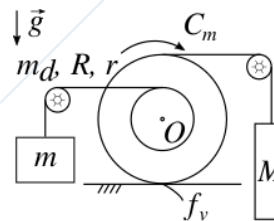
## Problema 1.1

Per il sistema rappresentato in figura, verificare che abbia un grado di libertà sapendo che il disco, con raggio  $R = 1$  m, rotola senza strisciare lungo i piani inclinati ( $\alpha = 30^\circ$ ) di due triangoli rettangoli. Esprimere inoltre la velocità del centro del disco  $G$  e la velocità del triangolo superiore in funzione della velocità del triangolo inferiore sapendo che  $\dot{\vartheta} = 2 \text{ rad s}^{-1}$ .



## Problema 1.2

La coppia esterna  $C_m$  è applicata ad un disco la cui massa  $m_d$  è uniformemente distribuita. Tramite due funi inestensibili, sul raggio esterno  $R$  è collegata una massa  $M$  mentre sul raggio interno  $r$  è collegata una massa  $m$ . In presenza di attrito volvente  $f_v$ , calcolare l'accelerazione allo spunto del centro del disco.

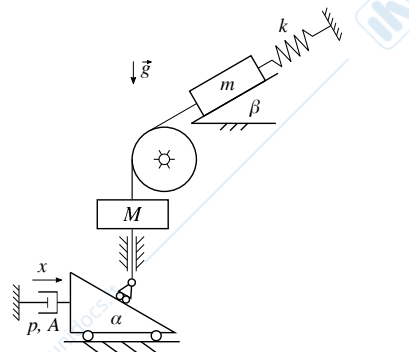


$$C_m = 50 \text{ N m} \quad M = 100 \text{ kg} \quad m = 20 \text{ kg} \quad m_d = 50 \text{ kg} \quad f_v = 0.01 \quad R = 0.75 \text{ m} \quad r = R/2$$

## Problema 1.3

L'impianto di sollevamento riportato in figura presenta un attuttore idraulico che attraverso un sistema di trasmissione permette di movimentare la massa  $m$ . Considerando la molla scarica nella configurazione riportata, si richiede di determinare la posizione del cilindro ( $A = 0.01 \text{ m}^2$ ) per cui il sistema risulti in equilibrio statico.

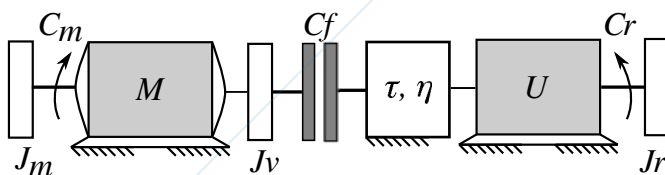
$$M = 100 \text{ kg} \quad m = 1000 \text{ kg} \quad k = 10 \text{ kN m}^{-1} \\ p = 10 \text{ bar} \quad \alpha = 40^\circ \quad \beta = 20^\circ$$



## Problema 1.4

Un motore elettrico, sul cui albero vengono calettati due volani di caratteristiche  $J_m$  e  $J_v$ , parte da fermo e raggiunge la velocità angolare  $\omega_{m0}$ . Nell'istante in cui  $\omega_m = \omega_{m0}$ , viene innestata la frizione che fornisce una coppia costante  $C_f$  azionando così, tramite una trasmissione meccanica ( $\tau, \eta$ ), il lato utilizzatore che presenta un'inerzia  $J_r$  ed una coppia resistente costante  $C_r$ . Sapendo che il motore eroga una coppia costante  $C_m$ , si richiede di calcolare:

1. il tempo della fase di transitorio di innesto della frizione e diagrammare le velocità angolari;
2. l'energia dissipata per attrito della frizione.



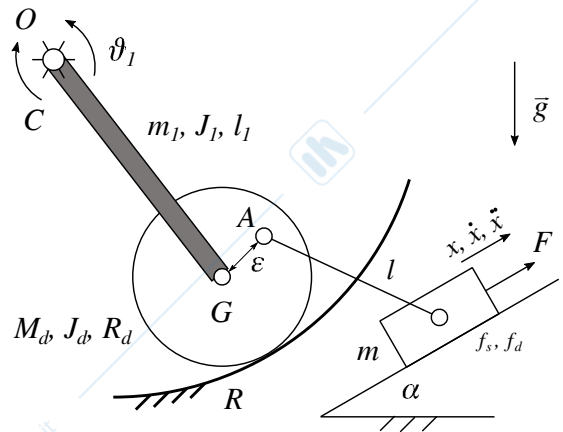
$$\omega_0 = 25 \text{ rad/s} \quad J_m = J_v = 0.5 \text{ kg m}^2 \\ C_m = 75 \text{ N m} \quad C_f = 100 \text{ N m} \\ C_r = 30 \text{ N m} \quad J_r = 2 \text{ kg m}^2 \\ \eta = 0.95 \quad \tau = 0.3$$

## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 06-09-2016

### Problema 2

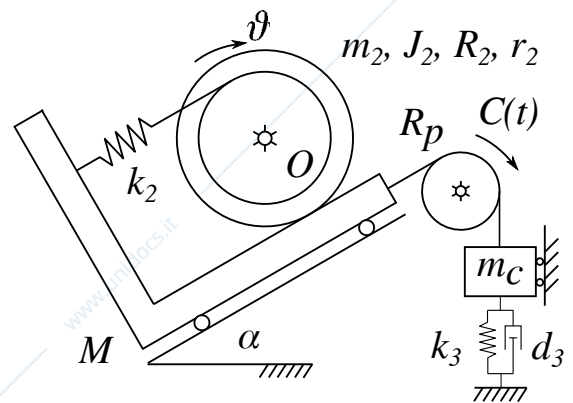
Il sistema meccanico riportato in figura è composto da una slitta di massa  $m$  posta su un piano inclinato con angolo pari ad  $\alpha$  e coefficienti di attrito statico  $f_s$  e dinamico  $f_d$  ed è soggetta ad una forza  $F$  diretta parallelamente al piano. Il disco omogeneo di massa  $M_d$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_d$  e raggio  $R_d$  che giace su una guida circolare di raggio  $R$  in condizioni di puro rotolamento, è collegato alla slitta tramite un'asta priva di massa e lunghezza  $l$  con una cerniera collocata ad una distanza  $\epsilon$  dal centro del disco. Un'asta di massa  $m_1$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_1$  e lunghezza  $l_1$  collega la cerniera in  $G$  ad un'altra cerniera a terra in  $O$  su cui è applicata una coppia  $C$  nota. Considerando noti tutti i parametri geometrici rispetto alla configurazione riportata in figura, si determinino:



1.  $\vartheta_1$ ,  $\dot{\vartheta}_1$  e  $\ddot{\vartheta}_1$  della manovella  $\overline{OG}$  considerando noto il moto della slitta;
2. la forza  $F$  necessaria a garantire il moto della slitta in assenza di attrito;
3. la forza  $F$  necessaria a garantire il moto della slitta in presenza di attrito;
4. calcolare le reazioni vincolari nella cerniera  $A$ .

### Problema 3

Il sistema rappresentato in figura giace nel piano orizzontale. Un disco, di massa  $m_2$  e momento d'inerzia  $J_2$  incernierato a terra in  $O$ , rotola senza strisciare su un carrello di massa  $M$  libero di muoversi lungo un piano inclinato  $\alpha = 30^\circ$  ed a sua volta collegato tramite una molla di rigidità  $k_2$  al suddetto disco di raggio esterno  $R_2$  e raggio interno  $r_2$ . Inoltre, una fune inestensibile collega il carrello ad una puleggia di massa trascurabile e raggio  $R_p$  su cui viene applicata una coppia esterna  $C(t)$ . La puleggia movimentata la massa  $m_c$  vincolata a terra tramite un gruppo molla-smorzatore di rigidità  $k_3$  e viscosità  $d_3$ .



Considerando  $\vartheta$  la variabile libera, si richiede di:

1. scrivere l'equazione di moto del sistema forzato sapendo che  $C(t) = C_0 e^{i\Omega t}$ ;
2. determinare il valore dello smorzatore  $d_3$  affinché il sistema risulti critico, noti i valori di:

$$M = 10 \text{ kg} \quad m_2 = 3 \text{ kg} \quad J_2 = 0.1 \text{ kg m}^2 \quad m_c = 2 \text{ kg} \quad R_p = 0.2 \text{ m} \\ R_2 = 1 \text{ m} \quad r_2 = 0.7 \text{ m} \quad k_2 = 100 \text{ N m}^{-1} \quad k_3 = 200 \text{ N m}^{-1}$$

3. determinare la risposta del sistema libero e rappresentarla qualitativamente date le condizioni iniziali  $\vartheta(t=0) = -\pi \text{ rad}$  e  $\dot{\vartheta}(t=0) = 0 \text{ rad s}^{-1}$ .

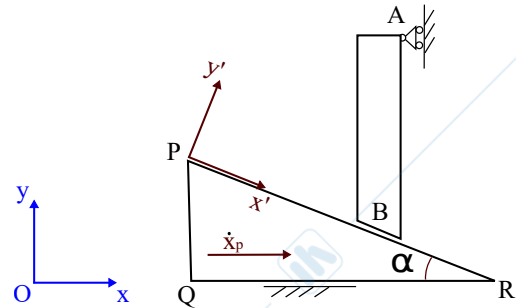
# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 20-09-2016

## Problema 1.1

Un cuneo PQR, con piano inclinato di  $\alpha$ , trasla a velocità assoluta costante  $\dot{x}_P = 2m/s$ . Il perno AB trasla in verticale ed è vincolato al cuneo mediante un pattino in B, e a terra attraverso un carrello in A. Noto l'angolo  $\alpha=30$  deg, si chiede di:

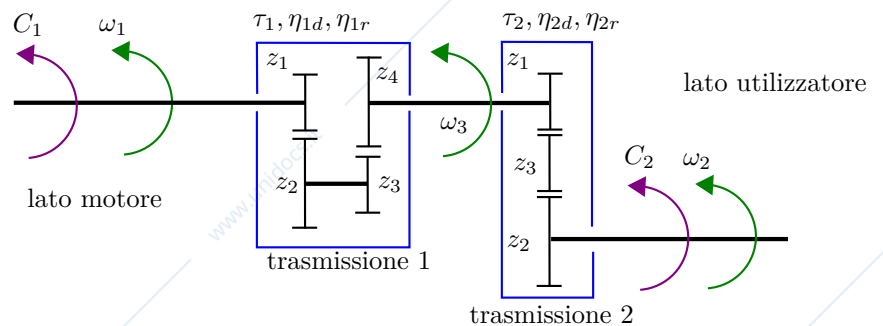
- usando il teorema dei moti relativi, calcolare la velocità relativa (rispetto alla terna traslante  $Px'y'$ ) e la velocità assoluta del perno AB.



## Problema 1.2

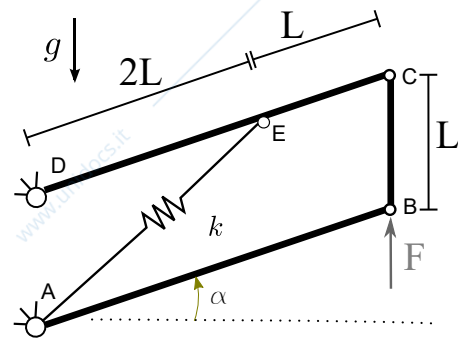
Lo schema in figura rappresenta due trasmissioni collegate in serie tra loro. La trasmissione 1 è costituita da un treno composto di 4 ruote dentate a proporzionamento modulare, di cui è noto il numero di denti di ciascuna ruota  $z$ . Essa è caratterizzato da un rapporto di trasmissione  $\tau_1$ , e da rendimenti diretti e retrogrado  $\eta_{1d}$  e  $\eta_{1r}$ . La trasmissione 2 è costituita da un treno semplice di 3 ruote dentate a proporzionamento modulare, di cui è noto il numero di denti di ciascuna ruota  $z$ . La trasmissione 2 è caratterizzato da un rapporto di trasmissione  $\tau_2$ , e da rendimenti diretti e retrogrado  $\eta_{2d}$  e  $\eta_{2r}$ . Si chiede di:

- determinare i rapporti di trasmissione  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , ed il rapporto di trasmissione complessivo  $\tau = \omega_2/\omega_1$ , noti  $z_1 = 18$ ,  $z_2 = 33$ ,  $z_3 = 19$ ,  $z_4 = 35$ ;



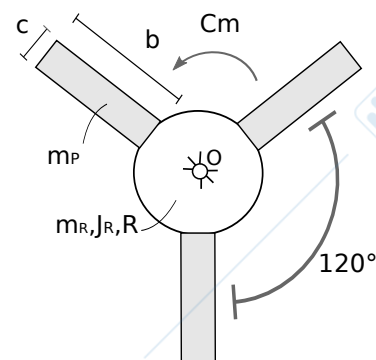
## Problema 1.3

Il sistema rappresentato in figura, posto su un piano verticale, è in equilibrio statico. Esso è costituito da parallelogrammo articolato formato da aste di massa trascurabile. Il parallelogrammo è incernierato a terra in A e D, e una molla collega i punti A ed E del meccanismo. Noto che la molla è indeformata per un angolo  $\alpha = 0$ , calcolare la costante elastica della molla  $k$  che garantisce la posizione di equilibrio statico del sistema per  $\alpha = 30^\circ$ . Usare i seguenti dati  $L = 1$  m,  $F = 10$  N.



## Problema 1.4

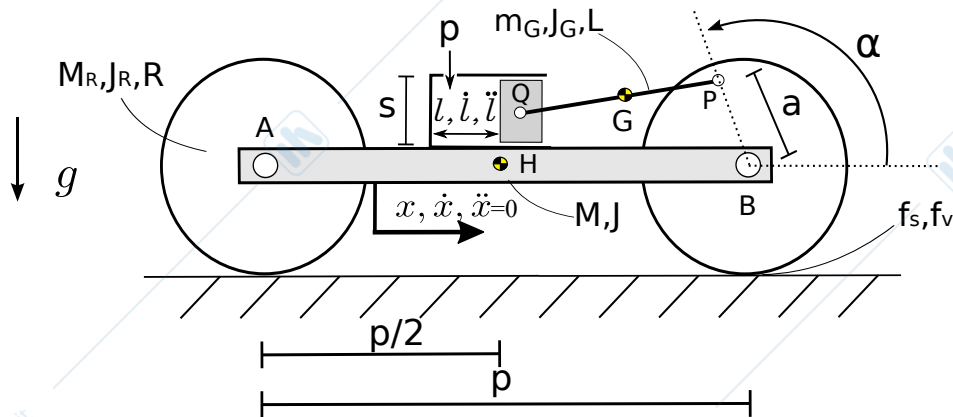
Il sistema rappresentato in figura è un ventilatore industriale a tre pale. Esso è formato da un mozzo centrale circolare di massa  $m_R = 10kg$ , omogeneamente distribuita su un raggio  $R = 0.5m$ . Al mozzo centrale, vincolato a terra con un cerniera nel suo centro O, sono collegate tre pale identiche, schematizzabili come rettangoli omogenei di massa  $m_P = 3kg$ , lato lungo  $b = 1m$  e lato corto  $c = 0.3m$ . Calcolare il momento di inerzia dell'intero ventilatore rispetto al polo O e trovare l'accelerazione del sistema a seguito dell'applicazione della coppia motrice  $C_m = 5Nm$  con verso in figura.



# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 20-09-2016

## Problema 2

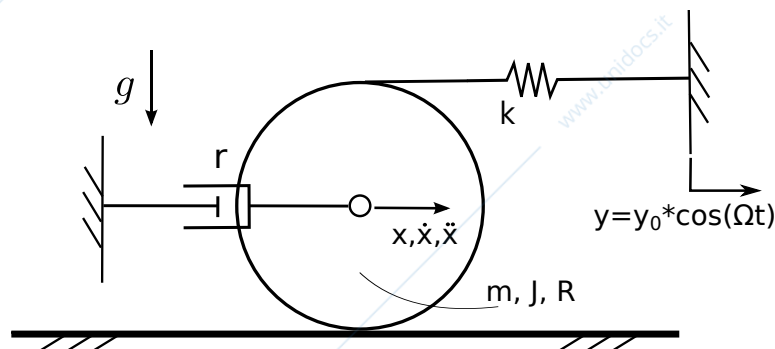


Il sistema meccanico illustrato in figura giace in un piano verticale. Esso è formato da un telaio AB con baricentro in H, massa  $M$  e momento di inerzia baricentrico  $J$ . Il telaio è collegato a due ruote di raggio  $R$ , massa  $M_R$  e momento di inerzia baricentrico  $J_R$ . Il contatto tra ruote e suolo è caratterizzato da assenza di strisciamento con coefficiente di attrito statico  $f_s$ . Si consideri inoltre la resistenza al rotolamento con coefficiente  $f_v$ . Il sistema è movimentato da un attuatore idraulico, solidale al telaio, tramite un manovellismo ordinario la cui biella è un'asta omogenea con baricentro in G, lunghezza  $L$ , massa  $m_G$  e momento di inerzia baricentrico  $J_G$ , (si consideri il pistone di massa trascurabile ed il contatto tra pistone e cilindro privo di attrito).

Nell'atto di moto rappresentato in figura, nota posizione del sistema  $x$ , l'angolo di manovella  $\alpha$ , note tutte le dimensioni, le masse e le inerzie, la velocità  $\dot{x}$  e l'accelerazione  $\ddot{x} = 0$  del telaio si chiede di:

1. determinare i vettori velocità ed accelerazione assoluta del punto Q;
2. determinare la pressione  $p$  interna al cilindro che garantisce il moto assegnato;
3. determinare le reazioni vincolari alla cerniera Q che collega biella e pistone;

## Problema 3



Il sistema in figura è costituito da un disco che rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Al disco omogeneo di raggio  $R = 2m$ , massa  $m = 1\text{kg}$  e momento di inerzia baricentrico  $J$  sono collegate una molla di costante elastica  $k = 100\text{N/m}$  indeformata per  $x = 0$  ed un smorzatore con coefficiente di smorzamento  $r = 5\text{Ns/m}$ . Si chiede di:

1. scrivere l'equazione di moto del sistema rispetto alla coordinata libera  $x$ , considerando che è presente un cedimento di vincolo imposto  $y(t)$  all'estremo della molla;
2. calcolare pulsazione propria e smorzamento adimensionale del sistema;
3. calcolare l'ampiezza a regime del moto del sistema a seguito del moto di vincolo  $y = y_0 * \cos(\Omega t)$  con  $y_0 = 0.1\text{m}$  e  $\Omega = 10\text{rad/s}$ .
4. calcolare l'ampiezza della forza trasmessa a terra a regime dallo smorzatore  $r$ .