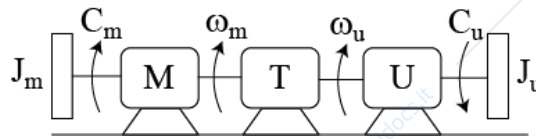


MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 03-07-2013

**Problema N. 1.1**

Il sistema MTU in figura è costituito da un motore di caratteristica lineare  $C_m = C_0 \left(1 - \frac{\omega_m}{\omega_0}\right)$ , con  $C_0=500$  Nm e  $\omega_0=300$  rad/s e da un utilizzatore su cui è applicata una coppia resistente  $C_u=500\omega_u$ . Sapendo che la trasmissione è caratterizzata da un rendimento  $\eta=0.8$  e da un rapporto di trasmissione  $\tau=1/10$  calcolare la velocità angolare del motore a regime e la potenza erogata dal motore a regime. I momenti di inerzia sul lato motore e sul lato utilizzatore sono assegnati e pari rispettivamente a:  $J_m=10$  kgm<sup>2</sup> e  $J_u=50$  kgm<sup>2</sup>.



**Problema N. 1.2**

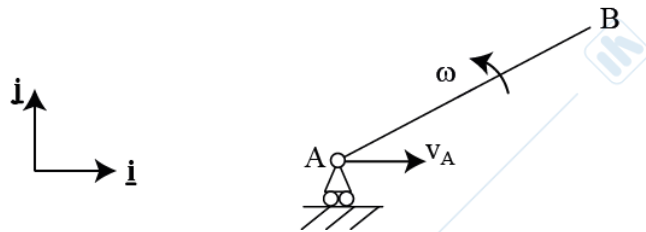
Calcolare i vettori velocità  $\underline{v}_B$  ed accelerazione  $\underline{a}_B$  del punto B nell'istante considerato, noti:

$$\underline{v}_A = 5 \underline{i} \quad [m/s]$$

$$\underline{a}_A = 0 \quad [m/s^2]$$

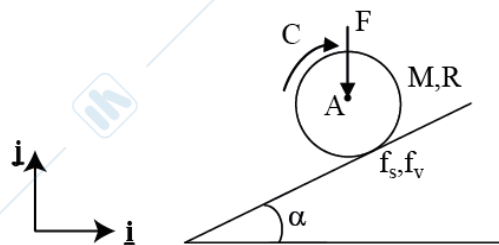
$$\underline{\omega} = 3 \underline{k} = \cos t \quad [rad/s]$$

$$(B-A) = \sqrt{3}/2 \underline{i} + 1/2 \underline{j} \quad [m]$$



**Problema N. 1.3**

Il disco in figura, posto nel piano verticale, rotola senza strisciare su un piano inclinato di angolo  $\alpha=\pi/6$ . Siano noti i valori del coefficiente di resistenza al rotolamento  $f_V=0.01$ , della forza  $F$  applicata al centro del disco  $F=-200\underline{i}$  [N] e del momento  $C=100\underline{k}$  [Nm]. Si determini il modulo dell'accelerazione del centro del disco A e si verifichi l'aderenza del disco stesso considerando un coefficiente di attrito statico  $f_s=1.2$ . Il disco è uniforme, ha raggio  $R=0.3$  m e massa  $M=30$  kg.

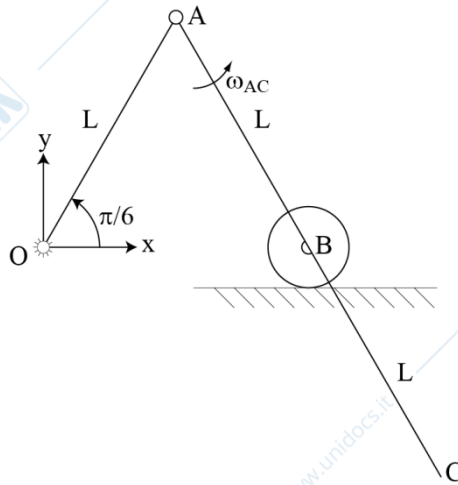


**Problema N. 1.4**

Dato il meccanismo in figura, per cui è assegnata la velocità angolare dell'asta AC  $\underline{\omega}_{AC}=2 \underline{k}$  [rad/s] e la lunghezza  $AC=2L=2$  m, individuare la posizione del centro di istantanea rotazione dell'asta

MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 03-07-2013

stessa e, tramite esso, scrivere le componenti del vettore  $\underline{v}_C$  velocità del punto C. Si noti che  $OA=AB=L$ .

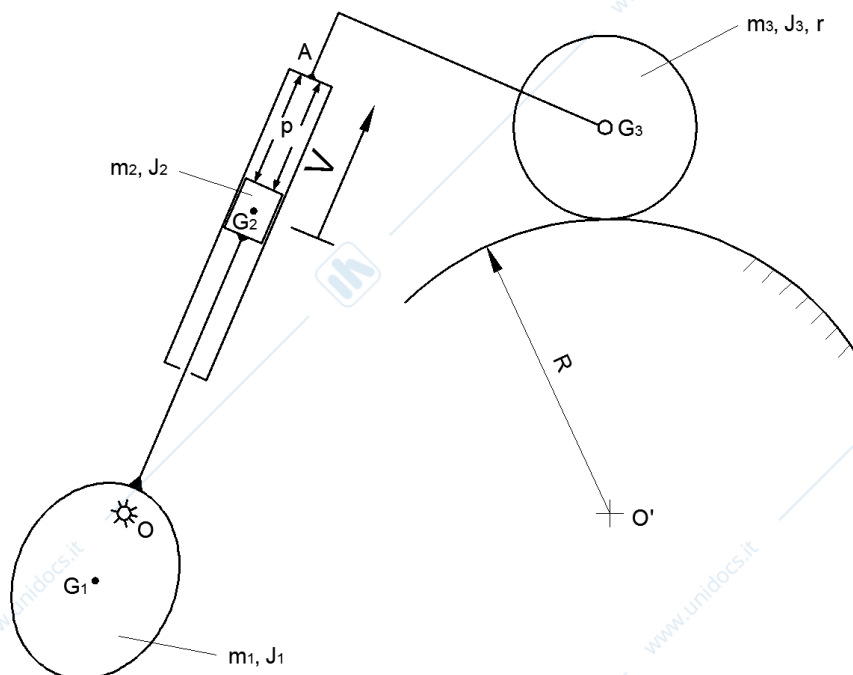


**Problema N.2**

Il sistema meccanico illustrato in figura giace nel piano verticale. L'asta  $OG_2$  è incernierata a terra in O, all'estremità inferiore è presente una massa eccentrica con baricentro  $G_1$  e caratteristiche  $m_1, J_1$ . All'altra estremità vi è un pistone caratterizzato da baricentro  $G_2$ , massa  $m_2$  e momento d'inerzia  $J_2$ . Il pistone scorre dentro un cilindro che a sua volta è rigidamente connesso in A ad un'asta ad L. L'estremità opposta dell'asta è collegata ad un disco tramite una cerniera posizionata in corrispondenza del baricentro  $G_3$ . Il disco ha caratteristiche  $m_3, J_3, r$  e rotola senza strisciare sulla guida circolare di raggio R. Si consideri nulla la resistenza al rotolamento.

Nell'istante considerato, ritenendo note tutte le grandezze geometriche e considerando una velocità di sfilo V costante, si chiede di determinare:

- 1) i vettori velocità ed accelerazione del centro del disco  $G_3$ ;
- 2) il valore della pressione p che garantisce l'atto di moto assegnato;
- 3) le reazioni vincolari in O e la verifica di aderenza del disco.



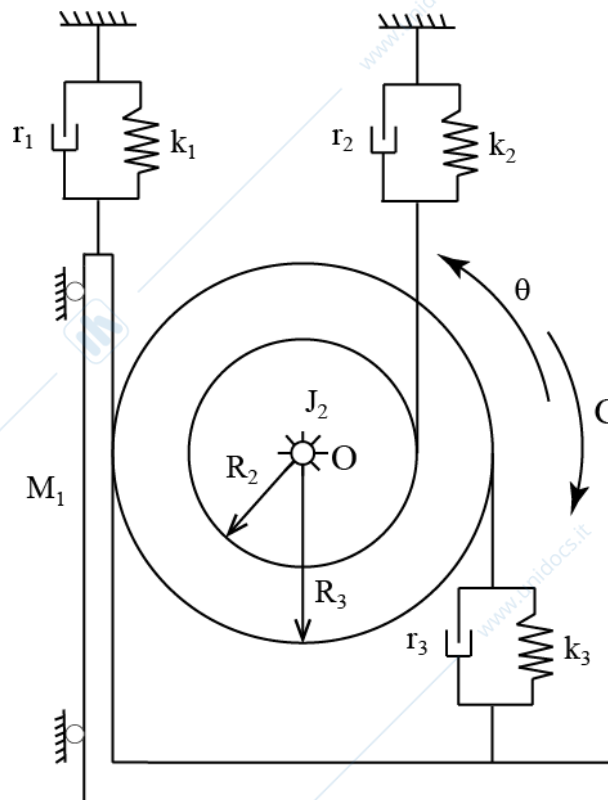
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 03-07-2013

**Problema N.3**

Il sistema rappresentato in figura si trova nel piano verticale. Un corpo di massa  $M_1$  scorre lungo una guida verticale ed è vincolato a terra attraverso un gruppo molla-smorzatore di rigidezza  $k_1$  e smorzamento  $r_1$ . Una coppia di dischi concentrici, di momento di inerzia complessivo pari a  $J_2$ , è incernierata a terra nel suo centro  $O$  e rotola senza strisciare sul corpo di massa  $M_1$ . Una fune collega il disco interno di raggio  $R_2$  a terra attraverso un gruppo molla-smorzatore di rigidezza  $k_2$  e smorzamento  $r_2$ . Un'altra fune si avvolge sul disco esterno di raggio  $R_3$  ed è vincolata ad un altro gruppo molla-smorzatore di rigidezza  $k_3$  e smorzamento  $r_3$  che la collega al carrello.

Si richiede di determinare:

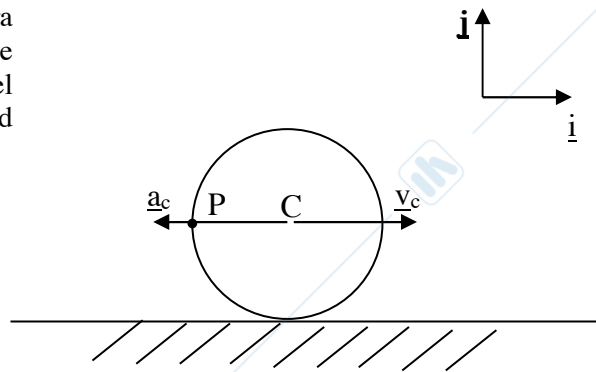
1. l'equazione di moto del sistema nell'intorno della posizione di equilibrio statico, utilizzando come variabile indipendente la rotazione  $\theta$  indicata in figura, e la sua frequenza propria;
2. la risposta del sistema  $\theta(t)$  a regime e la zona di funzionamento dello stesso, sapendo che  $M_1=10$  kg,  $J_2=20$  kgm<sup>2</sup>,  $R_2=0.2$  m,  $R_3=0.3$  m,  $k_1=3000$  N/m,  $r_1=30$  Ns/m,  $k_2=6000$  N/m,  $r_2=60$  Ns/m,  $k_3=12000$  N/m,  $r_3=60$  Ns/m,  $C(t)=C_0\cos(\Omega t)$  con  $\Omega=60$  rad/s.



MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 16-07-2013

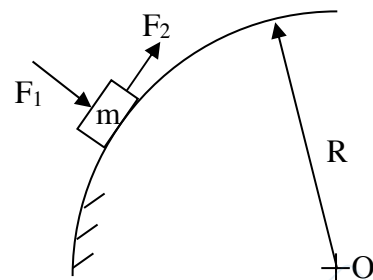
**Problema 1.1**

Il disco di raggio  $R=0.5$  m rappresentato in figura rotola senza strisciare su una guida orizzontale. Note la velocità  $\underline{v}_C=5\mathbf{i}$  m/s e l'accelerazione  $\underline{a}_C=-2\mathbf{i}$  m/s<sup>2</sup> del centro del disco, si calcolino i vettori velocità ed accelerazione del punto P indicato in figura.



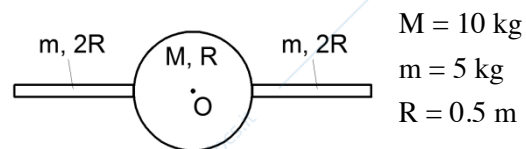
**Problema 1.2**

Il corpo di massa  $m=2$  kg si muove su una guida circolare fissa di raggio  $R=2$  m e centro O, posta nel piano orizzontale. Sul corpo sono applicate una forza  $F_1=50$  N sempre orientata radialmente rispetto alla guida ed una forza  $F_2$  sempre orientata tangenzialmente alla traiettoria. Calcolare la massima velocità raggiungibile dal corpo perché sia garantita una reazione normale nel contatto tra corpo e guida.



**Problema 1.3**

Calcolare il momento d'inerzia complessivo  $J_O$  del corpo rigido mostrato in figura. Il corpo è costituito da un disco omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  e da due aste omogenee caratterizzate da massa  $m$  e lunghezza  $2R$ .



$$\begin{aligned} M &= 10 \text{ kg} \\ m &= 5 \text{ kg} \\ R &= 0.5 \text{ m} \end{aligned}$$

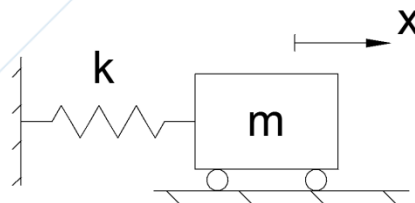
**Problema 1.4**

Calcolare l'ampiezza del moto libero del sistema vibrante mostrato in figura, date le seguenti condizioni iniziali:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ \dot{x}_0 = V_0 \end{cases}$$

$$m = 5 \text{ kg}, \quad k = 500 \text{ N/m}$$

$$V_0 = 1 \text{ m/s}$$



**Problema N.2**

Il sistema meccanico illustrato in figura giace nel piano verticale. L'asta  $O_1A$  ha proprietà di massa trascurabili, è lunga  $L_1$  ed è incernierata a terra in  $O_1$ . L'estremità superiore di quest'ultima si collega, attraverso una cerniera nel punto A, all'asta a "L" ADB avente baricentro in G e caratteristiche inerziali M e J. Nel punto G è posta una seconda cerniera alla quale è collegata l'asta  $O_2G$  anch'essa avente massa e momento d'inerzia trascurabili. La lunghezza dell'asta  $O_2G$  è  $L_2$  ed è collegata a terra mediante una cerniera in  $O_2$ .

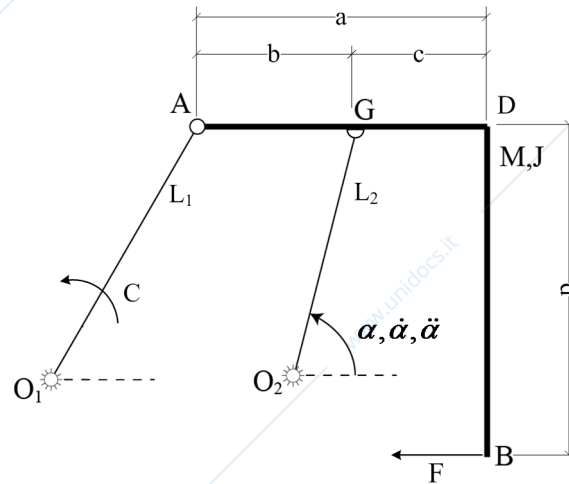
Sull'asta ADB agisce nel punto B una forza F orizzontale diretta come in figura.

## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

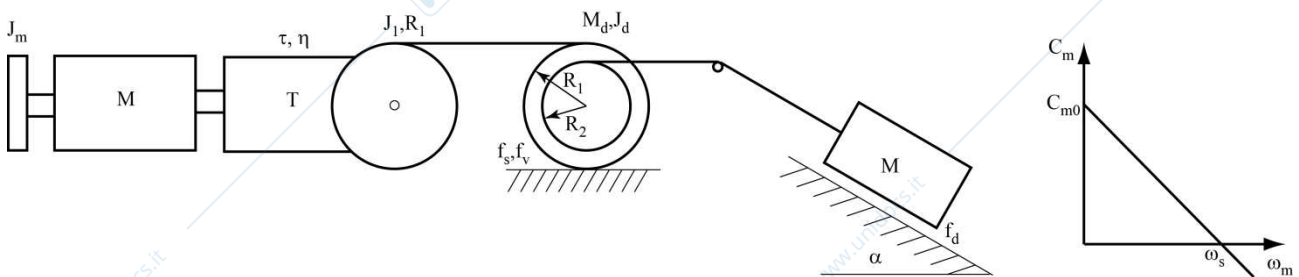
Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 16-07-2013

Nell'istante considerato, ritenendo note tutte le grandezze geometriche, la posizione del sistema nell'atto di moto considerato, la velocità  $\dot{\alpha}$  e l'accelerazione angolare  $\ddot{\alpha}$  dell'asta  $O_2G$ , si determinino i seguenti punti:

- 1) posizione del centro di istantanea rotazione dell'asta ADB (a livello grafico);
- 2) i vettori velocità ed accelerazione del punto di applicazione della forza  $F$  (punto B dell'asta ADB);
- 3) il valore della coppia  $C$  applicata all'asta  $O_1A$  necessaria per garantire l'atto di moto assegnato;
- 4) le reazioni vincolari in  $O_1$ .



## Problema 3



L'impianto di sollevamento rappresentato in figura è movimentato da un motore con curva caratteristica nota, collegato ad una trasmissione ad assi ortogonali con rendimento  $\eta_d = \eta_r = \eta$  e rapporto di trasmissione  $\tau$ . All'uscita della trasmissione è collegata una puleggia di momento di inerzia baricentrico  $J_1$  e raggio  $R_1$ . Sulla puleggia si avvolge senza strisciare una fune inestensibile la cui estremità si avvolge, a sua volta senza strisciare, su una seconda puleggia costituita da una coppia di dischi concentrici e rigidamente collegati tra loro di massa complessiva  $M_d$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_d$ , raggio esterno  $R_1$  ed interno  $R_2$ . Il disco di raggio maggiore  $R_1$  rotola senza strisciare su un piano orizzontale, si consideri un coefficiente di attrito statico pari a  $f_s$  e la resistenza al rotolamento tramite un coefficiente  $f_v$ . Sul disco di raggio minore  $R_2$  si avvolge senza strisciare un'ulteriore fune inestensibile collegata ad una massa  $M$  che striscia con coefficiente di attrito dinamico  $f_d$  su un piano inclinato di un angolo  $\alpha$ .

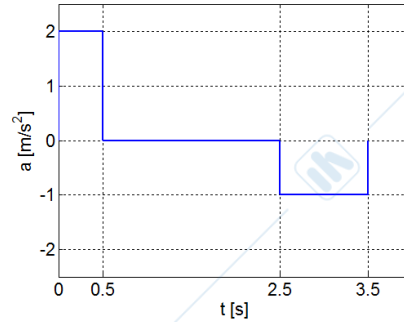
Si chiede di considerare la condizione di moto con massa  $M$  in salita e di discutere per ciascun punto la condizione di moto diretto o retrogrado.

- 1) Si determini la velocità angolare della coppia di dischi di massa  $M_d$  in condizione di regime.
- 2) Partendo dalla condizione 1 si richiede di studiare il caso in cui istantaneamente la coppia motrice  $C_m$  si annulli e di calcolare il tempo di arresto del sistema.
- 3) Si effettui la verifica di aderenza della coppia di dischi di massa  $M_d$  nelle condizioni del punto 2.

**MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE**  
 Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 10-09-2013

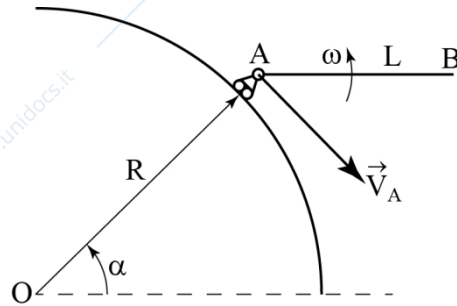
**Problema 1.1**

Rappresentare in forma grafica l'andamento della velocità e dello spazio percorso corrispondenti all'accelerazione assegnata.



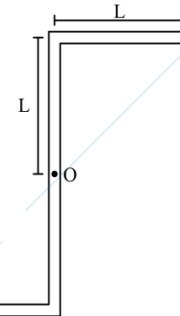
**Problema 1.2**

L'asta rigida AB, di lunghezza pari ad 1 m, si trova nel piano orizzontale, con il punto A vincolato a muoversi su una guida circolare fissa di raggio  $R=2$  m e centro O. Noti il vettore velocità del punto A, pari a  $\vec{V}_A = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} - 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j}$ , e la velocità angolare del corpo  $\vec{\omega} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}$ , calcolare il vettore velocità del punto B nell'atto di moto rappresentato in figura.



**Problema 1.3**

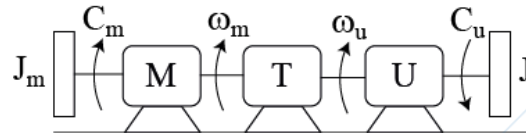
Calcolare il momento d'inerzia complessivo  $J_O$  del corpo rigido mostrato in figura, di cui è nota la lunghezza  $L=2$  m. Il corpo è costituito da un insieme di aste omogenee di massa per unità di lunghezza pari a  $m=4$  kg/m.



**Problema 1.4**

Il sistema MTU in figura è costituito da un motore di caratteristica quadratica  $C_m = C_0 \left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega_0^2}\right)$ , con

$C_0=300$  Nm e  $\omega_0=100$  rad/s, e da un utilizzatore su cui è applicata una coppia resistente con andamento parabolico  $C_u=K\omega_u^2$ , con  $K = 30$  Nm/(rad/s)<sup>2</sup>. Sapendo che la trasmissione è caratterizzata da un rendimento  $\eta=0.95$  e da un rapporto di trasmissione  $\tau=1/10$  calcolare la velocità angolare del motore a regime e la potenza erogata dal motore a regime.



**Problema N.2**

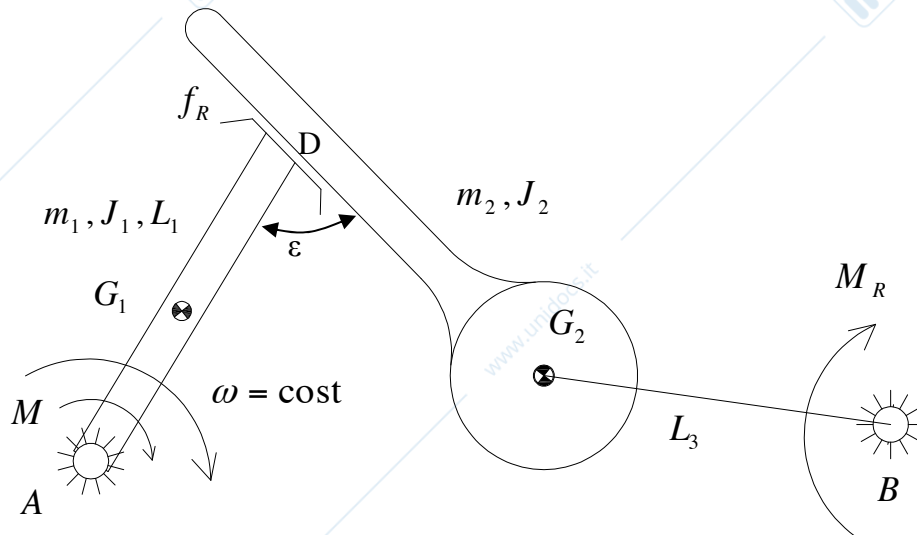
Il sistema in figura è posto nel piano verticale. E' composto da un'asta omogenea di massa  $m_1$ , momento d'inerzia baricentrale  $J_1$  e lunghezza  $L_1$ , vincolata a terra tramite una cerniera all'estremità A. Un corpo di massa  $m_2$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_2$  (con posizione del baricentro  $G_2$  come in figura) è vincolato all'asta 1 tramite un pattino nel punto D, e ad una terza asta di massa trascurabile tramite una cerniera nel baricentro  $G_2$ . Questa terza asta, di lunghezza  $L_3$ , è poi vincolata a terra tramite cerniera all'estremità B.

## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 10-09-2013

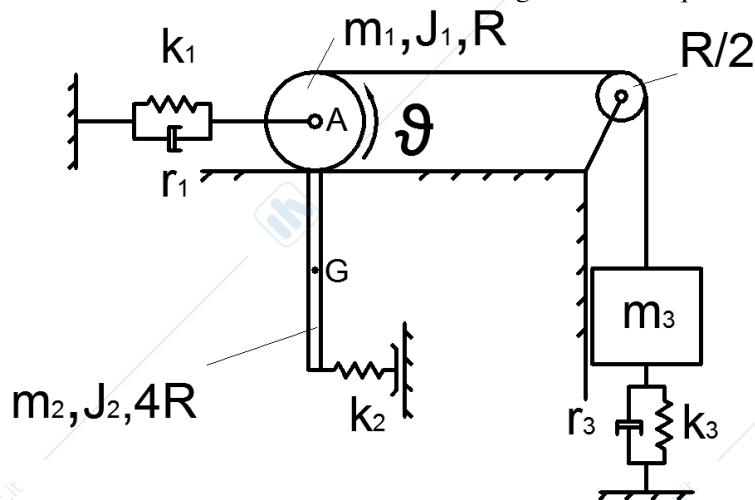
All'asta  $BG_2$  è applicato un momento resistente  $M_r$  (noto), mentre all'asta  $AD$  è applicato un momento motore  $M$  che impone una rotazione  $\omega = \text{cost}$  (nota) all'asta. Fra pattino e asta  $DG_2$  è presente un coefficiente di attrito dinamico  $f_r$ . Si richiede di calcolare:

1. Modulo, direzione e verso dei vettori velocità e accelerazione dei baricentri  $G_1$  e  $G_2$ .
2. La coppia motrice  $M$  necessaria al moto nelle condizioni assegnate supponendo  $f_r=0$
3. La coppia motrice  $M$  necessaria al moto nelle condizioni assegnate con attrito  $f_r$ .

**Problema 3**

Il sistema mostrato in figura si trova nel piano verticale. Un disco omogeneo di massa  $m_1$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_1$  e raggio  $R$  rotola senza strisciare su una guida orizzontale. Ad esso è collegata rigidamente un'asta omogenea con baricentro  $G$ , massa  $m_2$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_2$  e lunghezza  $4R$ . All'altra estremità dell'asta è collegata una molla di rigidezza  $k_2$ . Il centro  $A$  del disco è collegato a terra mediante un sistema molla-smorzatore di caratteristiche  $k_1, r_1$ . Sulla parte superiore del disco stesso si avvolge una fune inestensibile che, tramite una puleggia di raggio  $R/2$  e priva di massa, si collega ad un corpo di massa  $m_3$ . La massa sospesa è poi collegata a terra tramite un gruppo molla-smorzatore di caratteristiche  $k_3, r_3$ . Si richiede di utilizzare la coordinata libera  $\vartheta$  mostrata in figura per risolvere i quesiti assegnati.

- 1) Scrivere l'equazione di moto completa del sistema.
- 2) Scrivere l'equazione risolvibile l'equilibrio statico del sistema.
- 3) Esprimere in forma grafica i termini contenuti all'interno dell'equazione ricavata al punto 2 e indicare qualitativamente il valore della coordinata  $\vartheta$  che garantisce l'equilibrio statico.

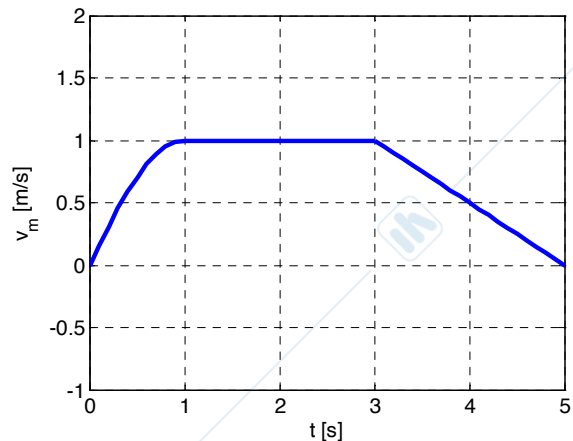


## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 24-09-2013

### Problema 1.1

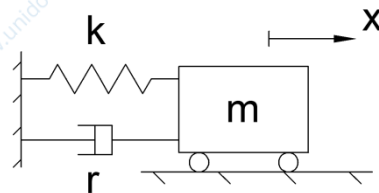
Assegnato l'andamento di velocità  $v(t)$  in figura, si chiede di rappresentare in forma grafica l'andamento dell'accelerazione nel tempo, indicando gli opportuni valori numerici. Si noti che nel primo tratto da 0 secondi ad 1 secondo vale  $v(t) = \sin \frac{\pi}{2} t$ .



### Problema 1.2

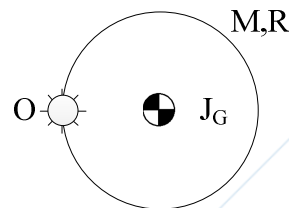
Dato il sistema vibrante rappresentato in figura, calcolare il valore minimo che deve assumere la costante di smorzamento  $r$  per ottenere una risposta al moto libero non oscillante.

$$\begin{cases} m = 10 \text{ kg} \\ k = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \end{cases}$$



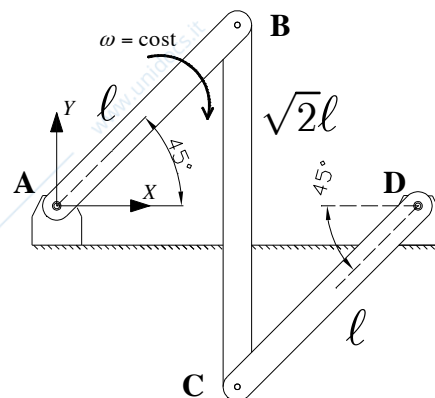
### Problema 1.3

Determinare il momento d'inerzia intorno al polo O del disco omogeneo rappresentato in figura.  $M=2 \text{ kg}$ ,  $R=0.5 \text{ m}$



### Problema 1.4

Determinare velocità e accelerazione (in modulo, direzione e verso) dei punti B e C del sistema in figura, sapendo che l'asta AB ruota di velocità angolare  $\omega = \text{cost}$  con verso indicato. Valori numerici:  $l=1 \text{ m}$ .  $\omega=5 \text{ rad/s}$ .



### Problema N.2

Il sistema meccanico illustrato in figura giace in un piano verticale. Un disco di massa  $M_m$  e raggio  $r$  è vincolato a terra attraverso la cerniera O. Su tale disco agisce la coppia motrice  $C_m$  tale da mantenere il disco in rotazione a una velocità angolare costante pari a  $\omega$ .

Al primo disco sono collegati due dischi di raggio  $R$  e massa  $M_d$  incernierati a terra mediante le cerniere  $O_1$  e  $O_2$ . Il disco di raggio  $r$  è vincolato ai dischi di raggio  $R$  attraverso un vincolo di rotolamento senza strisciamento (si trascuri la resistenza al rotolamento).

Ai dischi di raggio  $R$  sono collegate, attraverso due cerniere poste nei punti A e C, due aste omogenee di ugual lunghezza  $L$  e aventi massa  $m$ . Le due aste si uniscono attraverso una cerniera nel punto B.

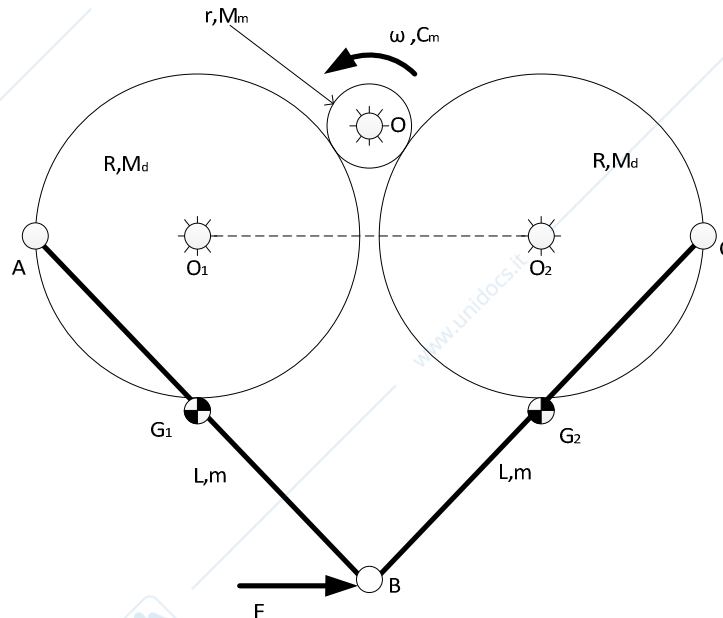
Sulla cerniera B agisce inoltre un carico concentrato  $F$  sempre diretto orizzontalmente.

## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

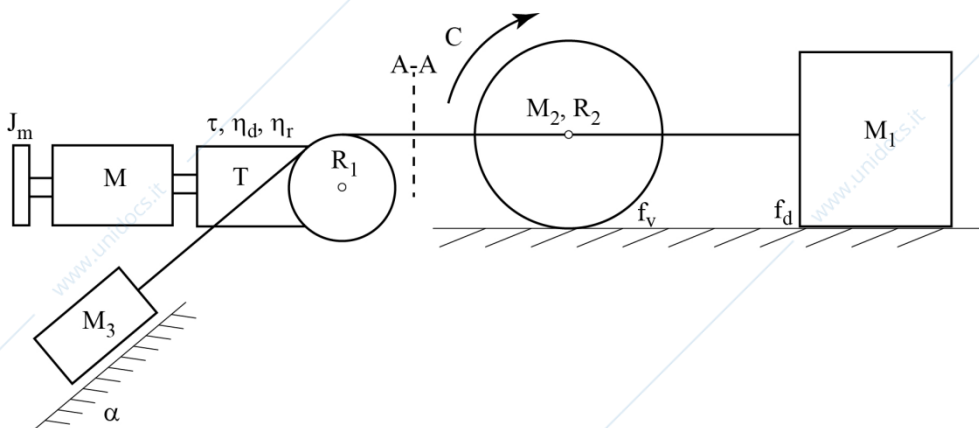
Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 24-09-2013

Supponendo note tutte le grandezze geometriche e la posizione del sistema nell'atto di moto rappresentato in figura, si chiede di:

- 1) determinare i vettori velocità angolare ed accelerazione angolare delle aste AB e BC;
- 2) determinare i vettori velocità ed accelerazione dei baricentri  $G_1$  e  $G_2$  relativi alle aste omogenee AB e BC;
- 3) calcolare la coppia motrice  $C_m$  necessaria a garantire le condizioni di moto assegnate;
- 4) determinare le reazioni vincolari nella cerniera A.



## Problema N.3



$M_1$	5 kg
$M_2$	12 kg
$M_3$	1 kg
$f_v$	0.01
$f_d$	0.3
$R_2$	3 m
$R_1$	1 m
$C$	40 Nm
$\alpha$	$30^\circ$

L'impianto di sollevamento rappresentato in figura è movimentato da un motore collegato ad una trasmissione con rendimento  $\eta_d = \eta_r = \eta$  e rapporto di trasmissione  $\tau$ . All'uscita della trasmissione è collegata una puleggia di momento di inerzia trascurabile di raggio  $R_1$ . Sulla puleggia si avvolge senza strisciare una fune inestensibile: ad una estremità di questa è collegata una massa  $M_3$  che scorre su un piano inclinato di un angolo  $\alpha$ , mentre all'altro capo è collegata un disco di massa  $M_2$  e raggio  $R_2$ , che rotola senza strisciare su una guida rettilinea ed a cui è applicata una coppia  $C$  nota. Al disco è inoltre vincolata tramite fune inestensibile una massa  $M_1$ . Sia assegnato il coefficiente di attrito volvente  $f_v$  per il contatto disco guida e quello di attrito dinamico  $f_d$  tra massa  $M_1$  e guida. **Noti inoltre i dati in tabella:**

- 1) Si determini la coppia motrice allo spunto per garantire un'accelerazione della massa  $M_3$  in discesa pari a  $0.2 \text{ m/s}^2$ .
- 2) Si determini la coppia motrice  $C_m$  per garantire il moto in discesa della massa  $M_3$  in condizioni di regime;
- 3) Si determini nelle condizioni di moto al punto 1 il tiro della fune nella sezione A-A.

**Si discuta per ciascun punto il tipo di moto.**

MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 10-01-2014

**Problema 1.1**

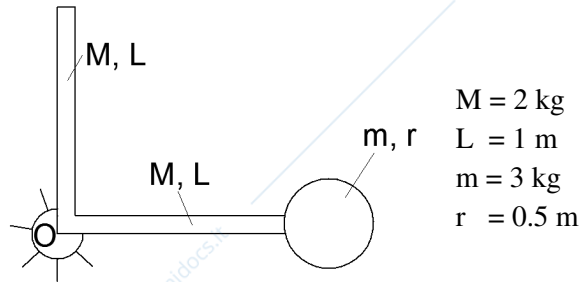
Dati i seguenti vettori velocità  $\vec{V}$  ed accelerazione  $\vec{a}$ , calcolare le componenti di accelerazione tangenziale e normale.

$$\vec{V} = 5\sqrt{3}\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 2\sqrt{3}\vec{j}$$

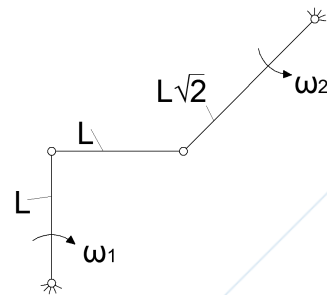
**Problema 1.2**

Calcolare il momento d'inerzia complessivo  $J_O$ , corrispondente al centro della cerniera a terra, del corpo rigido mostrato in figura. Il corpo è costituito da un insieme di aste omogenee di massa  $M$  e lunghezza  $L$  e di un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $r$ .



**Problema 1.3**

Dato il sistema in figura, individuare la posizione del CIR nell'atto di moto considerato e, sfruttando tale informazione, calcolare poi il rapporto tra le due velocità angolari  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

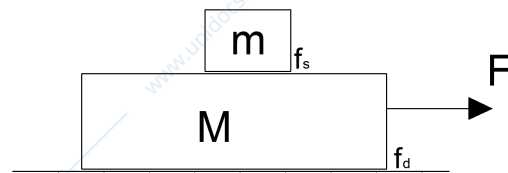


**Problema 1.4**

Dato il sistema di corpi rigidi in figura, calcolare la massima forza  $F$  applicabile al sistema senza che si verifichi moto relativo tra le masse  $m$  ed  $M$  (scivolamento della massa  $m$  sulla massa  $M$ ).

$$m = 1 \text{ kg} \quad f_s = 0.8$$

$$M = 5 \text{ kg} \quad f_d = 0.3$$

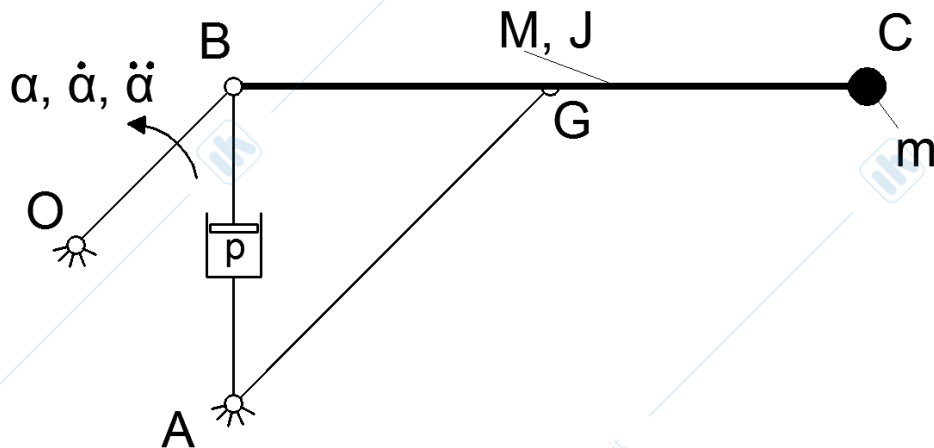


**Problema 2**

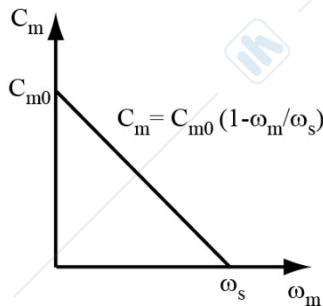
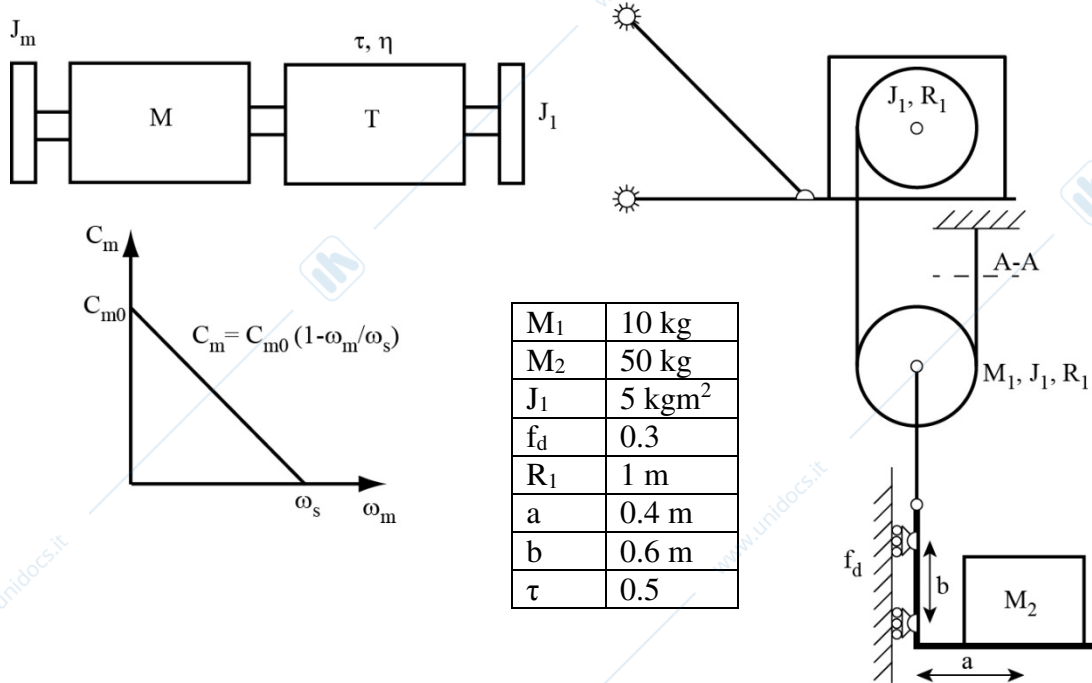
Il sistema in figura è posto nel piano verticale. L'asta OB è incernierata a terra in corrispondenza della cerniera O, è priva di massa e di essa sono note le grandezze cinematiche:  $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ . In B vi è una cerniera mobile che collega le aste OB, BC e AB. L'asta BC, con baricentro G, è dotata di massa  $M$  e momento baricentrico  $J$ . All'estremità C si trova una massa concentrata  $m$ . L'asta AG è un'asta priva di massa e si collega all'asta BC tramite una cerniera mobile posta in G, mentre in A vi è una cerniera a terra. Tra gli estremi A e B si trova un attuatore in grado di modificare la lunghezza del segmento AB al variare della pressione interna  $p$ . Tutte le grandezze geometriche sono note nell'atto di moto considerato. Si richiede di calcolare:

1. Modulo, direzione e verso dei vettori velocità ed accelerazione relativa del pistone.
2. Modulo, direzione e verso dei vettori velocità ed accelerazione del punto C.
3. La pressione  $p$  necessaria a garantire il moto.
4. Le reazioni vincolari in B, considerando l'asta BC.

MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
 Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 10-01-2014



**Problema 3**



$M_1$	10 kg
$M_2$	50 kg
$J_1$	5 kgm <sup>2</sup>
$f_d$	0.3
$R_1$	1 m
$a$	0.4 m
$b$	0.6 m
$\tau$	0.5

L'impianto di sollevamento rappresentato in figura è movimentato da un motore con curva caratteristica nota, collegato ad una trasmissione con rendimento  $\eta_d = \eta_r = \eta$  e rapporto di trasmissione  $\tau$ . All'uscita della trasmissione è collegata una puleggia di momento di inerzia baricentrico  $J_1$  e raggio  $R_1$ . Sulla puleggia si avvolge senza strisciare una fune inestensibile che si avvolge su un'ulteriore puleggia con massa  $M_1$ , momento di inerzia baricentrico  $J_1$  e raggio  $R_1$ . L'estremità della fune è poi vincolata a terra.

Un'altra fune collega il centro della seconda puleggia ad una slitta a L con caratteristiche di massa trascurabili, vincolata al piano verticale con due carrelli. Con tale dispositivo si solleva un carico di massa  $M_2$ .

Si consideri un coefficiente di attrito radente pari a  $f_d$  nei vincoli tra la slitta a L e il piano verticale.

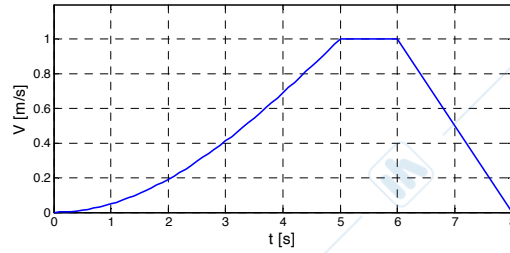
Discutere per ciascun punto la condizione di moto diretto o retrogrado, sostituendo, quando necessario, i numeri forniti.

- 1) Nel caso di massa  $M_2$  in salita, si determini la velocità di salita della massa  $M_2$  in condizione di regime.
- 2) Considerando la massa  $M_2$  in discesa, calcolare il valore della coppia frenante  $C_f$ , applicata lato motore, che garantisca una decelerazione della massa  $M_2$  pari a  $1 \text{ m/s}^2$ , nel caso in cui il motore sia elettricamente staccato.
- 3) Si calcoli il tiro della fune nella sezione A-A nelle condizioni del punto 2.

**MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE**  
 Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 07-02-2014

**Problema 1.1**

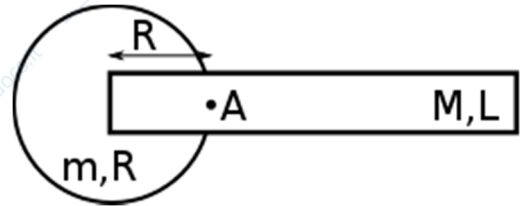
Data la legge di moto riportata in figura, disegnare il grafico dell'accelerazione. Nel primo tratto per  $0 < t < 5s$  la velocità vale  $V = 1 - \cos \frac{\pi}{10} t$ .



**Problema 1.2**

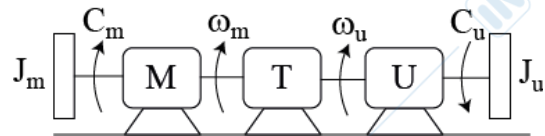
Calcolare il momento d'inerzia complessivo  $J_A$  del corpo rigido mostrato in figura. Il corpo è costituito da un'asta omogenea di massa  $M$  e lunghezza  $L$  e di un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$ . Il punto A si trova ad una distanza  $R$  dal centro del disco. L'asta ha un estremo coincidente col centro del disco.

- $M = 1 \text{ kg}$
- $L = 2 \text{ m}$
- $m = 5 \text{ kg}$
- $R = 0.5 \text{ m}$



**Problema 1.3**

Il sistema MTU in figura è costituito da un motore di caratteristica lineare  $C_m = C_0 - k\omega_m$ , e da un utilizzatore su cui è applicata una coppia resistente costante  $C_u$ .



Dati:

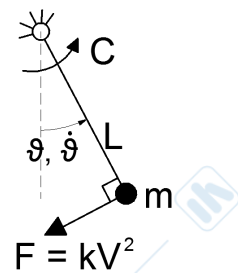
$$C_0 = 10 \text{ Nm}, \quad k = 2 \frac{\text{Nms}}{\text{rad}}, \quad C_u = 50 \text{ Nm}$$

$$\tau = 0.5, \quad \eta = 0.95$$

Sapendo che la trasmissione è caratterizzata da un rendimento  $\eta$  e da un rapporto di trasmissione  $\tau$  calcolare la coppia e la velocità angolare del motore a regime.

**Problema 1.4**

Dato un pendolo semplice nel piano verticale, costituito da un'asta di lunghezza  $L$  di massa trascurabile e da una massa  $m$  come in figura, calcolare l'espressione della coppia in funzione dell'angolo  $\theta$  necessaria a mantenerlo in moto con velocità angolare costante. Sulla massa agisce una forza sempre perpendicolare all'asta e proporzionale al quadrato della velocità della massa.



Per quale valore di  $\theta$  la coppia richiesta è massima?

Quanto vale la coppia massima per  $\dot{\theta} = 10 \text{ rad/s}$ ?

$$m = 3 \text{ kg}, \quad L = 2 \text{ m}, \quad k = 0.2 \frac{\text{Ns}^2}{\text{m}^2}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

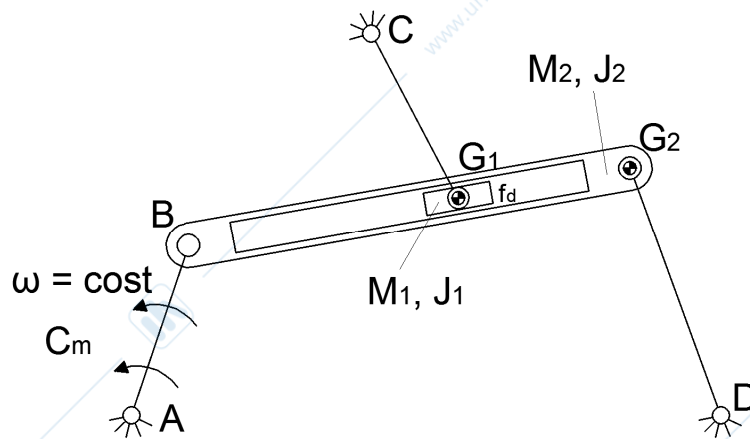
## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2012-2013 prova del 07-02-2014

**Problema 2**

Il sistema in figura è posto nel piano verticale. L'asta AB, priva di massa, è incernierata a terra in corrispondenza della cerniera A e di essa è nota la velocità angolare  $\omega$  costante. Sulla stessa è applicata una coppia motrice  $C_m$ . In B vi è una cerniera mobile che collega le aste AB e BG<sub>2</sub>. Quest'ultima è dotata di massa  $M_2$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_2$ . Il baricentro G<sub>2</sub> si trova in corrispondenza della cerniera mobile che collega l'asta BG<sub>2</sub> all'asta G<sub>2</sub>D. L'asta G<sub>2</sub>D è un'asta priva di massa e collegata a terra tramite la cerniera posta in D. All'interno dell'asta BG<sub>2</sub> scorre un corsoio dotato di baricentro G<sub>1</sub>, massa  $M_1$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_1$ . Si consideri un coefficiente di attrito dinamico  $f_d$  tra il corsoio e la guida. In corrispondenza del baricentro G<sub>1</sub> vi è una cerniera mobile che collega il corsoio all'asta CG<sub>1</sub>. L'asta CG<sub>1</sub> è priva di massa e si collega a terra tramite la cerniera posta in C. Tutte le grandezze geometriche sono note nell'atto di moto considerato. Si richiede di calcolare:

1. Vettori velocità ed accelerazione angolare dell'asta BG<sub>2</sub>.
2. Modulo, direzione e verso dei vettori velocità ed accelerazione del baricentro G<sub>1</sub>.
3. La coppia motrice  $C_m$  necessaria a mantenere l'atto di moto assegnato.
4. Le reazioni vincolari in C.

**Problema 3**

Il sistema in figura, posto nel piano verticale, è costituito da due pulegge di massa  $M_1, M_2$  e raggio  $R_1, R_2$  su cui si avvolge senza strisciare una fune inestensibile. La puleggia di massa  $M_2$  inoltre rotola senza strisciare su un'asta di massa  $M_3$  che scorre su un piano verticale. Sia applicata all'asta una forza  $F = F_0 \cos \Omega t$ .

Considerando la coordinata libera  $\theta$  e partendo dalla condizione di equilibrio statico, determinare:

- 1) L'equazione di moto del sistema.
- 2) La frequenza propria del sistema.
- 3) La risposta completa del sistema sapendo che  $r^* < r_c$  e che  $\theta(0) = 0 \dot{\theta}(0) = 0$ .

