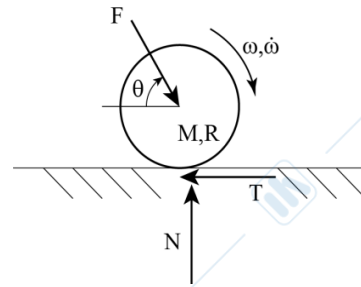


**MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE**  
 Allievi meccanici AA.2013-2014 prova del 10-07-2014

**Problema N. 1.1**

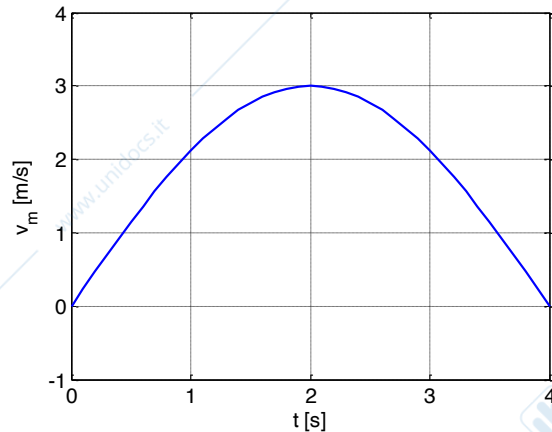
Un disco omogeneo di raggio  $R=0.5\text{m}$  e massa  $M=3\text{ kg}$  è posto nel piano verticale e rotola senza strisciare su una guida orizzontale. Nel suo centro è applicata una forza  $F$  di modulo incognito, agente nella direzione e nel verso indicati in figura. Sia  $\theta = 60^\circ$ . Si considerino note la sua velocità angolare  $\omega = 10\text{ rad/s}$  e la sua accelerazione angolare  $\dot{\omega} = 5\text{ rad/s}^2$ . Nell'ipotesi di trascurare la resistenza al rotolamento, si calcolino le reazioni vincolari a terra  $N$  e  $T$ .



**Problema N. 1.2**

Assegnato l'andamento di velocità  $v(t)$  in figura  $v(t) = 3\sin\frac{\pi}{4}t$ , si chiede di

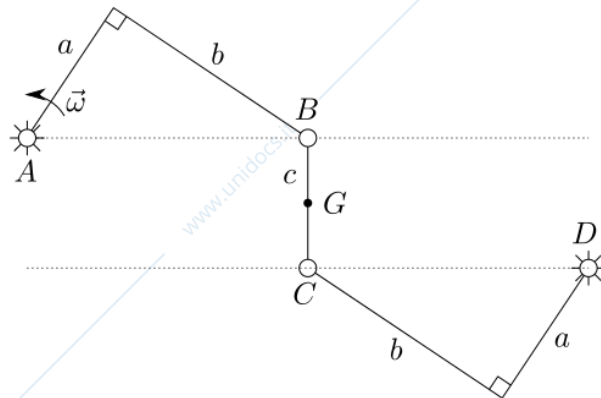
- rappresentare in forma grafica l'andamento dell'accelerazione nel tempo indicando gli opportuni valori numerici;
- calcolare il valore dello spazio percorso.



**Problema N. 1.3**

Per l'atto di moto rappresentato in figura, ed assegnata la velocità angolare  $\vec{\omega} = 3\vec{k}\text{ rad/s}$ , indicare la posizione del centro di istantanea rotazione dell'asta BC, e calcolare il vettore velocità del baricentro G.

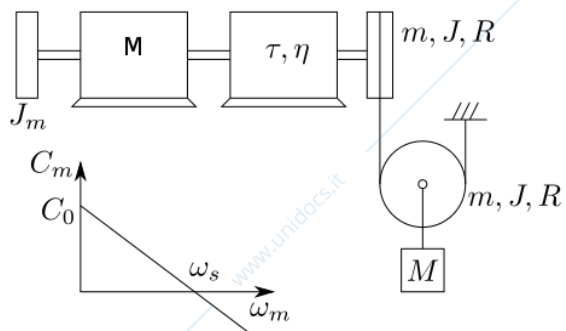
$a = 3\text{ m}$
$b = 4\text{ m}$
$c = 2.5\text{ m}$
$\omega = 3\text{ rad/s}$



**Problema N. 1.4**

Dato il sistema MTU rappresentato in figura, si calcoli la coppia erogata dal motore che garantisce la condizione di regime con la massa  $M$  in discesa. Si calcoli inoltre la velocità  $v$  di regime, assegnata la curva caratteristica del motore.

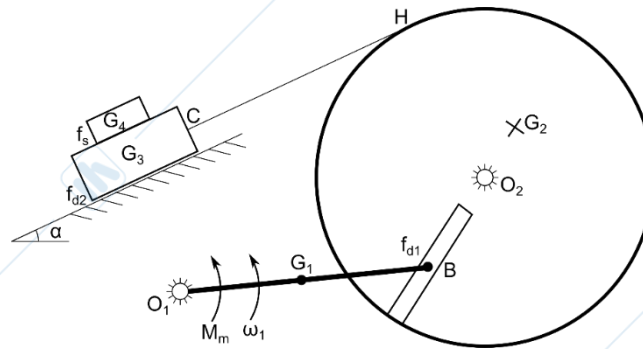
$m = 1\text{ kg}$
$M = 10\text{ kg}$
$R = 0.5\text{ m}$
$J = 1.25\text{ kgm}^2$
$C_0 = 2\text{ Nm}$
$\omega_s = 10\text{ rad/s}$
$\eta_D = \eta_R = \eta = 0.9$
$\tau = 0.3$



## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2013-2014 prova del 10-07-2014

## Problema N.2



Il sistema meccanico illustrato in figura giace nel piano verticale. L'asta  $O_1B$ , incernierata a terra in  $O_1$ , ruota con velocità angolare  $\omega_1$  costante. Siano:  $G_1$  il baricentro dell'asta,  $m_1$  la sua massa e  $J_{G_1}$  il momento d'inerzia baricentrico. All'estremità  $B$  dell'asta  $O_1B$  è rigidamente montato un perno che è costretto a muoversi all'interno di una guida rettilinea, ricavata, in direzione radiale, sul disco incernierato a terra in  $O_2$ . Tale disco ha baricentro in  $G_2$ , massa  $m_2$  e momento di inerzia  $J_{O_2}$ , valutato rispetto ad un asse passante per  $O_2$  (non coincidente con il baricentro). Sulla superficie laterale del disco si avvolge una fune inestensibile e di massa trascurabile alla cui estremità  $C$  è collegata una slitta avente massa  $m_3$  e baricentro  $G_3$ . La slitta trasla lungo un piano inclinato  $\alpha$ , con il tratto di fune  $HC$  parallelo al piano inclinato.

Sulla slitta è semplicemente appoggiato un carico di massa  $m_4$  e baricentro  $G_4$ . Siano  $f_{d1}$  ed  $f_{d2}$  rispettivamente il coefficiente di attrito radente tra il perno  $B$  e la guida ricavata nel disco ed il coefficiente di attrito radente tra la slitta ed il piano inclinato. Sia inoltre  $f_s$  il coefficiente di attrito statico tra il carico  $m_4$  e la slitta.

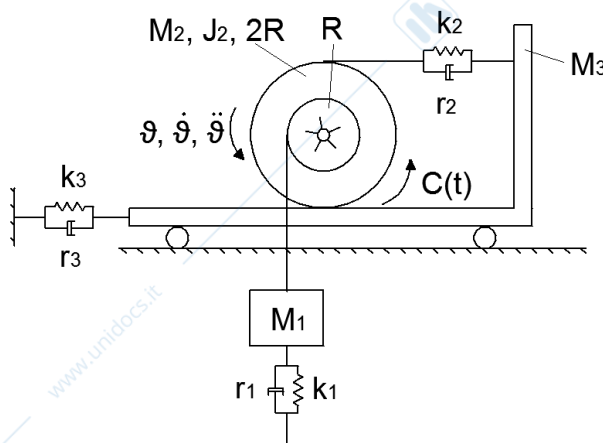
Per la posizione del sistema indicata in figura, ipotizzando che non vi siano slittamenti tra la fune ed il disco e ritenendo noti tutti i parametri geometrici, si determinino:

1. La velocità e l'accelerazione della slitta.
2. La coppia motrice  $M_m$  da applicare all'asta  $O_1B$  per garantire l'atto di moto assegnato.
3. Le reazioni vincolari in  $O_1$  ed  $O_2$ .
4. Verifica di non slittamento tra il carico  $m_4$  e la slitta.

## Problema N.3

Il sistema in figura, posto nel piano verticale, è costituito da un carrello di massa  $M_3$  che scorre su un piano orizzontale. Il carrello è vincolato a terra tramite un gruppo molla-smorzatore di caratteristiche  $k_3$ ,  $r_3$ . Su di esso è posta una coppia di dischi concentrici e solidali, di massa totale  $M_2$  e momento d'inerzia complessivo  $J_2$ . Il disco di raggio  $2R$  rotola senza strisciare sul carrello ed è vincolato allo stesso tramite un gruppo molla-smorzatore di caratteristiche  $k_2$ ,  $r_2$ . Sul disco di raggio  $R$  si avvolge una fune collegata ad una massa  $M_1$ . La massa  $M_1$  è vincolata a terra tramite un gruppo molla-smorzatore di caratteristiche  $k_1$ ,  $r_1$ . Una coppia esterna  $C(t) = C_0 \cos(\Omega t)$  agisce sul disco di raggio  $2R$ . Considerando la coordinata libera  $\theta$ , determinare:

- 1) L'equazione di moto del sistema nell'intorno della posizione di equilibrio statico.
- 2) La frequenza propria del sistema smorzato.
- 3) La risposta a regime del sistema.



$M_1$	10 kg	$k_2$	100 N/m
$M_2$	50 kg	$r_2$	10 Ns/m
$J_2$	25 kgm <sup>2</sup>	$k_3$	1000 N/m
$M_3$	70 kg	$r_3$	30 Ns/m
$k_1$	100 N/m	$R$	0.5 m
$r_1$	10 Ns/m	$\Omega$	30 rad/s

# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2013-2014 prova del 24-07-2014

## Problema 1.1

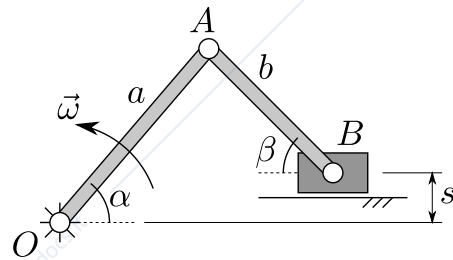
Data la legge di moto sotto riportata, calcolare i versori tangente e normale alla traiettoria nell'istante  $t = 3$  s

$$\vec{s}(t) = (9t)\vec{i} + (3 + 2t^2)\vec{j}$$

## Problema 1.2

Calcolare la velocità del punto  $B$  del manovellismo ordinario deviato in figura. **Risolvere utilizzando il teorema dei moti relativi** nell'atto di moto assegnato.

$$\begin{aligned}\omega &= 1 \text{ rad/s} & a &= 2 \text{ m} \\ \alpha &= \pi/4 \text{ rad} & b &= 2 - \sqrt{2}/2 \text{ m} \\ \beta &= \pi/4 \text{ rad}\end{aligned}$$

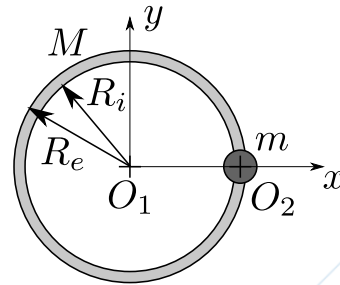


## Problema 1.3

Il sistema meccanico in figura è composto da un anello omogeneo di massa  $M$  e raggio esterno  $R_e$  e raggio interno  $R_i$  saldato ad una massa puntiforme di massa  $m$ . La distanza tra i due centri  $O_1O_2$  è pari a  $R$ .

Determinare il momento d'inerzia complessivo rispetto al polo  $O_1$ .

$$\begin{aligned}M &= 1 \text{ kg} & m &= 2 \text{ kg} \\ R_e &= 2.1 \text{ m} & R_i &= 1.9 \text{ m} & R &= 2 \text{ m}\end{aligned}$$

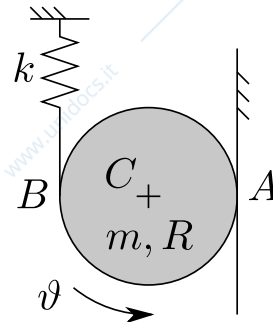


## Problema 1.4

Il sistema meccanico, nel piano verticale, riportato in figura è composto da un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  che rotola senza strisciare su una guida rettilinea verticale. Sul disco si avvolge una fune inestensibile che collega il disco con l'estremo di una molla di rigidezza  $k$ . L'altro estremo della molla è vincolato a terra.

Calcolare la frequenza propria del sistema.

$$m = 0.7 \text{ kg} \quad R = 1.3 \text{ m} \quad k = 150 \text{ N/m}$$



## Problema 2

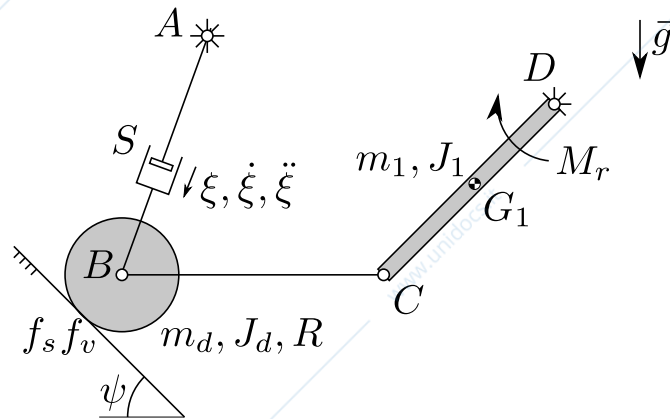
Il sistema meccanico rappresentato in figura, posto nel piano verticale, è composto da un pistone di cui è nota la legge di sfilo ( $\xi(t)$ ,  $\dot{\xi} = \text{cost}$ ,  $\ddot{\xi} = 0$ ) che è incernierato a terra in  $A$  ed è collegato tramite una cerniera al centro di un disco in  $B$ . Il disco di massa  $m_d$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_d$  rotola senza strisciare su una guida rettilinea inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo  $\psi$ ; tra disco e guida il coefficiente d'attrito statico è  $f_s$  mentre il coefficiente resistenza al rotolamento è  $f_v$ . Un'asta priva di massa  $BC$  collega il centro del disco con un'asta  $CD$  con baricentro in  $G_1$  di massa  $m_1$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_1$ . L'asta  $CD$  è vincolata a

# MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

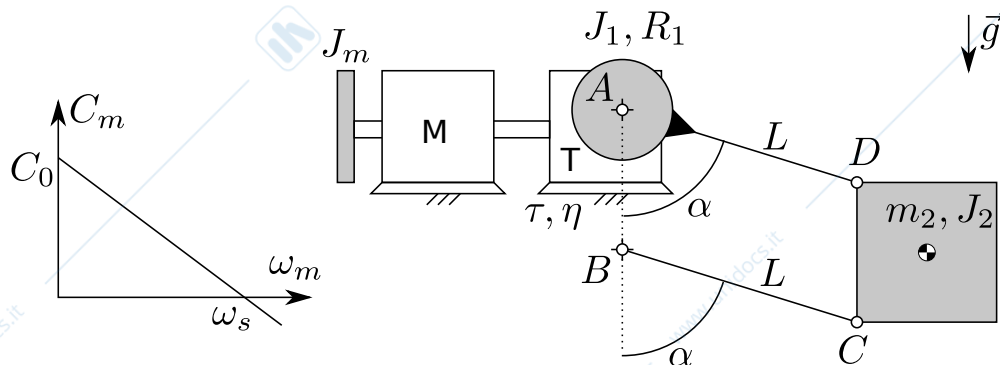
Allievi meccanici AA.2013-2014 prova del 24-07-2014

terra tramite una cerniera in  $D$ . All'asta  $CD$  è applicato un momento esterno resistente  $M_r$ . Nota la geometria del sistema e nota la legge di sfilo del pistone si chiede:

1. calcolare la velocità e l'accelerazione angolare dell'asta  $CD$ ;
2. calcolare la pressione all'interno del cilindro idraulico che garantisce il moto assegnato;
3. verificare che non ci sia slittamento tra disco e guida.



## Problema 3



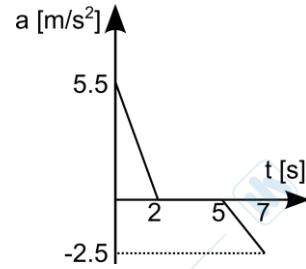
Il sistema di movimentazione terra schematizzato in figura è composto da un motore con caratteristica assegnata e inerzia  $J_m$ . La trasmissione di rapporto di trasmissione  $\tau$  e rendimento  $\eta$  è collegata ad una puleggia di raggio  $R_1$  e momento d'inerzia  $J_1$ . Alla puleggia è vincolata rigidamente un'asta  $AD$  priva di massa di lunghezza  $L$  che movimentata una pala (più il suo carico, schematizzati come un unico corpo rigido di massa  $m_2$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_2$ ) ad essa collegata con una cerniera in  $D$ . L'asta  $BC$ , priva di massa, lunga  $L$  e parallela all'asta  $AD$ , è collegata in  $C$  alla pala tramite una cerniera e in  $B$  è collegata a terra tramite un'altra cerniera. L'asta  $CD$  è verticale; l'angolo  $\alpha$  è compreso tra  $0$  e  $\pi$ . Si chiede:

1. con pala in salita a velocità costante, determinare l'espressione della coppia resistente riportata all'albero motore e l'angolo  $\alpha$  per cui questa risulta massima.
2. allo spunto con pala in salita, calcolare l'accelerazione della massa  $m_2$  nella posizione rappresentata in figura.

MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 09-09-2014

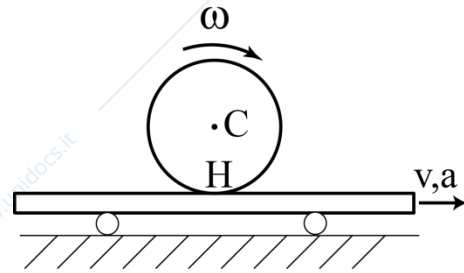
**Problema 1.1**

Determinare l'espressione della velocità  $v(t)$  corrispondente all'accelerazione assegnata e rappresentarne in forma grafica l'andamento in funzione del tempo. Si considerino condizioni iniziali nulle  $v(0)=0$ .



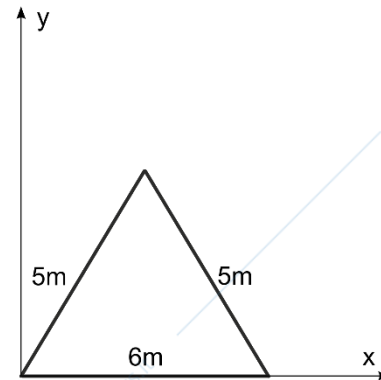
**Problema 1.2**

Il disco di raggio  $R$  pari ad  $0.2\text{ m}$ , rotola senza strisciare sul carrello con velocità angolare nota e costante uguale a  $\omega = 2\text{ rad/s}$ . A sua volta, nell'istante considerato, il carrello si sposta con velocità  $v = 1\text{ m/s}$  e accelerazione  $a = 0.5\text{ m/s}^2$ . Si richiede di calcolare, nell'istante considerato, i vettori accelerazione del centro del disco  $C$  e del punto del disco  $H$  a contatto con il carrello.



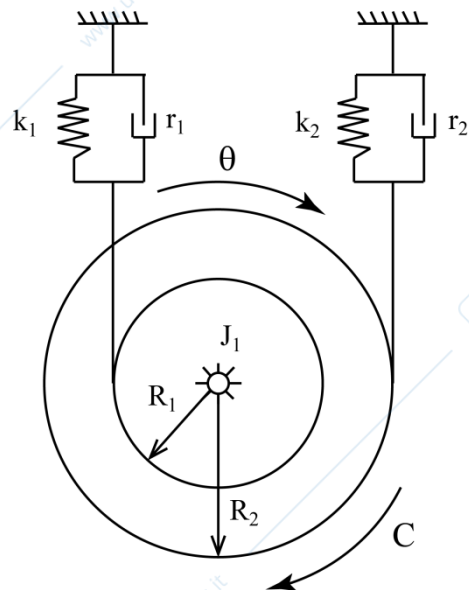
**Problema 1.3**

Calcolare la posizione del baricentro del corpo rigido, omogeneo, mostrato in figura



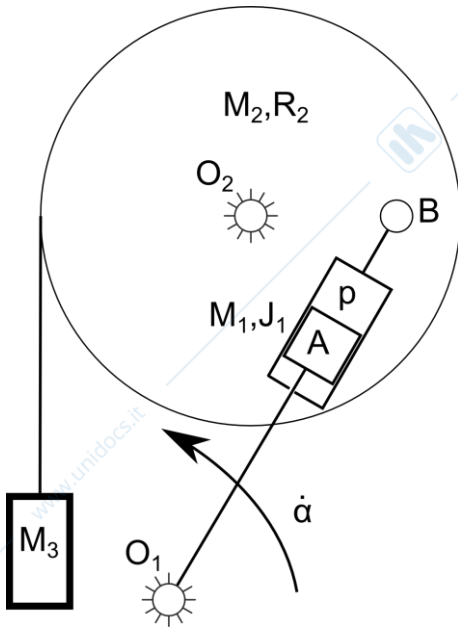
**Problema 1.4**

Il sistema vibrante mostrato in figura è costituito da una coppia di dischi solidali tra loro di momento di inerzia complessivo  $J_1 = 10\text{ kgm}^2$  sulla cui periferia ( $R_2 = 1.5\text{m}$ ) si avvolge una fune vincolata all'altro estremo ad un gruppo molla-smorzatore con  $k_2 = 20000\text{ N/m}$  e  $r_2 = 200\text{ Ns/m}$ . Sulla circonferenza di raggio interno  $R_1 = 1\text{m}$  si avvolge una seconda fune vincolata all'altro estremo ad un gruppo molla-smorzatore con  $k_1 = 10000\text{ N/m}$  e  $r_1 = 100\text{ Ns/m}$ . Si chiede di calcolare quanto vale l'ampiezza  $\theta$  di vibrazione a regime quando al sistema è applicata una forzante  $C = 1000 \cos(100t)$ .



MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE  
 Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 09-09-2014

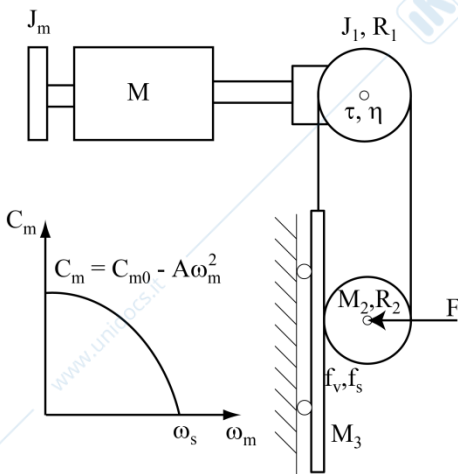
**Problema N.2**



Il sistema meccanico qui rappresentato è posizionato nel piano verticale, siano note tutte le sue caratteristiche geometriche e si faccia riferimento alla posizione di figura. Esso è costituito da un'asta  $O_1A$  priva di massa ed incernierata a terra nell'estremo  $O_1$ ; all'altro estremo  $A$  è vincolato un pistone di lunghezza  $L$  e di massa  $M_1$  e momento di inerzia  $J_1$ , che può scorrere all'interno di un cilindro incernierato nel punto  $B$  ad un disco di massa  $M_2$  e raggio  $R_2$ . Il disco è, a sua volta, incernierato a terra. Si consideri nota la distanza del punto  $B$  dal centro. Sulla periferia del disco si avvolge una fune che è vincolata ad un'estremità ad un carico di massa  $M_3$ . Assegnata la velocità angolare dell'asta  $O_1A$   $\dot{\alpha} = \text{cost}$  si richiede di determinare:

1. i vettori velocità e accelerazione angolare del disco;
2. i vettori velocità e accelerazione della massa  $M_3$ ;
3. la pressione  $p$  all'interno del cilindro tale da garantire il moto assegnato;
4. le reazioni vincolari tra pistone e cilindro.

**Problema 3**



Il sistema in figura è costituito da un motore sul cui albero è calettato un volano di momento di inerzia  $J_m$ . L'albero motore è poi collegato ad una trasmissione di rapporto  $\tau$  e rendimento  $\eta$ . Sull'albero all'uscita della trasmissione è calettato un disco di raggio  $R_1$  e momento di inerzia  $J_1$  sul quale si avvolge senza strisciare una fune. Un estremo della fune è collegato ad un carrello di massa  $M_3$  che può traslare su un piano verticale, mentre l'altro estremo è collegato alla periferia di un disco di massa  $M_2$  e raggio  $R_2$ . Il disco rotola senza strisciare sul carrello e nel centro del disco è applicata una forza orizzontale di modulo pari a  $F$ .

Considerando un coefficiente di resistenza al rotolamento pari a  $f_v$  tra i corpi di massa  $M_2$  e  $M_3$ , si chiede di calcolare, discutendo la condizione di moto diretto o retrogrado per mezzo dei dati forniti in tabella:

1. l'accelerazione angolare del motore allo spunto, considerando la condizione di massa  $M_3$  in discesa;
2. la velocità angolare del motore nel caso di discesa della massa  $M_3$  in condizioni di regime;
3. la verifica di aderenza del disco nelle condizioni del punto 1, considerando un coefficiente di attrito statico pari a  $f_s$ .

$M_2$	300 kg	$R_2$	0.25 m
$M_3$	10 kg	$\tau$	0.1
$J_1$	10 kgm <sup>2</sup>	$\eta$	0.9
$R_1$	0.3 m	$f_v$	0.01
$F$	40000 N		

## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

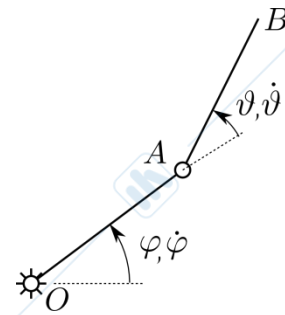
Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 23-09-2014

**Problema 1.1**

Il robot rappresentato in figura è costituito da due bracci, entrambi di lunghezza pari ad 1 m, incernierati tra loro nel punto A. Il braccio AO è inoltre incernierato a terra nel punto O. Siano note:

- 1) la velocità angolare assoluta di AO:  $\dot{\varphi}=5$  rad/s (costante) e la sua posizione angolare all'istante di tempo considerato  $\varphi=45^\circ$ .
- 2) la velocità angolare di AB relativa all'asta AO.  $\dot{\theta}=3$  rad/s (costante) e l'angolo formato, nell'istante di tempo considerato, dall'asta AB con la linea d'asse dell'asta AO,  $\theta = 15^\circ$ .

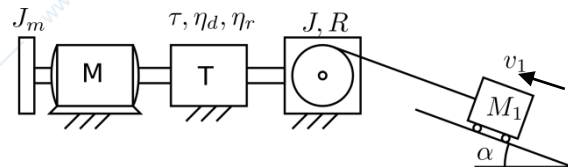
Determinare i vettori velocità ed accelerazione assoluta del punto B.

**Problema 1.2**

Il sistema MTU rappresentato in figura si trova nel piano verticale. A partire dalla condizione di regime con massa  $M_1$  in salita ( $v_1=10$  m/s), viene istantaneamente annullata la coppia motrice erogata dal motore, e su di esso viene applicata una coppia frenante  $C_f$  tale da garantire una decelerazione della massa  $M_1$ , fino all'arresto completo, pari  $a_1=-2$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare il valore della coppia frenante  $C_f$  necessaria a garantire la decelerazione assegnata e l'energia dissipata in frenatura dalla sola coppia frenante  $C_f$  (da  $v_1=10$  m/s a  $v_1=0$  m/s).

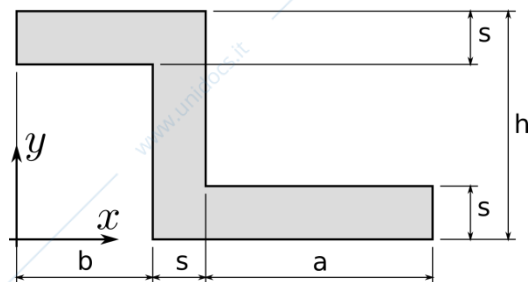
Siano noti:

$M_1=10$ Kg	$\alpha=10^\circ$
$\tau=0.2$	$\eta_D=\eta_R=0.95$
$R=0.4$ m	$J=2$ kgm <sup>2</sup>
$J_m=10$ kgm <sup>2</sup>	

**Problema 1.3**

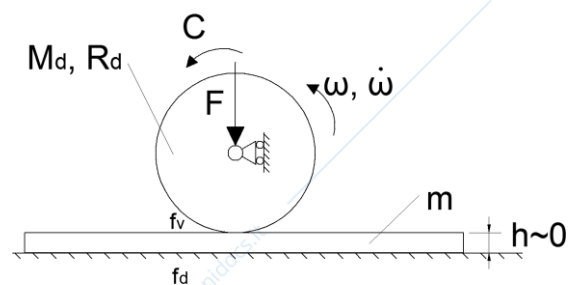
Calcolare le coordinate x ed y del baricentro del corpo rigido omogeneo di spessore costante rappresentato in figura. Siano note le lunghezze:

$$\begin{aligned} a &= 0.8 \text{ m} & b &= 0.5 \text{ m} \\ s &= 0.2 \text{ m} & h &= 0.8 \text{ m} \end{aligned}$$

**Problema 1.4**

Il sistema riportato in figura è posizionato nel piano orizzontale. Un disco omogeneo, di caratteristiche  $M_d$  e  $R_d$ , rotola senza strisciare su un'asta di massa  $m$ , con coefficiente di resistenza al rotolamento  $f_v$ . L'asta scorre a sua volta su una guida piana in presenza di attrito radente. Calcolare la potenza complessivamente dissipata per effetto della resistenza al rotolamento e dell'attrito radente. Siano noti:

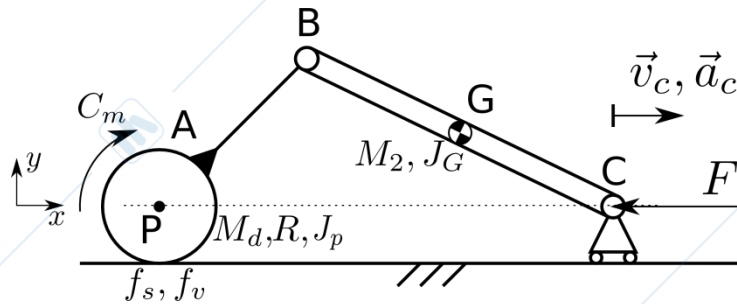
$$\begin{aligned} F &= 100 \text{ N} & \omega &= 2 \text{ rad/s} \\ C &= 16 \text{ Nm} & \dot{\omega} &= 0.2 \text{ rad/s}^2 \\ M_d &= 10 \text{ kg} & f_v &= 0.01 \\ R_d &= 0.5 \text{ m} & f_d &= 0.3 \\ m &= 5 \text{ kg} & & \end{aligned}$$



## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 23-09-2014

## Problema N.2



Il sistema meccanico rappresentato in figura è posizionato nel piano verticale. Siano note tutte le sue caratteristiche geometriche e si faccia riferimento alla posizione di figura. Il sistema è costituito da un disco omogeneo di raggio  $R$ , massa  $M_d$  e momento di inerzia baricentrico  $J_p$ , che rotola senza strisciare su una guida rettilinea orizzontale, con coefficiente di attrito statico  $f_s$  e resistenza al rotolamento  $f_v$ . Al disco è incastrata un'asta  $AB$  di massa trascurabile. Una seconda asta  $BC$  è incernierata ad  $AB$  nel punto  $B$ . L'asta è dotata di momento di inerzia baricentrico  $J_G$  e massa  $m_2$ , con baricentro  $G$  posizionato nel punto di mezzeria alla distanza  $BC/2$  da  $B$ . L'estremità  $C$  dell'asta è vincolata ad una guida fissa orizzontale da un carrello di massa trascurabile. A tale estremità è applicata una forza orizzontale costante pari ad  $F = -5\mathbf{i}$  N.

Assegnate velocità e accelerazione del punto  $C$  nell'atto di moto considerato, si calcolino:

1. i vettori velocità e accelerazione angolare del disco.
2. la coppia motrice  $C_m$ , applicata al disco, atta a garantire l'atto di moto assegnato;
3. le reazioni vincolari tra disco e guida orizzontale.

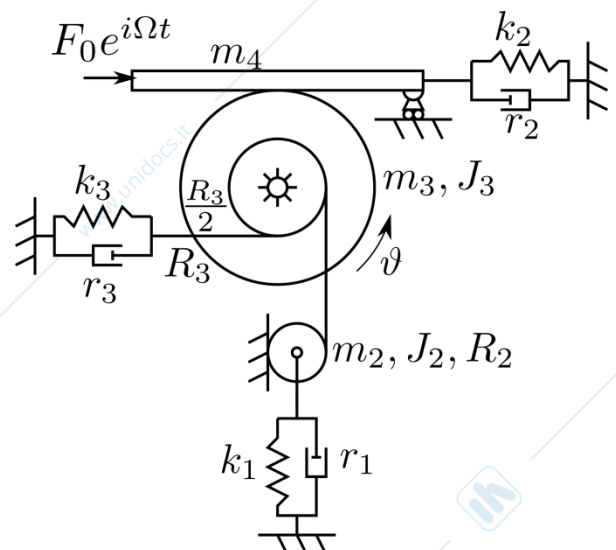
## Problema 3

Il sistema rappresentato in figura è posto nel piano verticale. La coppia di dischi solidali tra loro, massa totale  $m_3$  e momento d'inerzia complessivo  $J_3$ , è incernierata a terra nel loro centro. Il disco esterno ha raggio  $R_3$  mentre il disco interno ha raggio  $R_3/2$ . Dal disco interno si svolge una fune inestensibile collegata ad un gruppo molla smorzatore vincolato a terra di rigidezza  $k_3$  e smorzamento  $r_3$ . Un'altra fune inestensibile collega sempre la periferia del disco interno con un disco di massa  $m_2$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_2$  e raggio  $R_2$  che rotola senza strisciare su una guida rettilinea verticale. Al centro del disco è vincolato un gruppo molla smorzatore di rigidezza  $k_1$  e smorzamento  $r_1$  che all'altro estremo è vincolato a terra. Sulla periferia del disco esterno è appoggiata un'asta di massa  $m_4$  che è poi vincolata a terra tramite un carrello che la mantiene in posizione orizzontale.

All'estremità sinistra dell'asta è applicata una forzante armonica nota  $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$ .

Si richiede di calcolare:

1. l'equazione di moto del sistema nell'intorno della posizione di equilibrio statico.
2. la frequenza propria del sistema non smorzato.
3. l'ampiezza della vibrazione a regime.



## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

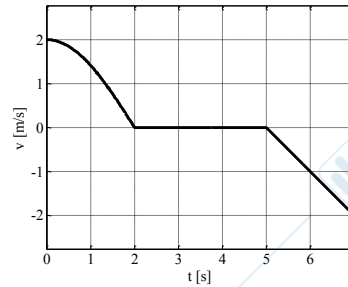
Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 06-02-2015

**Problema 1.1**

Assegnato l'andamento di velocità  $v(t)$  in figura, si chiede di rappresentare in forma grafica l'andamento dell'accelerazione nel tempo, indicando gli opportuni valori numerici.

Nel primo tratto, da 0 a 2 s, l'espressione della velocità è data da:

$$v(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$$

**Problema 1.2**

Calcolare le coordinate  $x_G$  ed  $y_G$  del baricentro del corpo rigido omogeneo di spessore costante rappresentato in figura.

Siano note le lunghezze:

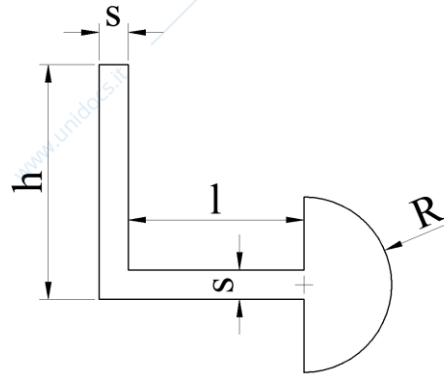
$$h = 0.8 \text{ m}$$

$$l = 0.6 \text{ m}$$

$$s = 0.1 \text{ m}$$

$$R = 0.3 \text{ m}$$

$$\rho = 1 \text{ kg/m}^3$$

**Problema 1.3**

Il sistema MTU rappresentato in figura è costituito da un motore di caratteristica quadratica

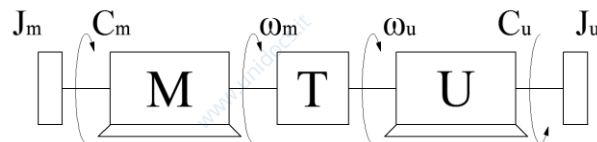
$$C_m = C_0 \left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega_0^2}\right)$$

e da un utilizzatore sul quale è applicata una coppia resistente  $C_u = K\omega_m^2$ . Calcolare la potenza erogata dal motore a regime.

$$C_0 = 2000 \text{ Nm} \quad \omega_0 = 250 \text{ rad/s}$$

$$K = 20 \text{ Nm}/(\text{rad/s})^2$$

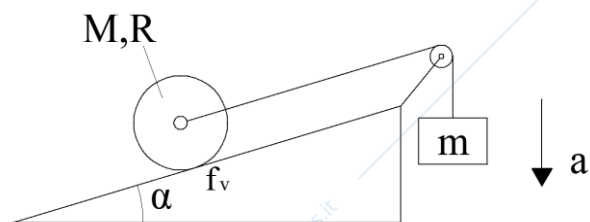
$$\eta = 0.97 \quad \tau = 1/8$$

**Problema 1.4**

Il sistema riportato in figura è posizionato nel piano verticale. Un disco omogeneo, di caratteristiche  $M$  e  $R$ , rotola senza strisciare con resistenza al rotolamento su una guida inclinata di un angolo  $\alpha$ . Una fune inestensibile collega il centro del disco con un corpo sospeso di massa  $m$ . La fune si avvolge senza strisciare su una puleggia di rimando di massa trascurabile. Calcolare il valore della massa  $M$  del disco, affinché il corpo  $m$  scenda con un'accelerazione  $a$  assegnata.

$$m = 30 \text{ kg} \quad a = 0.1 \text{ m/s}^2$$

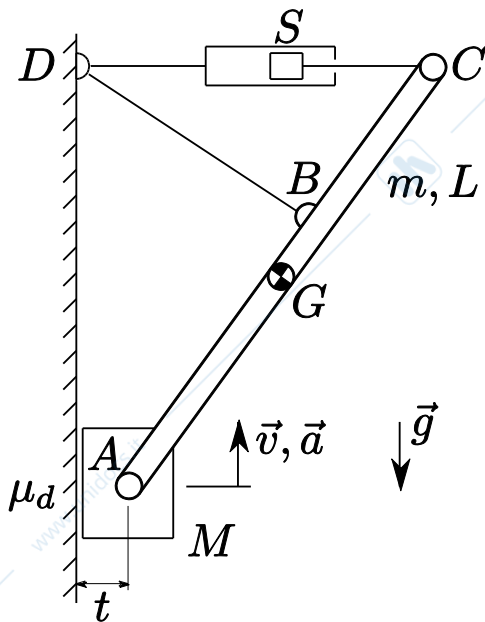
$$R = 0.5 \text{ m} \quad f_v = 0.01 \quad \alpha = 30^\circ$$



## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 06-02-2015

## Problema N.2



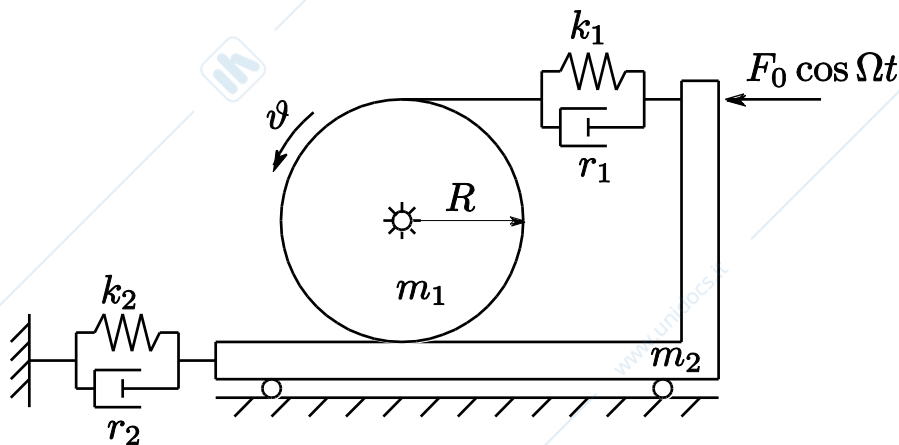
Il sistema meccanico in Figura, posto nel piano verticale, è costituito da un'asta AC con baricentro in G di massa  $m$  e lunghezza  $L$  vincolata in A, tramite una cerniera, ad un corsoio di massa  $M$  e semispessore  $t$ . Il corsoio scorre su una guida verticale; tra guida e corsoio il coefficiente d'attrito dinamico vale  $\mu_d$ . L'asta AC è poi vincolata in B ad un'asta BD priva di massa che è vincolata a terra in D tramite una cerniera.

Il sistema è movimentato da un attuatore idraulico di sezione  $S$  vincolato a terra in D tramite una cerniera e all'asta AC tramite una cerniera nel punto C.

Nota la geometria del sistema e note la velocità  $v$  e l'accelerazione  $a$  del corsoio, come riportate in figura, determinare:

1. la velocità e l'accelerazione di sfilo del pistone;
2. la pressione all'interno del cilindro che garantisce il moto assegnato;
3. le reazioni vincolari scambiate tra l'asta AC e l'asta BD nel punto B.

## Problema 3



Il sistema in figura, posizionato nel piano orizzontale, è costituito da un disco di massa  $m_1$  e raggio  $R$ , incernierato a terra nel suo centro, che rotola senza strisciare su un carrello di massa  $m_2$ . Un sistema molla-smorzatore di rigidezza  $k_1$  e smorzamento  $r_1$  collega ulteriormente il disco e il carrello. Quest'ultimo è a sua volta collegato a terra attraverso un secondo sistema molla-smorzatore di caratteristiche  $k_2$  e  $r_2$ . Sul carrello è applicata una forzante  $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$ .

Considerando il grado di libertà  $\vartheta$  e i dati riportati in tabella:

- 1) si scriva l'equazione di moto del sistema forzato;
- 2) si disegni la risposta al transitorio del sistema non forzato, sapendo che  $\vartheta(0) = 0$  e  $\dot{\vartheta}(0) = 10 \text{ m/s}$ ;
- 3) si scriva la risposta del sistema a regime.

R	1 m
$m_1, m_2$	10 kg
$k_1, k_2$	10000 N/m
$r_1, r_2$	100 Ns/m

## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 20-02-2015

**Problema 1.1**

Assegnata la seguente legge di moto di un generico punto P determinare:

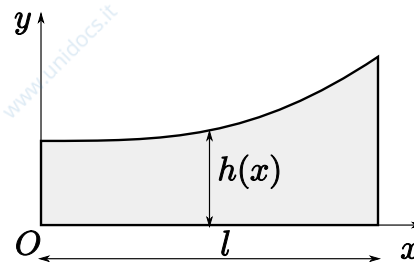
- 1) la traiettoria del punto P e disegnarla;
- 2) le componenti normale e tangenziale dell'accelerazione all'istante  $t = 2$  s.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{t}{2} \\ y(t) = \cos(\pi t) \end{cases}$$

**Problema 1.2**

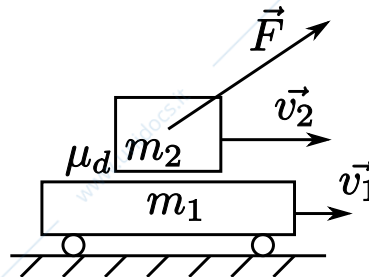
Calcolare le coordinate  $x_G$  ed  $y_G$  del baricentro del corpo rigido omogeneo di spessore costante rappresentato in figura. La lunghezza vale  $l = 2$  m mentre l'altezza  $h$  segue la legge:

$$h(x) = 2 + x^2$$

**Problema 1.3**

Il sistema meccanico in figura è costituito da due corpi rigidi. Il corpo di massa  $m_1$  si muove con velocità  $v_1$  su un piano orizzontale senza attrito. Il corpo di massa  $m_2$  si muove con velocità  $v_2$  strisciando sul corpo 1 con coefficiente d'attrito  $\mu_d$ . Al corpo 2 è applicata una forza  $F$  nota. Calcolare la potenza dissipata per attrito nell'atto di moto considerato.

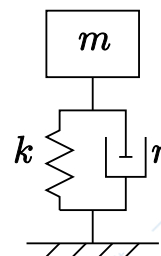
$$\begin{aligned} v_1 &= 1 \mathbf{i} \text{ [m/s]} \\ v_2 &= 5 \mathbf{i} \text{ [m/s]} \\ \mathbf{F} &= 30 \mathbf{i} + 10 \mathbf{j} \text{ [N]} \\ m_1 &= 5 \text{ kg} \\ m_2 &= 3 \text{ kg} \\ \mu_d &= 0.2 \end{aligned}$$

**Problema 1.4**

Il sistema meccanico rappresentato in figura di massa  $m = 10$  kg ha una risposta al moto libero di equazione:

$$x(t) = 10e^{-2t} \cos(4t + 1)$$

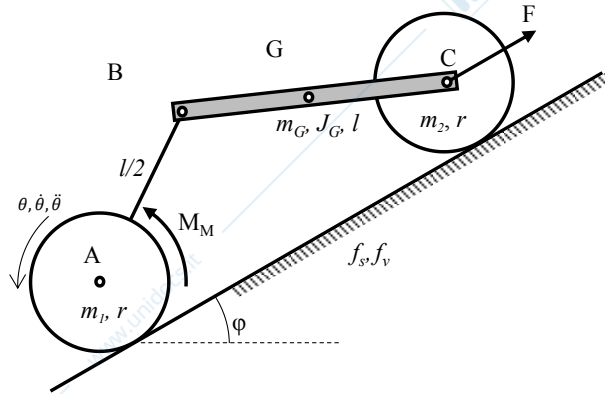
Determinare la rigidezza  $k$  e lo smorzamento  $r$  del sistema.



## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 20-02-2015

## Problema N.2

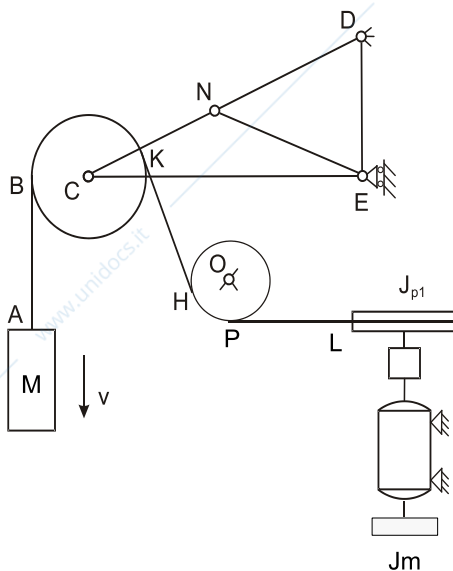


Il sistema meccanico in figura, posto in un piano verticale, è composto da un disco con centro nel punto A di massa  $m_1$ , e raggio  $r$  che rotola senza strisciare su un piano inclinato di un angolo  $\varphi$  e da un'asta di lunghezza  $l/2$  priva di massa incastrata al disco e incernierata nell'estremo B ad un'asta BC di massa  $m_G$ , momento d'inerzia baricentrico  $J_G$ , lunghezza  $l$  e con baricentro G posto a metà dell'asta. Un'altra cerniera vincola tale asta nell'estremo C ad un secondo disco di raggio  $r$  e massa  $m_2$  che rotola senza strisciare sul piano inclinato. Il contatto disco-piano inclinato è caratterizzato di coefficiente di attrito statico  $f_s$  e da un coefficiente di resistenza al rotolamento  $f_v$ . Sul disco di centro A è applicato un momento  $M_M$  diretto come in figura. Sul punto C agisce una forza  $F$  nota con direzione parallela al piano inclinato.

Considerando assegnata la rotazione  $\theta$ , la velocità angolare  $\dot{\theta}$  e l'accelerazione angolare  $\ddot{\theta}$  del disco di centro A si richiede di:

1. determinare i vettori velocità angolare  $\omega$  e accelerazione angolare  $\dot{\omega}$  del disco di centro C;
2. determinare il momento  $M_M$  necessario per realizzare la condizione di moto assegnata;
3. verificare l'aderenza di entrambi i dischi sul piano inclinato.

## Problema 3



Il sistema meccanico illustrato in figura giace nel piano verticale. Il motore elettrico con curva caratteristica  $C_m(\omega_m) = C_0 \left(1 - \frac{\omega_m}{\omega_s}\right)$ , il cui rotore ha momento d'inerzia  $J_m$ , è collegato ad una trasmissione avente rapporto  $\tau$  e rendimento  $\eta$ . Sull'albero di uscita della trasmissione è montata una puleggia di raggio  $R_p$ , avente momento d'inerzia  $J_{p1}$ , sulla quale si avvolge una fune inestensibile di massa trascurabile. La fune si avvolge a sua volta su una puleggia (di massa  $m_o$  e raggio  $R_o$ ) di rinvio omogenea incernierata a terra nel baricentro O, e su un'ultima puleggia omogenea (di massa  $m_c$  e raggio  $R_c$ ) incernierata nel suo baricentro C alla struttura reticolare rappresentata in figura (punti C, D ed E). All'estremo A della fune è collegato un carico di massa M.

Essendo noti i dati riportati in tabella, si chiede di calcolare fornendo i risultati numerici:

1. l'accelerazione del carico M allo spunto, considerando il moto in discesa;
2. la velocità di discesa del carico in condizioni di regime;
3. l'accelerazione del carico, nell'istante in cui, a partire dalla condizione di regime determinate al punto 2, si annulli istantaneamente la coppia motrice erogata (senza disinnestare l'albero motore);
4. la tensione nei rami di fune KH e PL nelle condizioni del quesito 3.

$C_0$	40 Nm	$R_p$	0.5 m
$\omega_s$	100 rad/s	$R_o$	0.2 m
$\eta$	0.95	$R_c$	0.5 m
$\tau$	$\frac{1}{4}$	$M$	15 kg
$J_m$	$0.1 \text{ kgm}^2$	$m_c$	4 Kg
$J_{p1}$	$15 \text{ kgm}^2$	$m_o$	2 Kg